

Αγωγοί σε ηλεκτρικά πεδία

* Μονωτές (διηλεκτρικά), είναι υλικά όπως γυαλί, πορσελίνη, λάσπη, νάιλον, κ.α. που ΔΕΝ επιτρέπουν την κίνηση ηλεκτρικού φορτίου.

→ Όλα τα e^- είναι δεσμευμένα στα άτομα και δεν υπάρχουν ελεύθερα e^- .

* Αγωγοί (μέταλλα), όπως χαλκός, σίδηρος, χρυσός, αργίριο, έχουν ελεύθερα e^- (που δεν είναι δεσμευμένα σε κάποιο άτομο του υλικού, αλλά κινούνται ελεύθερα σε όλο το υλικό).

→ Η κίνηση των ελεύθερων e^- στους αγωγούς είναι "ορατότητα" με αυτή των μορίων αερίου σε δοχείο $\Rightarrow$ αέριο ελεύθερων ηλεκτρονίων.

→ Εάν υποθετίσουμε ηλεκτρικό φορτίο σε αγωγό αυτό θα απλωθεί στην επιφάνεια του αγωγού ως ότου φρεθεί μια κατάσταση ισορροπίας.

Αυτή η κατανομή ^{έρεχεται} $\sqrt{\text{γίνεται}}$ σε $\sim 10^{-16}$ s σε ισορροπία.

- Στην ηλεκτροστατική ισορροπία το ηλεκτρικό πεδίο τίπο που αγκυρός είναι πάντοτε μηδενικό! $\vec{E} = 0$.

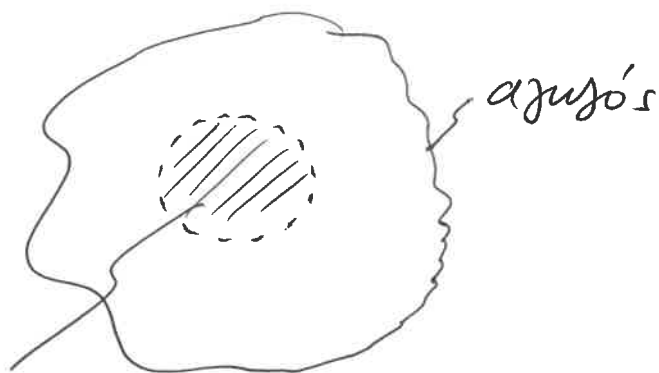
► Απόδειξη (ει άτομο αναμνή): Αν δεν είχαμε $\vec{E} = 0$ τίπο που αγκυρός θα είχε κίνηση φορτίων προκλήθουν να εξουδετερωθεί το ίδιο και να γίνει $\vec{E} = 0$.

Πρόταση 1: Σε αγκυρός σε στατική ισορροπία κάθε πρόσθετο φορτίο που τοποθετείται (π.χ. από επαφή) παράγει στην επιφάνεια.

Απόδειξη με νόμο Gauss:

$$\oiint_{\text{συν}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{εμπν.}}}{\epsilon_0}$$

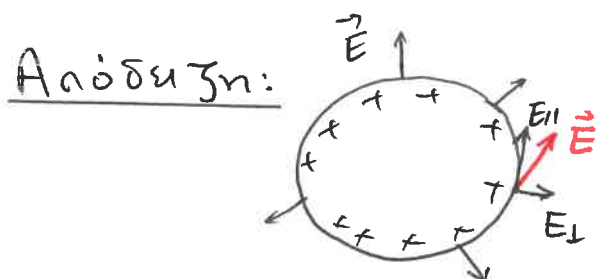
αφού
 $\vec{E} = 0$



Μηχανή επιφάνεια
Gauss στο εσωτερικό

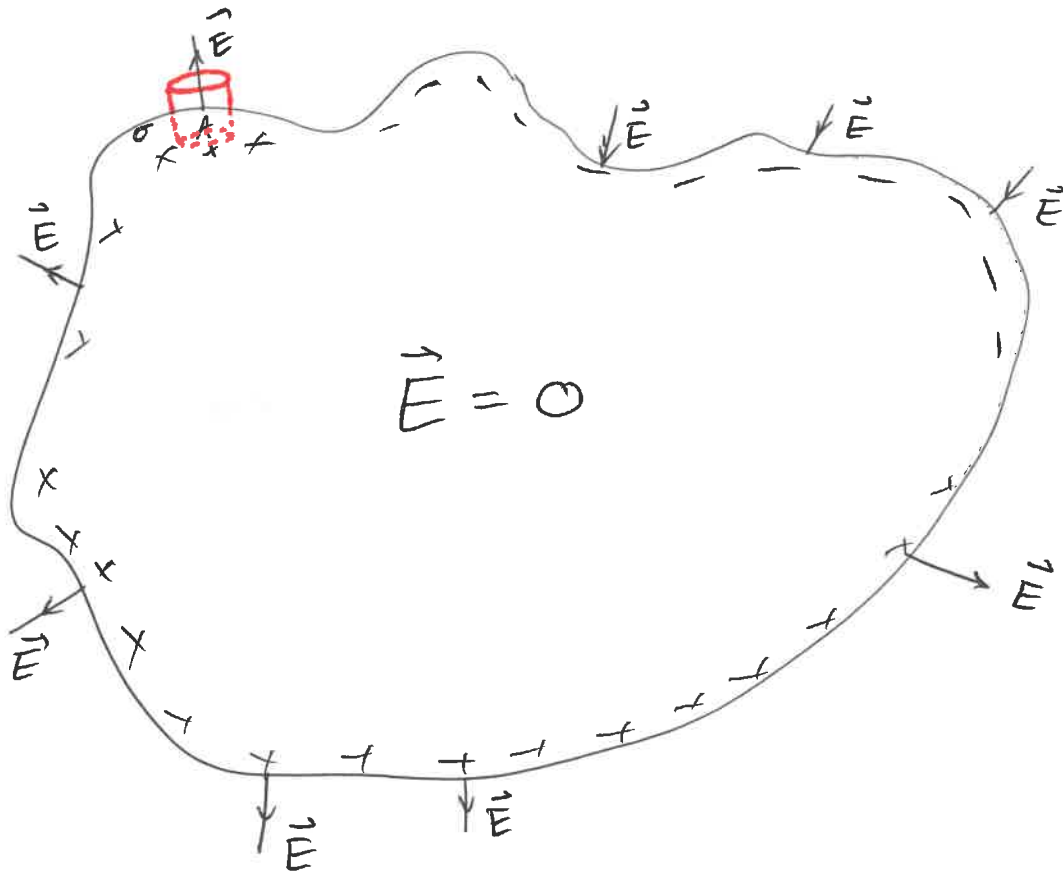
$$\Rightarrow 0 = \frac{Q_{\text{εμπν.}}}{\epsilon_0} \Rightarrow Q_{\text{εμπν.}} = 0$$

Πρόταση 2: Το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ που δημιουργείται στο εξωτερικό του αγκυρός είναι ΠΑΝΤΑ ~~καθ~~ $\perp$ στην επιφάνεια, όταν ο αγκυρός βρίσκεται σε στατική ισορροπία.



Αν υπήρχε συνιστώσα $E_{\parallel}$ παράλληλη στην επιφάνεια θα κινούνταν τα φορτία και δεν θα είχα ισορροπία $\vec{E} \perp$ στην επιφάνεια!

Είτε εάν τοποθετήσουμε ελκεία φορτία σε αγωγό,
 είτε εάν έναν ουδέτερο ηλεκτρωτά σε εξωτερικό
 ηλεκτρικό πεδίο η εικόνα που θα έχουμε θα είναι:
 ηα του αγωγού:



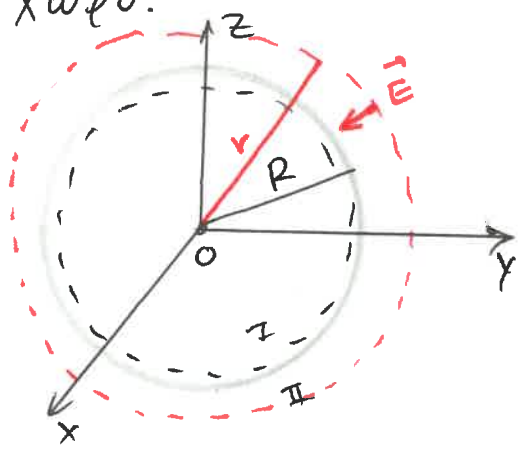
- $\vec{E} = 0$ μέσα
- $\vec{E} \perp$ επιφάνεια

και από ν. Gauss; $E \cdot A = \frac{\sigma \cdot A}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ το ίδιο

Άρα $\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}}$, $\hat{n} \equiv$ Μοναδιαίο διάνυσμα $\perp$ στην επιφάνεια του αγωγού.

Σχόλιο: Με τον τρόπο αυτό θεωρούμε ηλεκτρικά ευαίσθητα όργανα ή εξοπλισμούς προστατευόμενα τα εντός μεταλλικού κελυφούς (κλωβός Faraday).

Άσκηση 1: Φορτίο $-Q$ τοποθετείται πάνω σε σφαιρική αγωγική σφαίρα. Να υπολογίσετε το πεδίο σε όλο το χώρο.



Απάντηση:

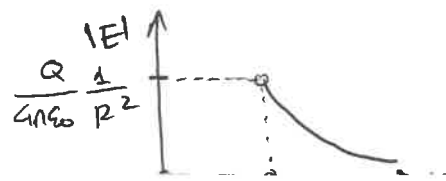
Ανού έχουμε αγωγό ατίου συν περιοχή I, $\vec{E}=0$, $0 < r < R$.

Περιοχή II: N. Gauss:
$$\oint_{\text{scv}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{εξω}}}{\epsilon_0}$$

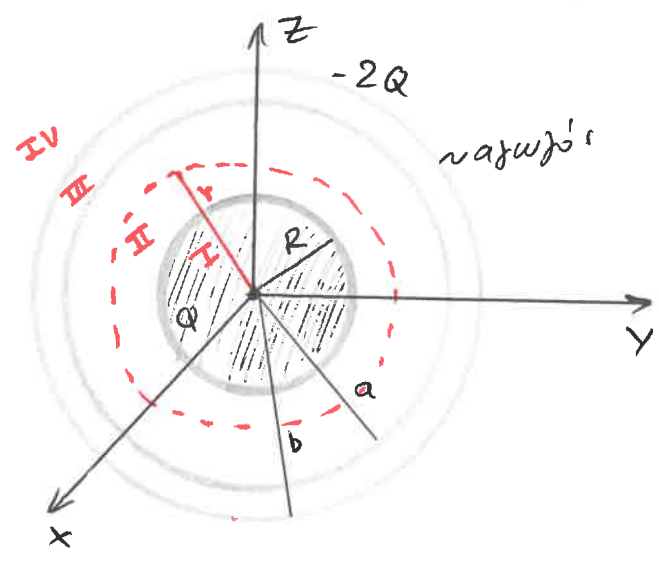
$$\Rightarrow -|E|4\pi r^2 = -\frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow |E| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r}, \quad r > R \quad \text{Γραφικά η ένταση } |E|:$$



Άσκηση 2: Ομοιομορφα φορτισμένη σφαίρα ακτίνας R , φορτίο Q και ομόκεντρο αγωγό σφαιρικό κέλυφος φορτισμένο με φορτίον $-2Q$, βρείτε το $\vec{E}$ σε όλο το χώρο.



Απάντηση:

Περιοχή I:

$$\oiint_{S_{\text{cyl}}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{εξω}}}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{\rho}{Q} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^3} r$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^3} r \hat{r}, \quad 0 < r < R$$

Περιοχή II:

$$|\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{εξω}}}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r}, \quad R < r < a$$

Περιοχή III:

$$\text{Εσωτερικά αγωγού} \Rightarrow \vec{E} = 0, \quad a < r < b$$

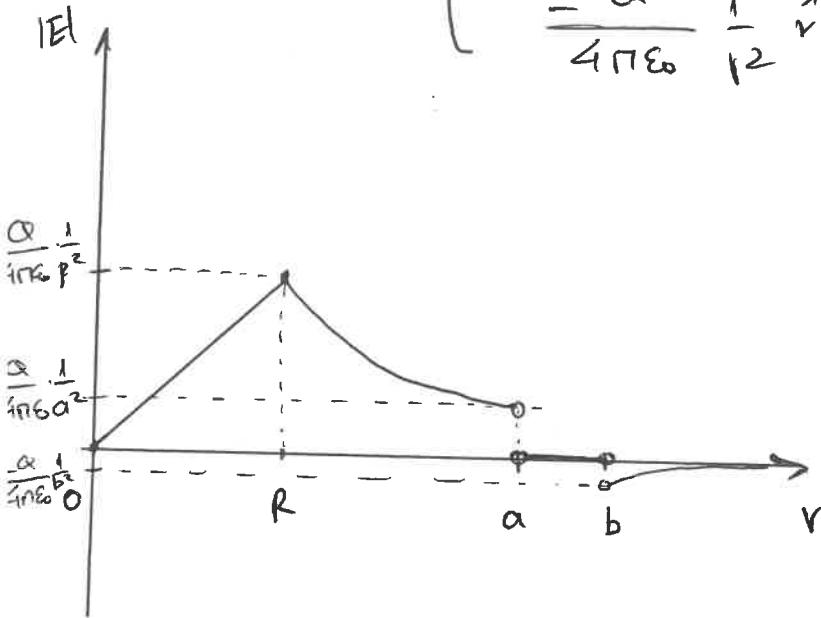
Περιοχή IV:

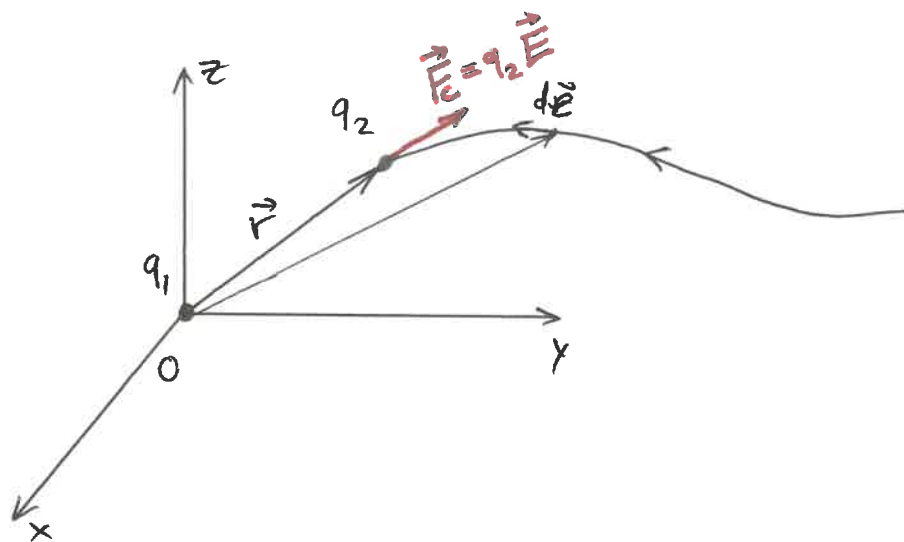
$$|\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{εξω}}}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{(-2Q + Q)}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r}, \quad r > b$$

Σωπώσ:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3} \hat{r}, & 0 < r \leq R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r}, & R \leq r < a \\ 0, & a < r < b \\ -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \hat{r}, & r > b \end{cases}$$





Φανταστείτε ότι έχουμε "καρφεζαώσει" ένα φορτίο q_1 στην αρχή των αξόνων. Φέρναμε τώρα ένα φορτίο q_2 από πολύ μακριά (το άπειρο) μέχρι των διαν $\vec{r}$. Για να το μεταφέρουμε έχουμε ~~καταβάσει~~ πατάει κάποιο έργο καθώς πρέπει να υπερνικήσουμε την δύναμη Coulomb. Το έργο μας αποθηκεύεται ως ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U και είναι:

$$U = \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}_{\text{ελκ}} \cdot d\vec{\ell} = - \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}_c \cdot d\vec{\ell} = - \int_{\infty}^{\vec{r}} q_2 \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

Όπως γνωρίζουμε ότι: $\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r}$

$$d\vec{\ell} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin\theta d\phi \hat{\phi}$$

οπότε: $\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{r} \right) \cdot (dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin\theta d\phi \hat{\phi})$

$$= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} dr, \text{ αφού } \begin{aligned} \hat{r} \cdot \hat{r} &= 1 \\ \hat{r} \cdot \hat{\theta} &= 0 \\ \hat{r} \cdot \hat{\phi} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Αρα } U(r) &= - \int_{\infty}^r \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r'^2} dr' \\ &= - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{1}{r'^2} dr' \\ &= - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r'} \right]_{\infty}^r \end{aligned}$$

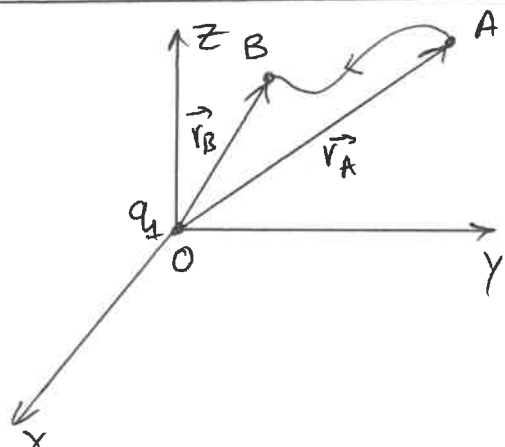
ΜΟΝΟ Η ΑΚΤΙΝΙΚΗ
ΣΥΝΙΣΤΕΣΑ ΣΥΝΓΙΣΘΕΡΕΙ
ΣΤΟ ΕΡΓΟ!!!
Αρα $U = U(r)$.

$$\Rightarrow \boxed{U(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}} \rightarrow \text{Βαθμική Ποσότητα Μονάδες J (Joule)}$$

ΣΟΣ

Σχόλιο: Για να ορίσετε την $U(r)$ διαλέξατε να φέρετε το φορτίο από το ∞ . Γιατί έχετε η σφαγή.

Διαφορά δυναμικής ενέργειας μεταξύ σημείων $\vec{r}_B$ και $\vec{r}_A$.



Για να μετακινήσουμε ένα φορτίο q_2 από το A στο B παρόμαστε έργο. Συνολικά η δυναμική ενέργεια που του αποδίδεται είναι:

$$\begin{aligned} W_{A \rightarrow B} &= \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}_{\text{σταθ}} \cdot d\vec{\ell} = - \int_{r_A}^{r_B} q_2 E dr = - \int_{r_A}^{r_B} \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} dr \\ &= - \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{r^2} dr \\ &= - \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} \\ &= \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B} - \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} = U_B - U_A = \Delta U. \end{aligned}$$

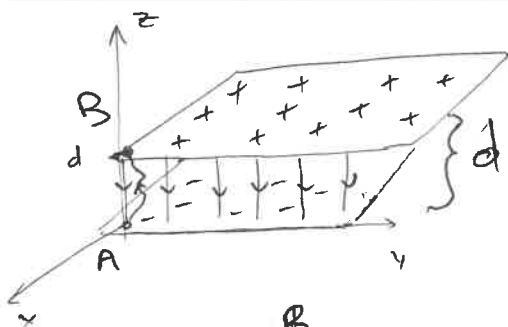
Παρατηρήσεις:

-9-

1] Η διαφορά συν δυαδικής ενέργειας μεταξύ δύο σημεία A, B , δηλαδή $U_A - U_B = W_{A \rightarrow B}$ είναι ίση με το έργο που παράγεται για αυτή τη μετακίνηση.

2] Το έργο που αφείλγεται στη δύναμη Coulomb ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟ ΤΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ. Εξαρτάται μόνο από το αρχικό και τελικό σημείο. Όταν ένα λεγόμενο δυναμικό έχει αυτή την ιδιότητα, τότε καλείται ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΟ. (π.χ. ΗΜ, βαρύτητα)

Εφαρμογή: Να βρείτε τη μεταβολή της δυαδικής ενέργειας ΔU όταν φορτίο q_0 κινείται μεταξύ των παρακάτω πλακών.



$$\vec{E} = \frac{-\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F}_{\text{ελκ}} \cdot d\vec{\ell} = - \int_0^d q_0 E dz = + q_0 \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dz = q_0 \frac{\sigma}{\epsilon_0} [z]_0^d = \frac{q_0 \sigma d}{\epsilon_0}$$

Αρα $W_{AB} = + \Delta U \Rightarrow \boxed{\Delta U = + q_0 \sigma d / \epsilon_0} > 0$ αυξήθηκε η δυαδική ενέργεια