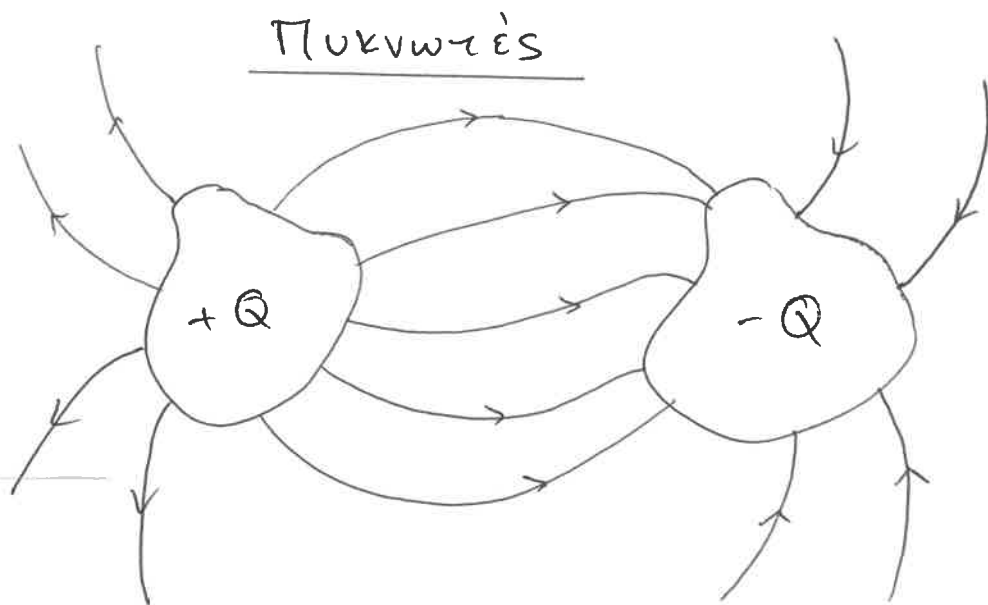




- Δύο οποιοδήποτε αγωγοί που διαχωρίζονται από ένα κενό αποτελούν ένα πυκνωτή.
- Κάθε αγωγός έχει αρχικά φορτίο μηδέν και φόρτιση πυκνωτή είναι η διαδικασία όπου φορτία από τον ένα αγωγό μεταφέρονται στον άλλο.
- Οι δύο αγωγοί έχουν φορτία με ίδιο μέτρο και αντίθετα πρόσημα $\rightarrow Q_{\text{ολ.}} = 0$.
- Λέμε ότι ένας πυκνωτής φέρει φορτίου Q , όταν
 - * ο αγωγός με το υψηλότερο δυναμικό φέρει φορτίο $+Q$.
 - * $\text{---} // \text{---}$ το χαμηλότερο $\text{---} // \text{---}$ $-Q$.

Χωρητικότητα: Ορίζουμε το μέγεθος

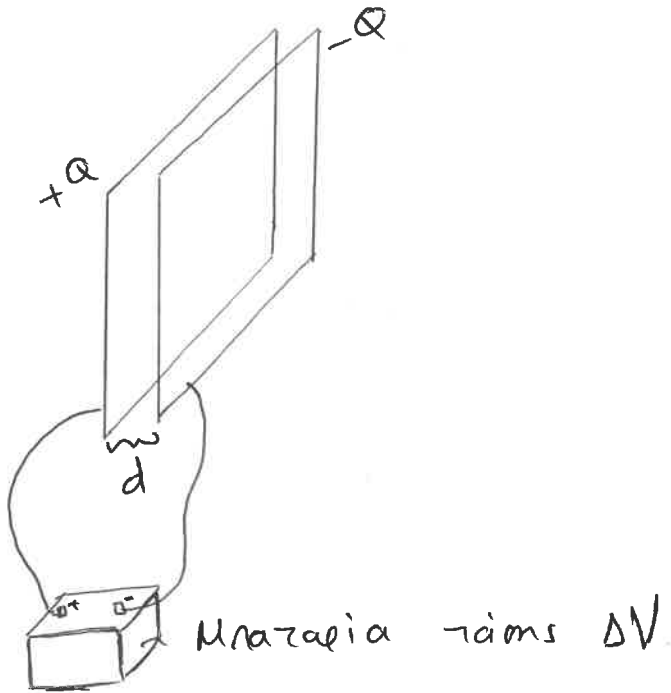
$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

φέρει κάθε στίβου
 Διάρκεια
 δυναμικού μεταβολής

Μονάδες $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{C}{V} \equiv 1 F (\text{Farad})$

→ Σύμβολο πυκνωτή σε κύκλωμα: $\begin{array}{c} C \\ \hline + \quad | \quad | \quad - \end{array}$

Τρόπος φόρτισης:



Συνδέουμε τις δύο αγωγικές επιφάνειες με μπαταρία παροχής τάσης ΔV . Αφού μετράμε στα αγωγούς ποσότητες ΔV θα είναι και η διαφορά δυναμικού μεταξύ τους.

Έτσι μετράμε τι φορτίο $+Q, -Q$ έχει ελαχδύ στις πλάκες. Με αυτή τη ποσότη ορίζουμε τη χωρητικότητα ως:

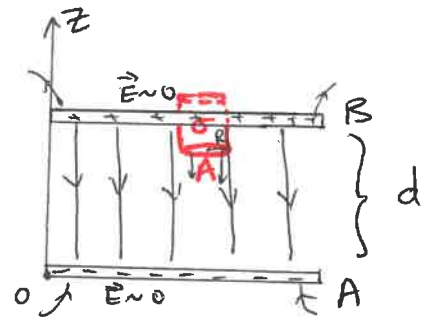
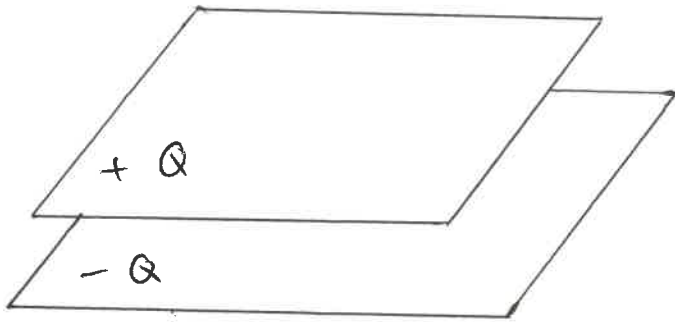
$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (\text{ή } Q = C \cdot \Delta V)$$

Όσο πιο μεγάλη ΔV τόσο πιο πολύ φορτίο ελίσσεται.

Σημαντικό: Η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή εξαρτάται ΜΟΝΟ από τα φυσικά χαρακτηριστικά της διάταξης.

Άσκηση 1: Παράλληλες αγώγιμες πλάκες πυκνωτή φέρουν -3-

φόρτιο Q . Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ καθώς και τη διαφορά δυναμικού ΔV μεταξύ των πλακών του πυκνωτή, καθώς και τη χωρητικότητα C .



Απάντηση:

► Από νόμο Gauss έχουμε: $\oint_{\text{cyl}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$



$$\Rightarrow |\vec{E}| \cdot \pi R^2 = \frac{\sigma \cdot \pi R^2}{\epsilon_0}$$

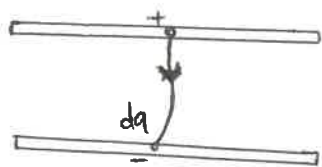
$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$$

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_0^d -\frac{\sigma}{\epsilon_0} dz = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

$$\text{Χωρητικότητα: } C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\sigma d / \epsilon_0} = \frac{\epsilon_0 Q}{\sigma d} \Rightarrow \boxed{C = \frac{\epsilon_0 A}{d}}$$

Εάν οι πλάκες έχουν εμβαδόν A , τότε $\sigma = \frac{Q}{A}$

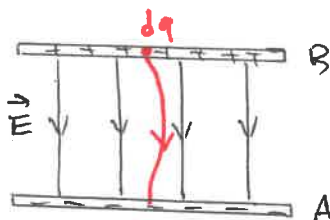
Αποθηκευμένη Ενέργεια στο πυκνωτή:



Αρχικά φορτισμού
πυκνωτής και τον

φορτίω παίρνοντας
φορτίο dq από τη μια
πλάκα συν άλλη

Φορτίω
ΤΕ
μεταφορά
 dq



Δημιουργεί $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z}$

το οποίο καθώς συνεχίσει
να τον φορτίω, πρέπει να
υπερνικήσει για να πάει το dq
από το Β στο Α.

Το στοιχειώδες έργο για να το φορτίω είναι :

$$dW = dq \Delta V(q) \Rightarrow W_{0.} = \int_0^Q V(q) dq$$

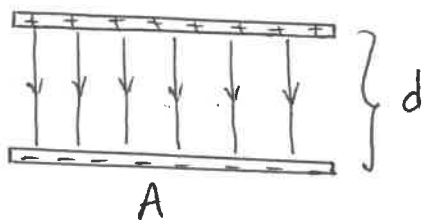
Αποφανώς όσον η διαφορά δυναμικού ΔV εξαρτάται από
το φορτίο. Όπως είδαμε: $V(q) = \frac{q}{C}$

$$\Rightarrow W_{0.} = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Το έργο αυτό που παράγουμε αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια.

$$U = \frac{Q^2}{2C} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} CV^2 \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} QV$$

Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου



Είδαμε ότι η σωστή ενέργεια η οποία είναι αποθηκευμένη στο πυκνωτή είναι: $U = \frac{1}{2} CV^2$

Ορίζουμε την πυκνότητα της ηλεκτρικής ενέργειας ως:

$$u_E = \frac{\text{Ενέργεια}}{\text{Όγκος}} = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{A \cdot d} \quad \left. \vphantom{u_E = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{A \cdot d}} \right\} \Rightarrow$$

Όμως: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ και $V = E \cdot d$

$$u_E = \frac{\frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot E^2 \cdot d^2}{A \cdot d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

ΣΟΣ

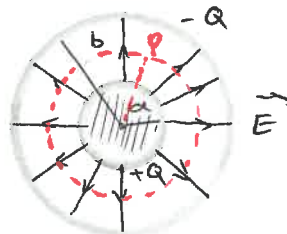
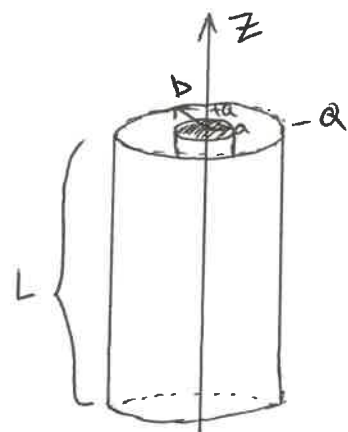
$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

~ Πυκνότητα ηλ. ενέργειας
σε οποιαδήποτε περιοχή του
χώρου $\sim E^2$.

► Η παραπάνω σχέση ισχύει $\forall \vec{E}$, και όχι μόνο για
τη διάταξη του πυκνωτή που είδαμε.

► Η ενέργεια στο σύστημα βρίσκεται αποθηκευμένη στο
πεδίο $\vec{E}$!!!

Άσκηση 2: Έστω αγωγικός κύλινδρος ύψους L και ακτίνας a και κοίλος αγωγικός κύλινδρος ύψους L και εσωτερικής ακτίνας b . Υπολόγισε τη χωρητικότητα αυτού του κυλινδρικού πυκνωτή (αγνοήστε τα πεδία στα άκρα).



Απάντηση:

► Από νόμο Gauss: $\oiint_{\text{συν}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{εμπ}}}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{\left(\frac{Q}{2\pi a L}\right) \cdot 2\pi a \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{(Q/L) \cdot l}{\epsilon_0}, \quad \lambda \equiv Q/L \text{ (C/m)}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \hat{e}$$

$$\Rightarrow \Delta V = - \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} dr = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r} dr = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} [\ln r]_a^b$$

$$\Rightarrow \Delta V = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

Το "-" δεν μας προφέρει οφείζεται στη διαφορά που διαδίστατε. Αφού κινούμαστε μαζί με το $\vec{E}$ "ήρθε η διαφορά δυναμικού". "Δαν γράφουμε".

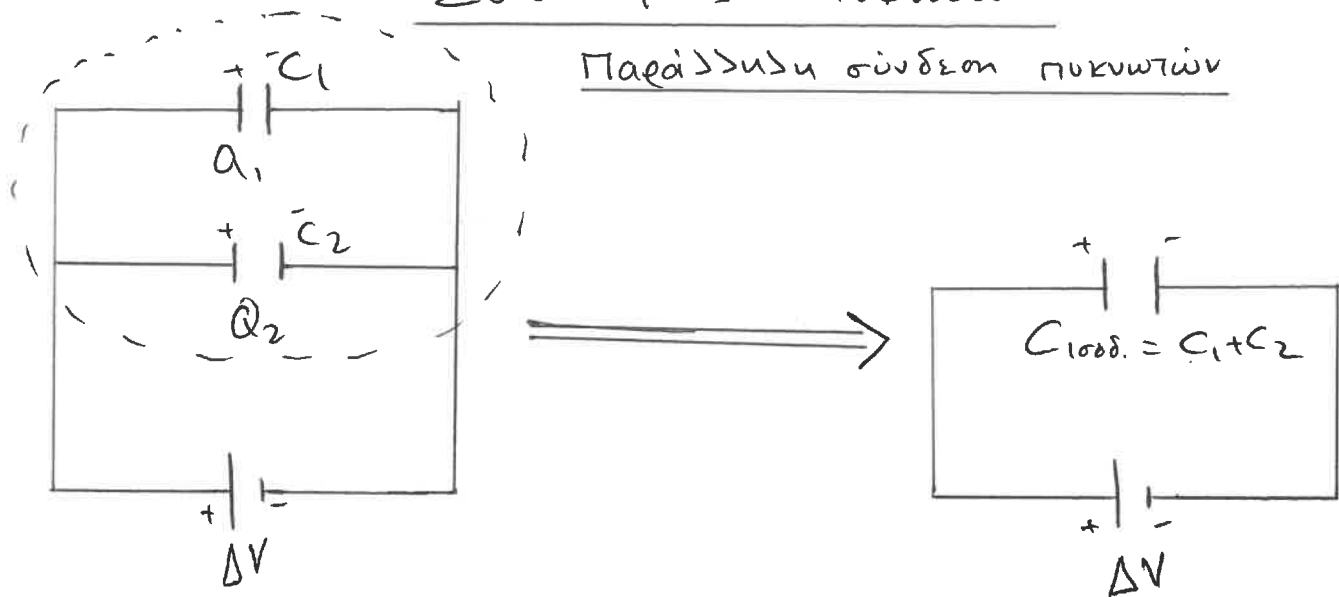
$$\Rightarrow C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)}$$

Μόνο από γεωμετρικά χαρακτηριστικά!!!

Συνδυασμός Πυκνωτών

- 7 -

Παράλληλη σύνδεση πυκνωτών

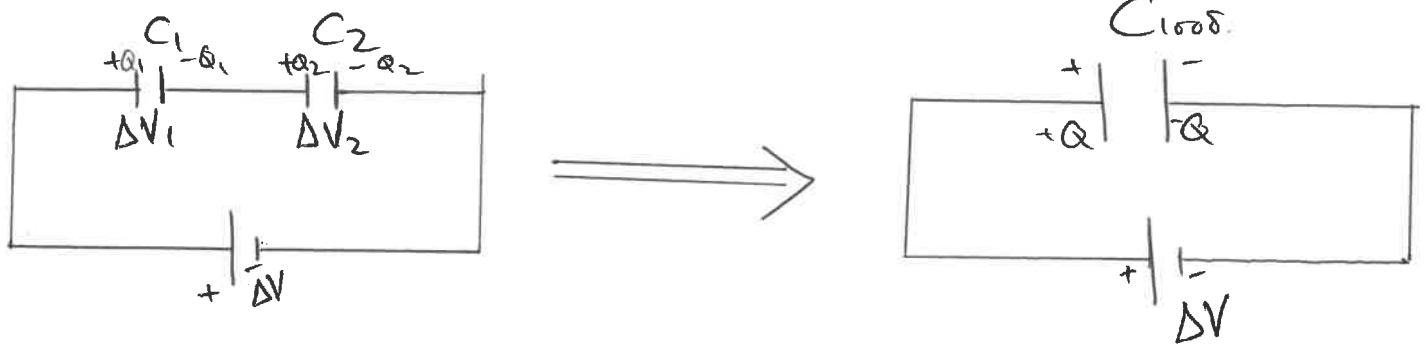


- Έστω πυκνωτές που είναι συνδεδεμένοι παράλληλα
- και οι δύο πυκνωτές βρίσκονται συν ίδια διαφορά δυναμικού ΔV
- Θέλουμε να ζητάσουμε ένα ισοδύναμο κύκλωμα, το οποίο να έχει ένα πυκνωτή μόνο με κατάλληλη χωρητικότητα ο οποίος να είναι ισοδύναμος με τους δύο συνδεδεμένους παράλληλα. Αυτό γίνεται σε κυκλώματα για να αντιστοιχούνται οι διατάξεις στη πράξη.

➤ Δουλεύουμε ως εξής: $Q_{\text{ισ.}} = Q_1 + Q_2$

Από ΔV κοινό: $\frac{Q_{\text{ισ.}}}{\Delta V} = \frac{Q_1}{\Delta V} + \frac{Q_2}{\Delta V}$

$$\Rightarrow \boxed{C_{\text{ισδ.}} = C_1 + C_2}$$



► Για να βρούμε την $C_{100\delta}$ εφαρμόσαμε ως εξής:

Γνωρίζουμε ότι: $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$ (1)

► Προσοχή: Μέσω του αγωγού (καλωδίου) που συνδέει τον δεξιό οπλισμό του πρώτου πυκνωτή και τον αριστερό οπλισμό του δεύτερου θα μεταφερθεί φορτίο από τον ένα στον άλλο. Έτσι $-Q_1 = +Q_2 = Q$.

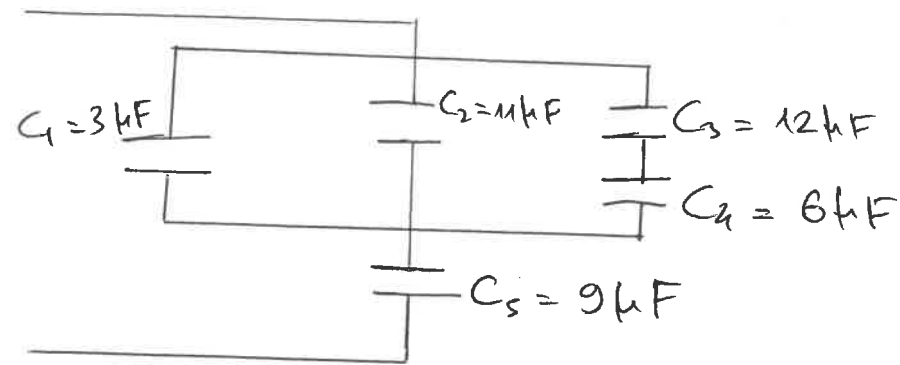
Το φορτίο είναι το ίδιο διότι όλα αλγεβρικά φορτία δίνει η κατάσταση δεξιά, τόσο παίρνει από αριστερά θα να έχει $\Delta V = \text{const.}$

$$(1) \Rightarrow \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{C_{100\delta}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{C_{100\delta}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Εφαρμογή: Να βρεθεί η χωρητικότητα του ισοδύναμου πυκνωτή για την παρακάτω διάταξη.



Απάντηση:

• C_3, C_4 σε σειρά: $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$

$$\Rightarrow \frac{1}{C'} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow C' = 4 \mu F$$

• C_1, C_2, C' παράλληλα: $C'' = C_1 + C_2 + C' = (3 + 11 + 4) = 18 \mu F$

• και τέλος: C'', C_5 σε σειρά: $\frac{1}{C_{ολ.}} = \frac{1}{C''} + \frac{1}{C_5}$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{ολ.}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \underline{C_{ολ.} = 6 \mu F}$$