

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Σφάλμα μέτρησης

Σαν σφάλμα μέτρησης εννοούμε στο εργαστήριο την ποσότητα κατά την οποία διαφέρει το αποτέλεσμα μίας μέτρησης από την ακριβή τιμή της μετρούμενης ποσότητας. Το σφάλμα μέτρησης εκφράζει λοιπόν την *αβεβαιότητα μίας μέτρησης*. Το σφάλμα μέτρησης καθορίζεται σε μερικές περιπτώσεις «κατ' εκτίμηση» από αυτόν που κάνει την μέτρηση, ενώ σε άλλες περιπτώσεις είναι αποτέλεσμα στατιστικής ανάλυσης.

Υποκειμενικά σφάλματα

Τέτοια σφάλματα συμβαίνουν λόγω υποκειμενικών παραγόντων, όπως όταν είναι π.χ. κανείς αφηρημένος ενώ κάνει μία μέτρηση. Επανάληψη της μέτρησης αποκαλύπτει συχνά τέτοια σφάλματα. Σε άλλες περιπτώσεις είναι πιο δύσκολο να διαπιστωθούν τα υποκειμενικά σφάλματα όπως π.χ. το **σφάλμα παράλλαξης**. Κατά το σφάλμα παράλλαξης, η ανάγνωση μιας τιμής που δείχνει μία βελόνα γίνεται κοιτώντας την πλάγια, ενώ θα έπρεπε να διαβαστεί αυτή κοιτώντας την κατακόρυφα από επάνω. Στη περίπτωση αυτή, όσες φορές και να γίνει επανάληψη της μέτρησης θα γίνεται το ίδιο λάθος. Μερικά αναλογικά όργανα διαθέτουν έναν καθρέφτη κάτω από την κλίμακα οπότε το σφάλμα παράλλαξης αποφεύγεται όταν ο δείκτης (βελόνα) και το είδωλο του ταυτίζονται.

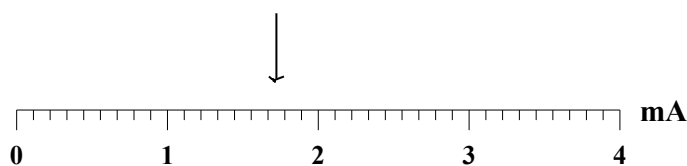
Τα υποκειμενικά σφάλματα περιορίζονται όσο πιο προσεκτικά γίνονται οι μετρήσεις, όσο περισσότερη εμπειρία, γνώση και κατανόηση της πειραματικής διάταξης και του αντικειμένου έχει αυτός που κάνει την μέτρηση.

Περιορισμοί ακρίβειας από τα όργανα μέτρησης

Τα όργανα μέτρησης έχουν τους δικούς τους περιορισμούς. Μερικά για παράδειγμα έχουν μη ακριβείς κλίμακες, άλλα δεν είναι αρκετά ακριβή για την μέτρηση που θέλουμε να πραγματοποιήσουμε, άλλα έχουν ιδιαιτερότητες για τον τρόπο που τα χειριζόμαστε και για τις οποίες πρέπει να ενημερωθούμε ή να τις διαπιστώσουμε (π.χ. ένα τύμπανο που πρέπει να γυρνάμε προς σταθερή φορά).

Πρέπει να χρησιμοποιούμε πάντα ένα όργανο μέτρησης με την κατάλληλη ευαισθησία. Δεν πρέπει να χρησιμοποιούμε για παράδειγμα ένα αμπερόμετρο με κλίμακα από 0 έως 1 A και ευαισθησία 0.01 A όταν έχουμε να μετρήσουμε εντάσεις ρεύματος το πολύ 100 mA. Κατά την διάρκεια μιας μετρητικής διαδικασίας μπορούμε να αλλάξουμε κλίμακα στο όργανο μέτρησης. Εάν π.χ. οι τιμές του ρεύματος φτάνουν τα 200 mA, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την κλίμακα 0-100 mA για τις πρώτες μετρήσεις και την κλίμακα 0-1 A για εντάσεις ρεύματος πάνω από 100 mA.

Ακόμα και όταν επιλέγουμε την κατάλληλη κλίμακα σε ένα όργανο μέτρησης δεν μπορούμε να αποφύγουμε το **σφάλμα ανάγνωσης**. Έστω για παράδειγμα ότι διαβάζουμε την ένταση ρεύματος σε ένα αναλογικό αμπερόμετρο στην κλίμακα που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η ελάχιστη υποδιαίρεση της κλίμακας είναι 0.1 mA. Έτσι μπορούμε να πούμε **με σιγουριά** ότι η ένταση του ρεύματος είναι στην περιοχή:

$$(1.6, 1.7) \text{ mA}$$

Εάν επιχειρήσουμε να καθορίσουμε ακόμα ένα ψηφίο αυτό θα είναι κατ' εκτίμηση, δηλαδή μπορεί να είναι διαφορετικό για κάθε φοιτητή, π.χ:

$$1.65, 1.68, 1.64, 1.67$$

Σε κάθε περίπτωση, το δεύτερο δεκαδικό είναι **αβέβαιο** και άρα συνδέεται με το σφάλμα μέτρησης δηλαδή στην προκειμένη περίπτωση, **το σφάλμα ανάγνωσης**.

Το σφάλμα ανάγνωσης καθορίζεται από την ελάχιστη υποδιαίρεση μιας κλίμακας ανάγνωσης και από την εμπειρία αυτού που κάνει την μέτρηση.

Κατά σύμβαση στο εργαστήριο θα θεωρούμε ότι το σφάλμα ανάγνωσης του οργάνου θα είναι το μισό της ελάχιστης υποδιαίρεσης για αναλογική κλίμακα και η ελάχιστη δυνατή ένδειξη για ψηφιακή κλίμακα.

Έτσι, στο παραπάνω παράδειγμα, όπου η κλίμακα είναι αναλογική, το σφάλμα ανάγνωσης είναι **0.05 mA**. Τώρα μπορούμε να δώσουμε την απάντηση μας με την μορφή:

$$I = (1.65 \pm 0.05) \text{ mA}$$

Παρατηρήστε ότι:

- η μέτρηση έχει τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων με το σφάλμα, και
- το σφάλμα έχει ένα μόνο μη μηδενικό ψηφίο. *Εξαίρεση:* όταν αυτό το μη μηδενικό ψηφίο είναι *αδύναμο* οπότε τότε κρατούμε και ένα ακόμα μη μηδενικό ψηφίο.

Συστηματικά και τυχαία σφάλματα

Ανεξάρτητα από το εάν τα σφάλματα μέτρησης οφείλονται σε υποκειμενικούς παράγοντες ή στα όργανα μέτρησης διακρίνονται σε συστηματικά και σε τυχαία σφάλματα.

Συστηματικά σφάλματα

Όταν η μετρούμενη ποσότητα είναι πάντα μετατοπισμένη από την πραγματική τιμή της κατά μία κατεύθυνση (σχήμα α), το σφάλμα μέτρησης ονομάζεται συστηματικό σφάλμα. Παραδείγματα συστηματικών σφαλμάτων είναι: μετατόπιση μηδενός μιας κλίμακας, σφάλμα βαθμολόγησης του οργάνου μέτρησης, ανάγνωση λάθος κλίμακας, παρασιτικές μετρήσεις. Μερικά συστηματικά σφάλματα μπορούν να εξαλειφθούν είτε με ρύθμιση του οργάνου μέτρησης, είτε διαπιστώνοντας το σφάλμα και διορθώνοντας τις μετρήσεις κατάλληλα. Τα συστηματικά σφάλματα είναι σημαντικά διότι δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν παρά μόνο εάν είναι γνωστά.

Τυχαία σφάλματα

Λόγω τυχαίων σφαλμάτων, η μετρούμενη ποσότητα είναι άλλοτε μεγαλύτερη και άλλοτε μικρότερη από την πραγματική τιμή της (σχήματα α,β,γ). Χαρακτηριστικό παράδειγμα τυχαίων σφαλμάτων είναι το **σφάλμα ανάγνωσης**.

Τα τυχαία σφάλματα αντιμετωπίζονται με επανάληψη της μέτρησης αρκετές φορές και εύρεση της **μέσης τιμής**. Η εύρεση της μέσης τιμής από μόνη της δεν είναι αρκετή και χρειάζεται μία ποσότητα, που να εκφράζει το εύρος των μετρήσεων γύρω από την μέση τιμή. (Για παράδειγμα η μέση τιμή που προκύπτει από τις μετρήσεις του σχήματος β είναι πιο αξιόπιστες από αυτές του σχήματος γ, διότι έχουν μικρότερη διασπορά από την μέση τιμή). Η ποσότητα αυτή ονομάζεται **σφάλμα μέσης τιμής ή τυπική απόκλιση**.

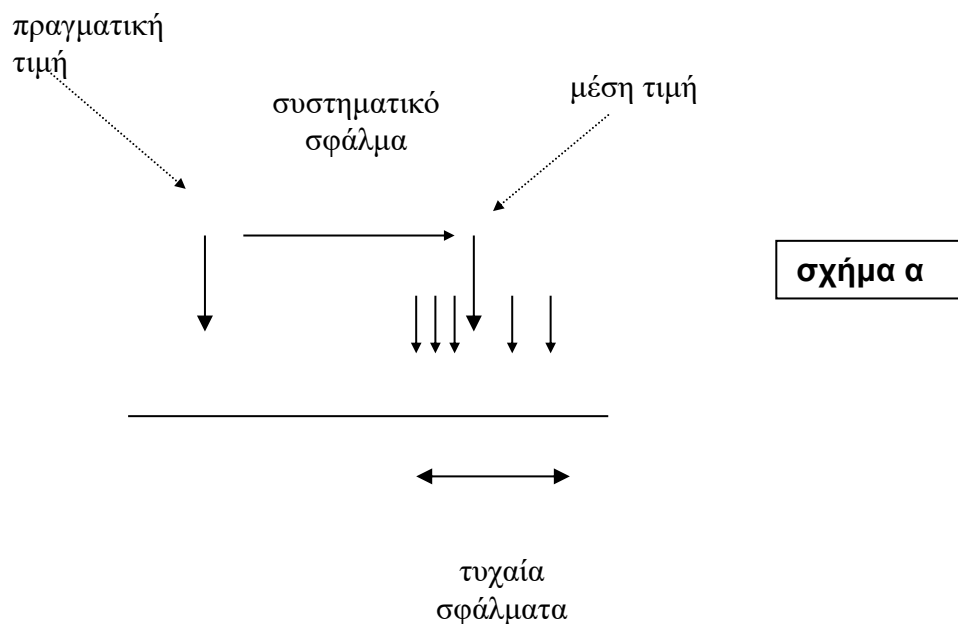
Η μέση τιμή, $\bar{x}$, και το σφάλμα μέσης τιμής, $\delta\bar{x}$, δίνονται από τους παρακάτω τύπους:

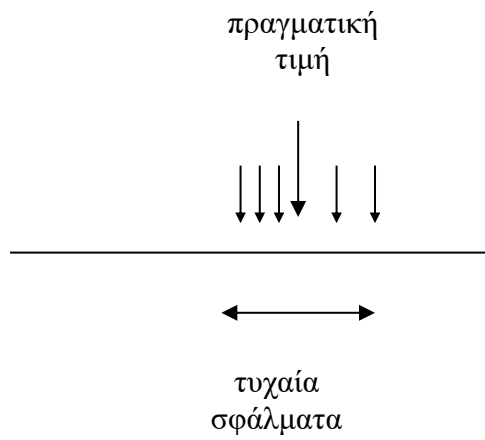
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}{N(N-1)}}$$

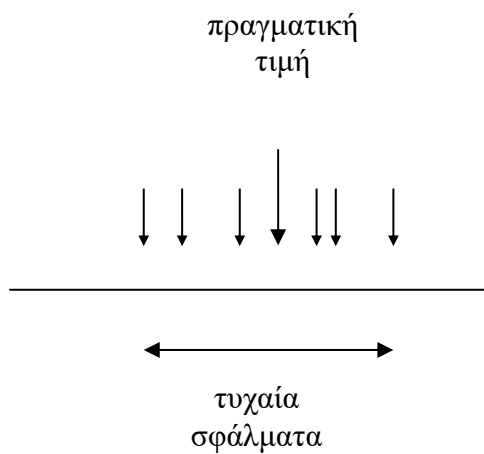
όπου ο δείκτης $i=1, N$ απαριθμεί τις μετρήσεις της ποσότητας x .

Το επί τοις εκατό **σχετικό σφάλμα** στον προσδιορισμό της μέσης τιμής εκφράζεται από την ποσότητα: $\frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}} 100 \%$.





σχήμα β



σχήμα γ

Παράδειγμα

Σε μία διαδικασία προσδιορισμού της τιμής μίας αντίστασης R , η ίδια αντίσταση μετρήθηκε 10 φορές και καταγράφηκαν οι παρακάτω τιμές:

α/α	$R (\Omega)$	$\bar{R}(\Omega)$	$R - \bar{R}$ $\times 10^{-1} (\Omega)$	$(R - \bar{R})^2$ $\times 10^{-2}(\Omega^2)$
1	58.7		2.3	5.29
2	58.8		1.3	1.69
3	58.9		0.3	0.09
4	58.9		0.3	0.09
5	59.2	58.93	-2.7	7.29
6	59.0		-0.7	0.49
7	58.6		3.3	10.89
8	58.8		1.3	1.69
9	59.0		-0.7	0.49
10	59.4		-4.7	22.09
	$\Sigma R=589.3 \Omega$			$\Sigma (R - \bar{R})^2=0.501 \Omega^2$

- Οι μετρήσεις της αντίστασης καταχωρούνται σε πίνακα, εφόσον είναι πολλαπλές.
- Στην πρώτη γραμμή του πίνακα φαίνονται τα σύμβολα των ποσοτήτων των οποίων οι τιμές καταχωρούνται στην αντίστοιχη στήλη.
- Τα σύμβολα που χρησιμοποιούνται εδώ έχουν ήδη εξηγηθεί στο κείμενο ή εξηγούνται αμέσως μετά δίπλα από τα σύμβολα μπαίνουν πάντα οι αντίστοιχες μονάδες μέτρησης.
- Στην πρώτη στήλη του πίνακα καταχωρείται ο αύξοντας αριθμός (α/α) της μέτρησης.
- Στην δεύτερη στήλη καταχωρούνται οι τιμές της αντίστασης που μετρήθηκαν και οι οποίες εκφράζονται σε Ohm (Ω).
- Στην τρίτη στήλη καταχωρείται η τιμή της μέσης τιμής:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N} = \frac{589.3}{10} = 58.93 \Omega$$

- Η τέταρτη και η πέμπτη στήλη βοηθούν στον υπολογισμό του αθροίσματος στον τύπο του σφάλματος μέσης τιμής:

$$\delta \bar{R} = \sqrt{\frac{0.501}{10 \cdot 9}} = 0.07461 \Omega$$

Παρατηρήστε ότι στην πρώτη γραμμή των δύο αυτών στηλών δηλώνεται ότι οι τιμές που καταχωρούνται παρακάτω πρέπει να πολλαπλασιαστούν με τους παράγοντες 10^{-1} και 10^{-2} αντίστοιχα.

Άρα, η τιμή της αντίστασης είναι:

$$R = (\langle R \rangle \pm \delta R) = (58.93 \pm 0.07) \Omega$$

$$\text{Σχετικό σφάλμα} = \frac{\delta R}{R} 100 = 0.12 \quad \%$$

Μετάδοση σφάλματος

Τα παραπάνω αναφέρονται στον προσδιορισμό του σφάλματος μίας ποσότητας. Όταν δύο ή περισσότερες ποσότητες μετρούνται προκειμένου να συνδυαστούν ώστε να καθοριστεί μία άλλη, τότε η αβεβαιότητα στον προσδιορισμό αυτής, δηλαδή το σφάλμα της, καθορίζεται από τα σφάλματα των μετρούμενων ποσοτήτων.

Γενικά:

Έστω μία συνάρτηση A δύο μεταβλητών, x και y

$$A=f(x,y)$$

όπου τα σφάλματα των x και y είναι γνωστά, δx και δy αντίστοιχα. Τότε, εάν η συνάρτηση έχει την μορφή:

$$A=C x^{\mu} y^{\nu}$$

όπου C είναι αριθμητική σταθερά, το σφάλμα, δA , δίνεται προσεγγιστικά από τον τύπο:

$$\frac{\delta A}{A} = |\mu| \frac{\delta x}{x} + |\nu| \frac{\delta y}{y}$$

Παράδειγμα

Προκειμένου να υπολογιστεί η τιμή μίας αντίστασης R , έγιναν οι παρακάτω μετρήσεις έντασης ρεύματος I και τάσης V :

$$I = (4.2 \pm 0.1) \text{mA}$$

$$V = (4.3 \pm 0.1) \text{V}$$

Η τιμή της αντίστασης R υπολογίζεται από τον νόμο του Ohm:

$$R = \frac{V}{I} = V^1 I^{-1} = 1.02 \text{k}\Omega$$

Το σφάλμα μέτρησης της R υπολογίζεται παρακάτω:

$$\frac{\delta R}{R} = \left| 1 \right| \frac{\delta V}{V} + \left| -1 \right| \frac{\delta I}{I} = \frac{0.1}{4.3} + \frac{0.1}{4.2} = 0.04706$$

$$\delta R = R \frac{\delta R}{R} = 1.0238 \times 0.04706 = 0.04818 \approx 0.05 \text{k}\Omega$$

$$\frac{\delta R}{R} 100 = 4.7 \approx 5 \%$$

Άρα, το αποτέλεσμα του προσδιορισμού της άγνωστης αντίστασης είναι:

$$R = (1.02 \pm 0.05) \text{k}\Omega$$

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Η γραφική παράσταση μας βοηθάει να μελετήσουμε την σχέση δύο μεγεθών. Έστω ότι σε ένα πείραμα μεταβάλουμε την ποσότητα x και καταγράφουμε τις τιμές της ποσότητας y . Τότε, θα απεικονίσουμε την σχέση τους στο διάγραμμα $y=f(x)$, στο οποίο ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στην ποσότητα x και ο κατακόρυφος άξονας στην ποσότητα y . Ένα διάγραμμα συνοδεύεται από τον αντίστοιχο πίνακα μετρήσεων.

Για να γίνει η διαδικασία πιο κατανοητή, θα την περιγράψουμε με αναφορά σε ένα παράδειγμα. Σε ένα πείραμα μετράται η αντίσταση R σύρματος μήκους L . Καταχωρούμε τις μετρήσεις σε πίνακα.

α/α	L (cm)	R (k Ω)	L^2 (cm ²)	RL (k Ω cm)
1	10	0.50	100	5
2	20	0.75	400	15
3	30	1.40	900	42
4	40	1.80	1600	72
5	50	2.50	2500	125
6	60	2.80	3600	168
7	70	3.20	4900	224
8	80	4.20	6400	336
9	90	4.50	8100	405

Θα φτιάξουμε την γραφική παράσταση $R=f(L)$ σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων x-y. Τα διαγράμματα γίνονται στο εργαστήριο σε χιλιοστομετρικό (μιλλιμετρέ) χαρτί.

- Η ποσότητα L αντιστοιχεί στην μεταβλητή x και θα απεικονιστεί στον οριζόντιο άξονα.
- Η ποσότητα R αντιστοιχεί στη μεταβλητή y και θα απεικονιστεί στον κατακόρυφο άξονα.

Λαμβάνοντας υπόψη τις τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν, φτιάχνουμε τις κλίμακες στον οριζόντιο και στον κατακόρυφο άξονα. Οι κλίμακες στους δύο άξονες είναι ανεξάρτητες. Δίπλα από κάθε άξονα, δηλώνουμε το σύμβολο του μεγέθους που απεικονίζεται και την αντίστοιχη μονάδα. Στην συνέχεια βάζουμε τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη μετρήσεων χρησιμοποιώντας ένα ευκρινές σύμβολο (στο παράδειγμα επιλέξαμε τελείες).

→ Εάν από την γραφική παράσταση προκύπτει καμπύλη γραμμή, την χαράσσουμε με την βοήθεια καμπυλόγραμμου. Οι καμπύλες πρέπει να είναι ομαλές και να ακολουθούν την τάση των πειραματικών σημείων. **Ποτέ** δεν ενώνουμε τα πειραματικά σημεία για να χαράξουμε την αντίστοιχη καμπύλη γραμμή. *Τα πειραματικά σημεία δεν λένε όλη την αλήθεια... Τα σφάλματα μέτρησης μας καθοδηγούν στην χάραξη της καμπύλης των πειραματικών σημείων.*

→ Εάν η σχέση των μεταβλητών είναι γραμμική, χαράσσουμε την καλύτερη ευθεία με την **μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων**, η οποία περιγράφεται παρακάτω.

Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας(*), α , και την τεταγμένη επί την αρχή, β , με τους παρακάτω τύπους:

$$y = \alpha x + \beta$$
$$\alpha = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{\Delta}$$
$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \sum_{i=1}^N x_i^2 - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i}{\Delta}$$
$$\Delta = N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

(*) **Σημείωση:** γνωρίζετε άλλο προσεγγιστικό τρόπο υπολογισμού της κλίσης;

Προκειμένου να βοηθηθούμε στον υπολογισμό των αθροισμάτων, σχηματίζουμε τις επιπλέον στήλες όπως φαίνεται στον παραπάνω πίνακα. Στην βάση των στηλών υπολογίζουμε τα απαιτούμενα αθροίσματα και στην συνέχεια κάνουμε αντικατάσταση στους τύπους. Έτσι, βρίσκουμε:

$$\alpha = 0.0516 \text{ k}\Omega/\text{cm}$$

$$\beta = -0.174 \text{ k}\Omega$$

Παρατήρηση: Για τις μονάδες των α και β ισχύει:

$$[\alpha] = \frac{[y]}{[x]}$$
$$[\beta] = [y]$$

όπου, η αγκύλη είναι σύμβολο για την μονάδα (διάσταση) του κάθε μεγέθους.

Η εξίσωση της ευθείας στο παράδειγμά μας είναι:

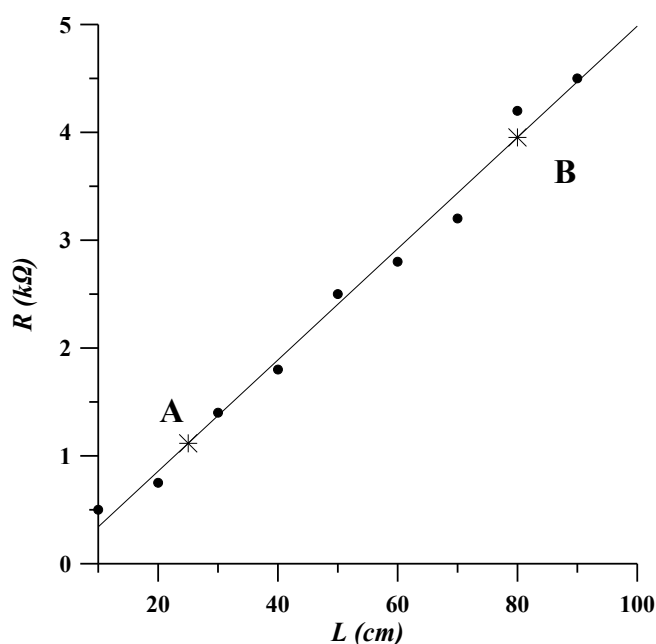
$$R = 0.0516L - 0.174$$

Για να χαράξουμε την ευθεία, χρειαζόμαστε δύο σημεία. Από την εξίσωση της ευθείας βρίσκουμε:

για $L=25$ cm είναι $R=1.116$ k Ω $\rightarrow$ **A (25 , 1.116)**

για $L=80$ cm είναι $R=3.954$ k Ω $\rightarrow$ **B (80 , 3.954)**

Τα σημεία **A** και **B** παριστάνονται στην γραφική παράσταση με διαφορετικό σύμβολο από ότι χρησιμοποιήθηκε για τα πειραματικά σημεία (π.χ στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν αστερίσκοι). Τέλος, με την βοήθεια χάρακα φέρνουμε την καλύτερη ευθεία που περνάει από τα **A** και **B**, δηλαδή την **ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων**.



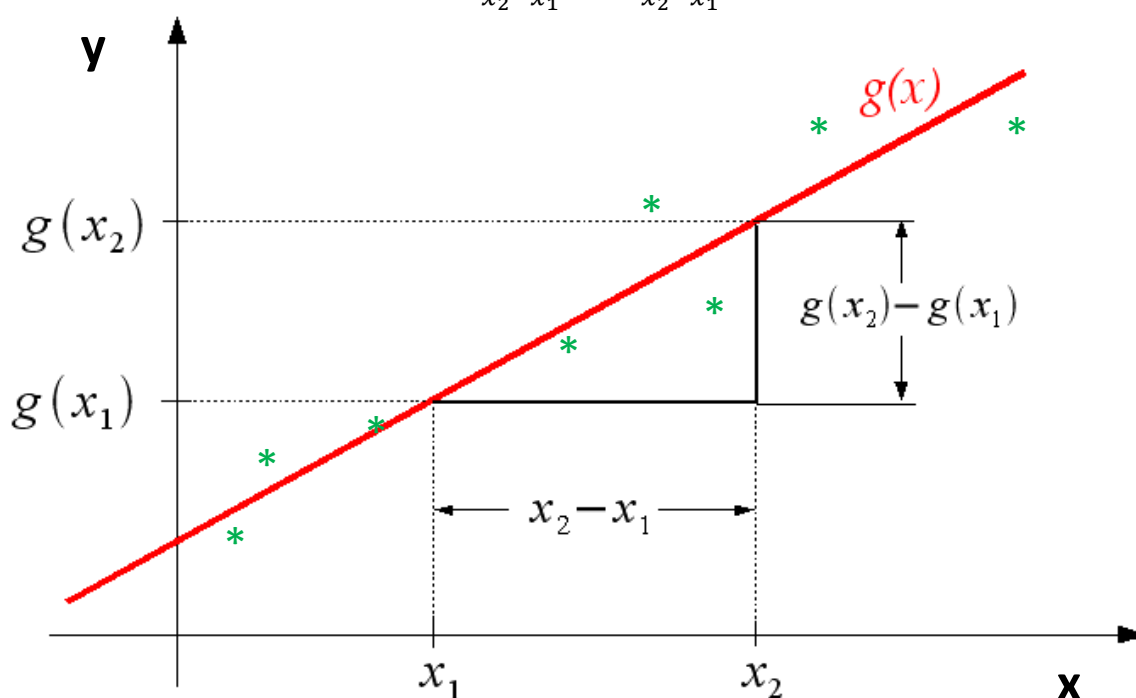
Γραφικός προσδιορισμός κλίσης ευθείας

$$y = g(x) = \alpha x + \beta$$

Την κλίση της ευθείας α μπορούμε να την προσδιορίσουμε προσεγγιστικά γραφικά αφού χαράξουμε την ευθεία που υποδεικνύουν τα πειραματικά σημεία.

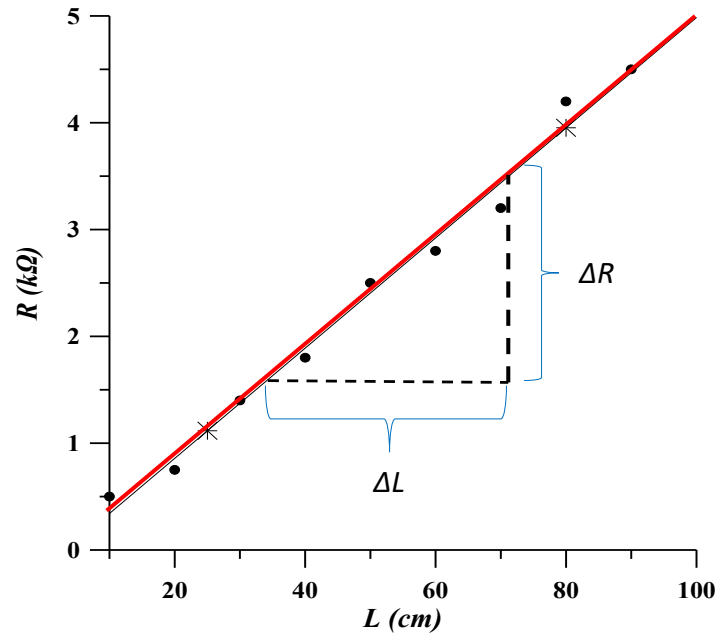
Στην συνέχεια, σχηματίζουμε ένα τρίγωνο που 'πατάει' στην ευθεία, προσδιορίζουμε τις συντεταγμένες των κορυφών του και χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο:

$$\alpha = \frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

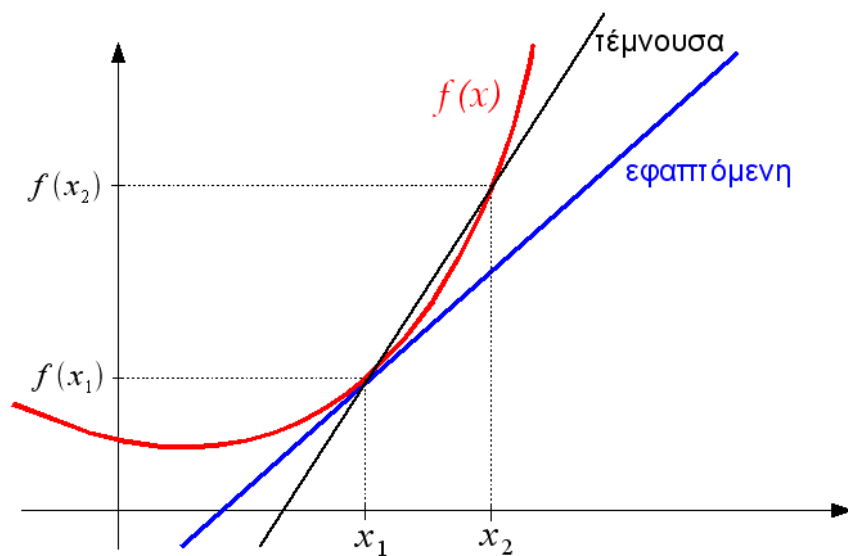


Ερώτηση: Μπορούμε από το γράφημα να προσδιορίσουμε και την τεταγμένη επί την αρχή β ;

Έτσι στο παραπάνω αριθμητικό παράδειγμα, ο προσδιορισμός θα γίνει όπως φαίνεται παρακάτω γράφημα.

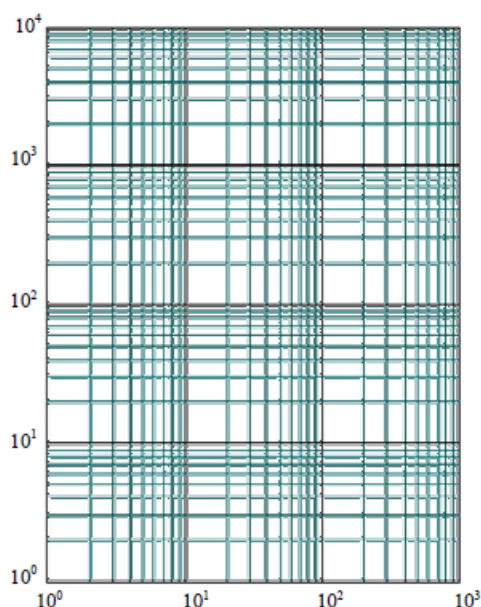


Αν η πειραματική καμπύλη δεν είναι ευθεία, μπορούμε με τον ίδιο τρόπο να προσδιορίσουμε την κλίση της καμπύλης τοπικά σε ένα σημείο της από την κλίση της εφαπτόμενης ευθείας σε αυτό.



Λογαριθμικά διαγράμματα

Όταν οι μετρήσεις μας μεταβάλλονται σε ευρεία κλίμακα χρησιμοποιούμε για να τις παραστήσουμε και να τις επεξεργαστούμε, διαγράμματα με τον αντίστοιχο άξονα σε λογαριθμική κλίμακα.

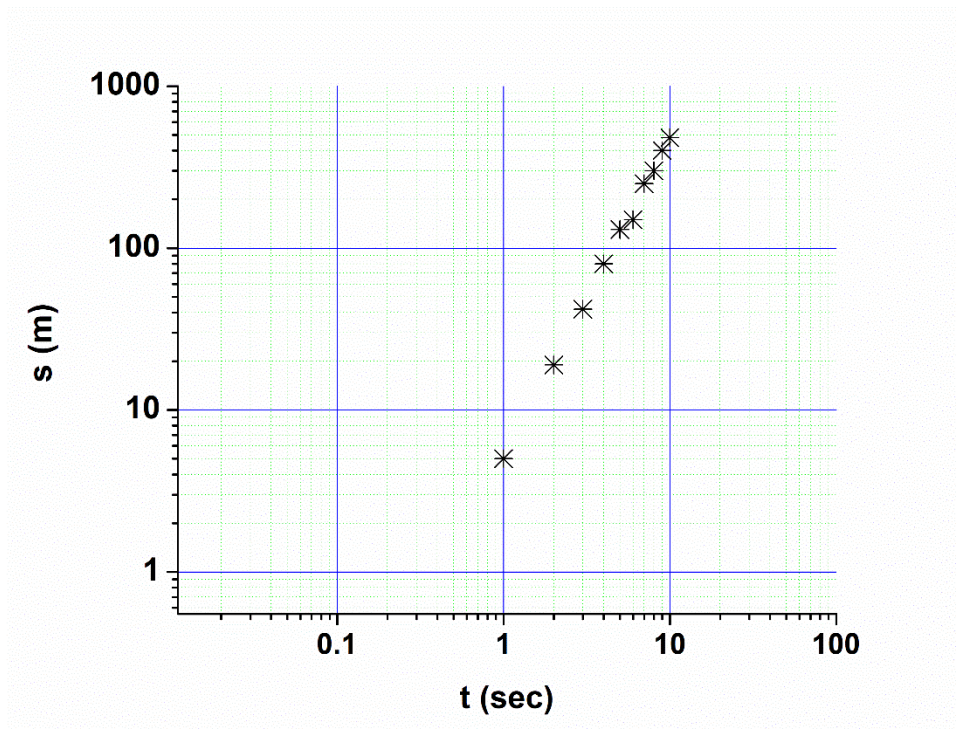


Παράδειγμα

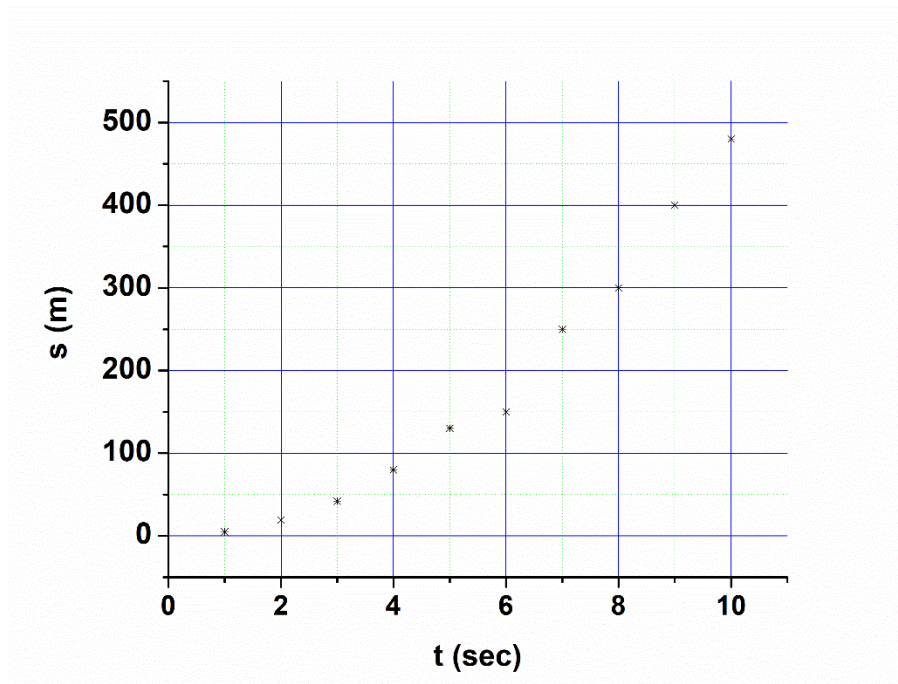
Στα παρακάτω δύο διαγράμματα παριστάνονται οι μετρήσεις μήκους (s) σαν συνάρτηση του χρόνου (t).

A/A	t (sec)	s (m)	s (m)
1	1	4.905	5
2	2	19.62	19
3	3	44.145	42
4	4	78.48	80
5	5	122.625	130
6	6	176.58	150
7	7	240.345	250
8	8	313.92	300
9	9	397.305	400
10	10	490.5	480

Διάγραμμα σε λογαριθμική κλίμακα



Διάγραμμα σε χιλιοστομετρική κλίμακα



Παρατήρηση: Η καμπύλη $s(t)$ έχει 'μετατραπεί' στο λογαριθμικό διάγραμμα σε ευθεία γραμμή. Από αυτή μπορούμε εύκολα να εξάγουμε πληροφορίες.

Ας υποθέσουμε ότι η σχέση μεταξύ δύο μεγεθών είναι ένα μονώνυμο έχει δηλαδή την μορφή:

$$y = \alpha \cdot x^n$$

όπου n πραγματικός αριθμός. Λογαριθμίζοντας την σχέση αυτή παίρνουμε:

$$\log y = \log \alpha + n \cdot \log x$$

Εάν τώρα θεωρήσουμε νέες μεταβλητές $Y = \log y$, $X = \log x$, η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$Y = C + n \cdot X$$

όπου $C = \log \alpha$.

Η καμπύλη $Y = f(X)$ είναι ευθεία γραμμή με τεταγμένη επί την αρχή $C = \log \alpha$ και συντελεστή κλίσεως n . Αν παραστήσουμε τις τιμές των x και y σε λογαριθμική κλίμακα (αντί να υπολογίσουμε τους λογαρίθμους τους) θα έχουμε το ίδιο οπτικό αποτέλεσμα (ευθεία γραμμή). Από ένα τέτοιο διάγραμμα μπορούμε να προσδιορίσουμε τα n και α και να βρούμε την σχέση $y = \alpha \cdot x^n$ που χαρακτηρίζει το φαινόμενο.

Ας θεωρήσουμε το παράδειγμα της σχέσης:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

που δίνει την περίοδο του εκκρεμούς. Όπως φαίνεται, η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από το μήκος ℓ του νήματος του εκκρεμούς και από την επιτάχυνση του πεδίου βαρύτητας g στο οποίο βρίσκεται. Αν είναι γνωστό το ℓ και μετρηθεί το T βρίσκουμε το g .

Η παραπάνω έκφραση μπορεί να γραφεί:

$$\log T = \log \frac{2\pi}{\sqrt{g}} + \frac{1}{2} \cdot \log \ell$$

Γραφική παράσταση της σχέσης $\log T = f(\log \ell)$ είναι ευθεία με κλίση $n = \frac{1}{2}$ και τεταγμένη επί την αρχή $C = \log \alpha$.