

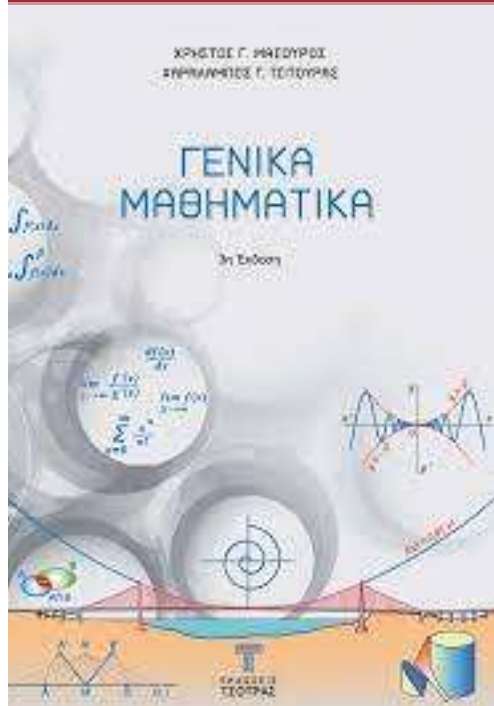


ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Τμήμα: Αγροτικής Ανάπτυξης, Αγροδιατροφής και  
Διαχείρισης Φυσικών Πόρων

Μάθημα: Μαθηματικά

Ενότητα: Σύνολα, Συναρτήσεις και Πραγματικοί Αριθμοί


















## Σταμάτης Βολιώτης 2<sup>ο</sup> μάθημα

Οι διαφάνειες έχουν βασισθεί στο βιβλίο:  
Γενικά Μαθηματικά, Μασούρας, Τσίτουρας

# Συναρτήσεις

- Απεικόνιση

 <p>PANAGIOTIS KALAITZAKIS # 0</p>	 <p>LUCA VILDOZA # 2</p>	 <p>KYLE GUY # 3</p>	 <p>DIMITRIS MORAITIS # 6</p>
 <p>KOSTAS SLOUKAS # 10</p>	 <p>JERIAN GRANT # 22</p>	 <p>MARIUS GRIGONIS # 40</p>	
 <p>ALEKSANDER BALCEROWSKI # 8</p>	 <p>ALEXANDROS SAMONUROV # 20</p>	 <p>IOANNIS PAPAPETROU # 21</p>	 <p>JUANCHO HERNANGOMEZ # 41</p>
 <p>KONSTANTINOS MITOGLOU # 44</p>	 <p>ELEFThERIOS MANTZOUKAS # 72</p>		
 <p>MATHIAS LESSORT # 26</p>	 <p>KOSTAS ANTETOKOUNMPO # 37</p>		

# Συναρτήσεις

- Απεικόνιση

1

-



ARYNA SABALENKA

2

-



IGA SWIATEK

3

-



COCO GAUFF

4

-



JESSICA PEGULA

5

-



ELENA RYBAKINA

# Συναρτήσεις

- Απεικόνιση



**Cillian Murphy**  
J. Robert Oppenheimer



**Emily Blunt**  
Kitty Oppenheimer



**Matt Damon**  
Leslie Groves



**Robert Downey Jr.**  
Lewis Strauss



**Alden Ehrenreich**  
Senate Aide



**Scott Grimes**  
Counsel



**Jason Clarke**  
Roger Robb



**Kurt Koehler**  
Thomas Morgan



**Tony Goldwyn**  
Gordon Gray



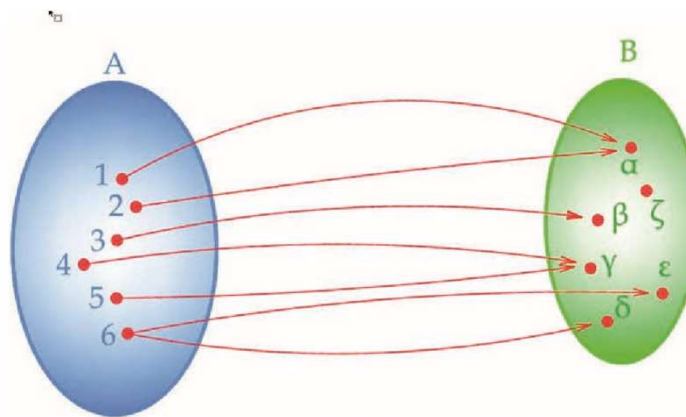
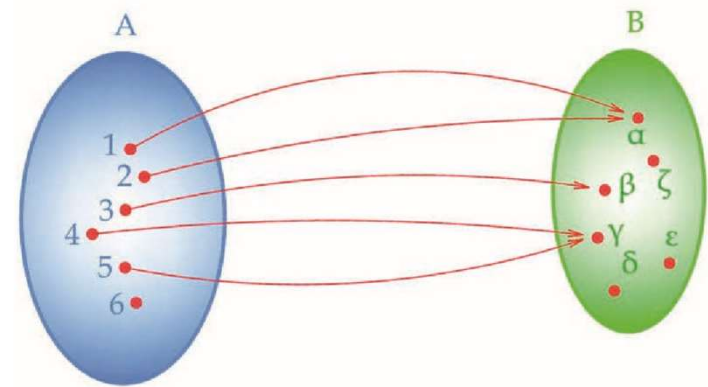
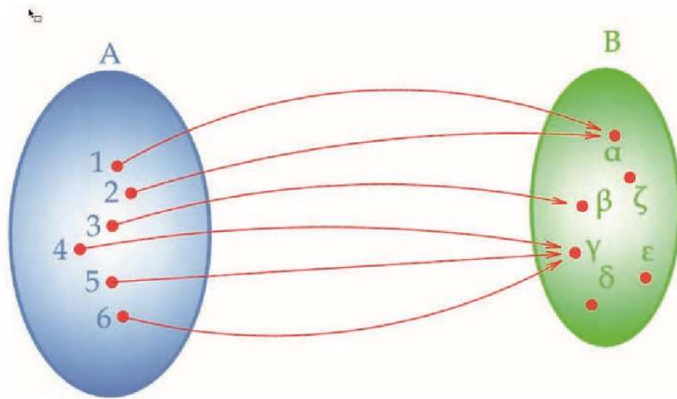
**John Gowans**  
Ward Evans

# Συναρτήσεις

- Απεικόνιση
- Έστω  $A$  και  $B$  δύο σύνολα διάφορα του κενού και ένας κανόνας, ας τον συμβολίσουμε με  $f$ , με τον οποίον αντιστοιχίζουμε σε κάθε στοιχείο  $x$  του  $A$  ένα και μόνον ένα στοιχείο  $y$  του  $B$ . Τότε λέμε ότι έχουμε μία **απεικόνιση**  $f$  από το  $A$  στο  $B$ , και γράφουμε συμβολικά:
  - $f: A \rightarrow B$
  - η  $f$  είναι μια απεικόνιση με πεδίο ορισμού το  $A$  και με τιμές μέσα στο  $B$
  - πεδίο ορισμού  $D(f)$
  - ανεξάρτητη μεταβλητή  $x$
  - εξαρτημένη μεταβλητή  $y$
- Ταυτόσημος με τον όρο απεικόνιση είναι και ο όρος **συνάρτηση**, τον οποίο τον χρησιμοποιούμε συχνότερα όταν τα  $A$  και  $B$  είναι υποσύνολα του συνόλου των πραγματικών αριθμών  $\mathbb{R}$  ή το ίδιο το  $\mathbb{R}$
- Μια απεικόνιση από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$  είναι ένα υποσύνολο του καρτεσιανού γινομένου  $A \times B$

# Συναρτήσεις

- Είναι συναρτήσεις?



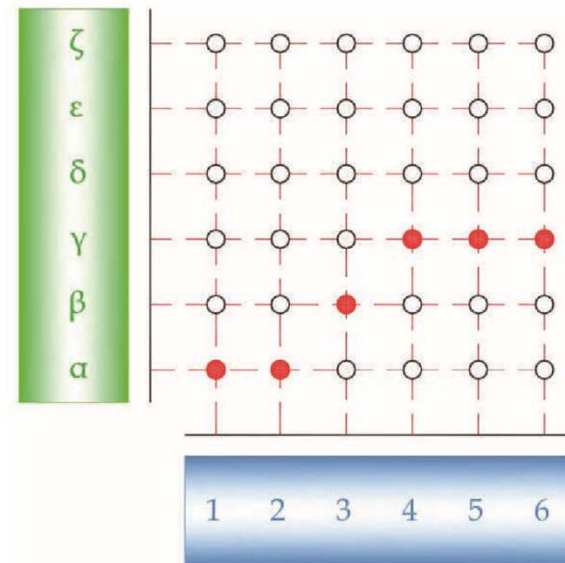
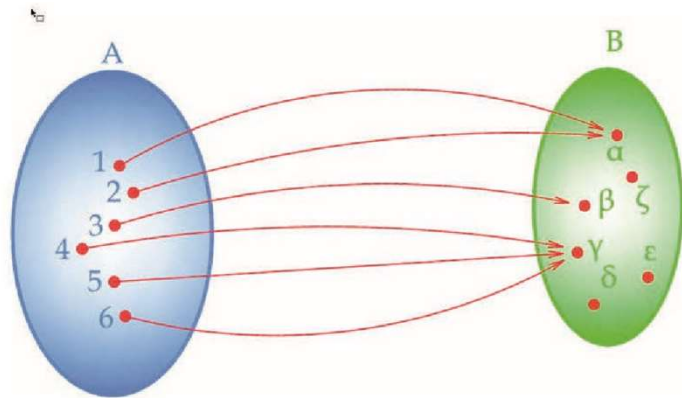
# Συναρτήσεις

- Δύο συναρτήσεις  $f, g$  θα λέγονται **ίσες** αν

**i.**  $D(f) = D(g)$  , δηλαδή έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού και

**ii.**  $f(x) = g(x)$  για κάθε στοιχείο  $x$  του κοινού πεδίου ορισμού τους.

- Για την εποπτική παράσταση μιας συνάρτησης χρησιμοποιούμε
  - τα βελοειδή διαγράμματα
  - τα καρτεσιανά διαγράμματα



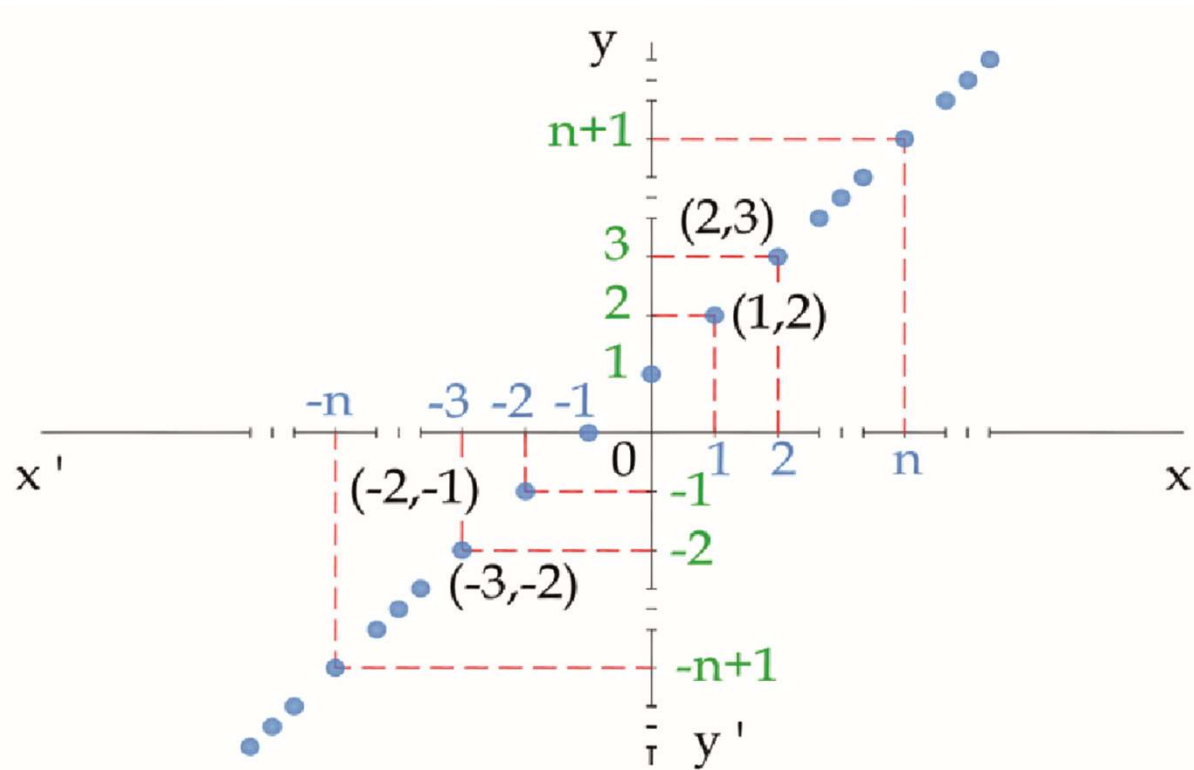
# Συναρτήσεις

- καρτεσιανά διαγράμματα
  - γράφημα της  $f$
  - γραφική παράσταση της  $f$
  - Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  με τύπο  $f(n)=n+1$
  - Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x)=x+1$



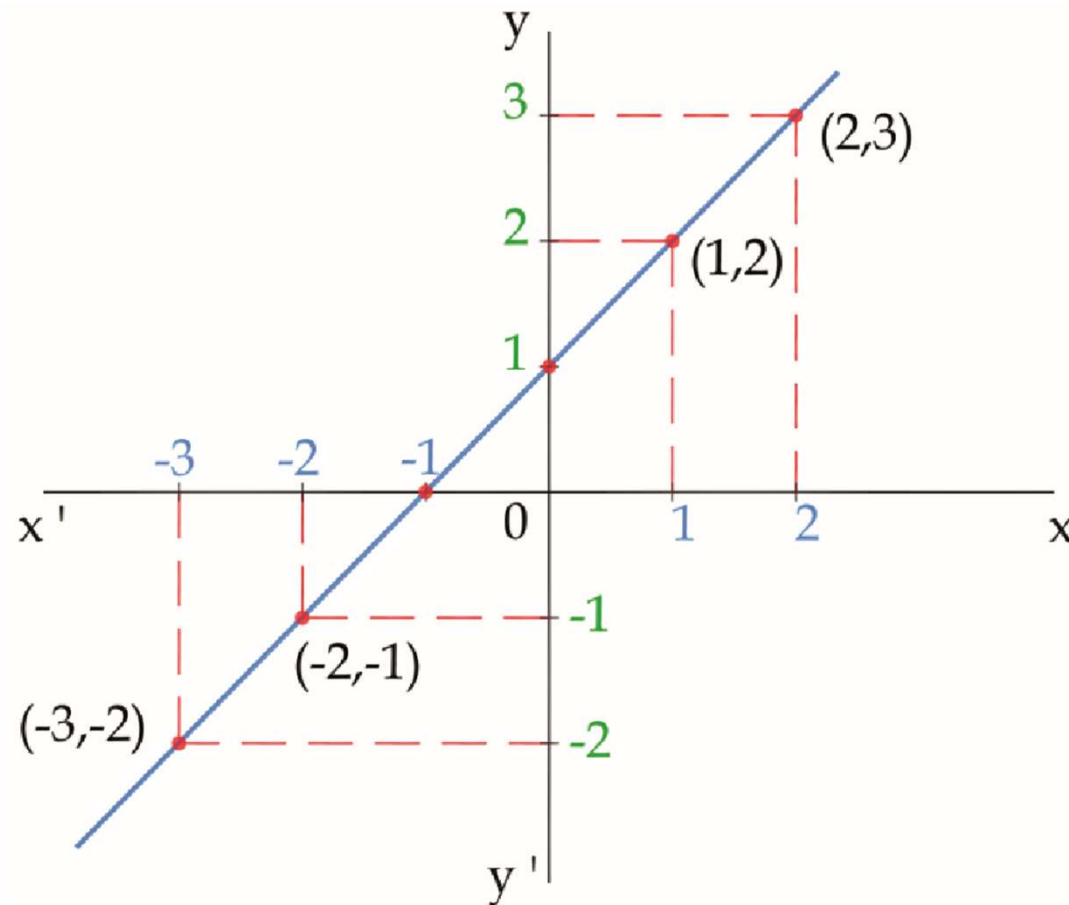
# Συναρτήσεις

- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  με τύπο  $f(n)=n+1$



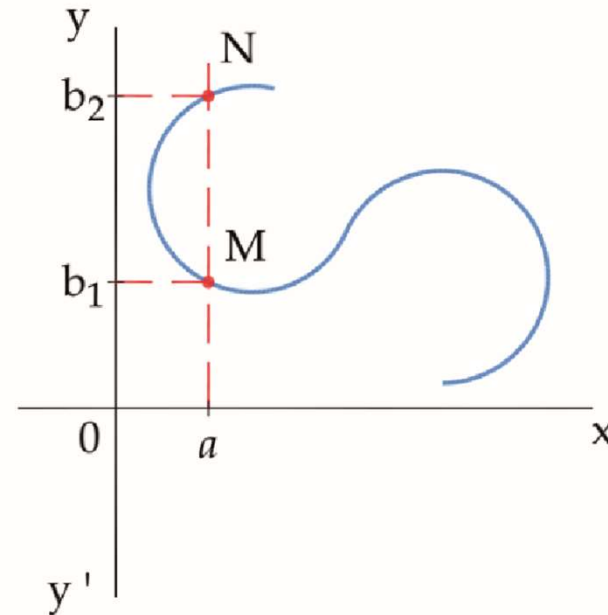
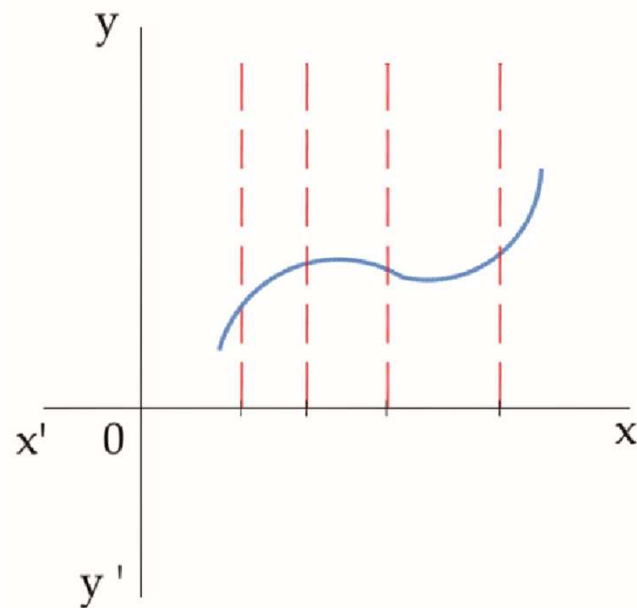
# Συναρτήσεις

- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x)=x+1$



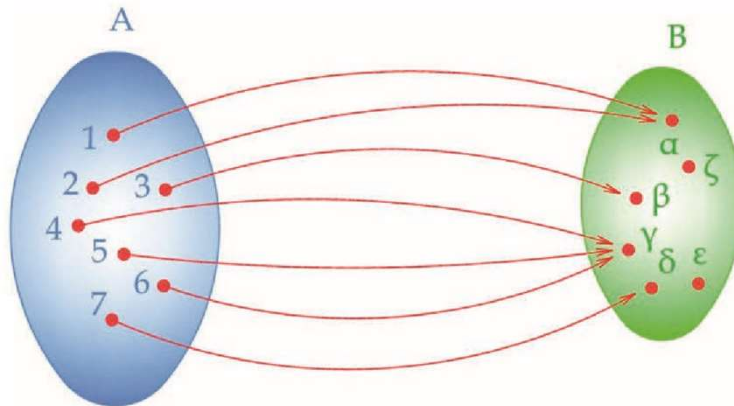
# Συναρτήσεις

- Μας δίδεται σε καρτεσιανό διάγραμμα ένα σύνολο από σημεία. Κάτω από ποιες συνθήκες η γραφική παράσταση που μας δόθηκε αποτελεί γραφική παράσταση συνάρτησης?



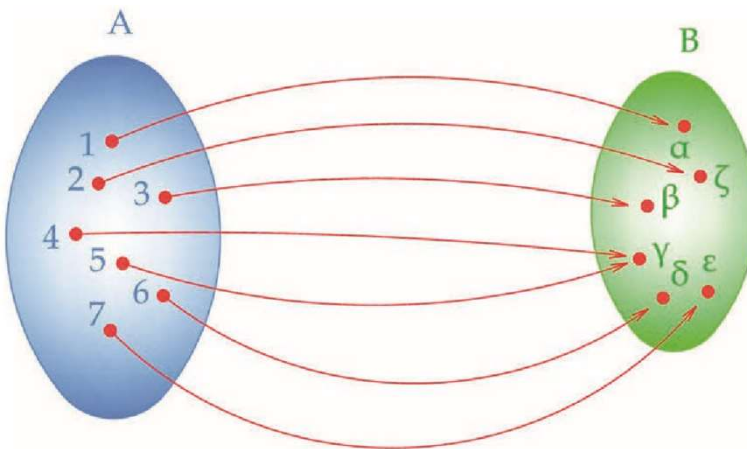
# Συναρτήσεις

- $f: A \rightarrow B$  απεικόνιση του  $A$  εντός του  $B$



$$A \xrightarrow[\text{εντός}]{f} B \Leftrightarrow f(A) \subseteq B$$

- $f: A \rightarrow B$  απεικόνιση του  $A$  επί του  $B$

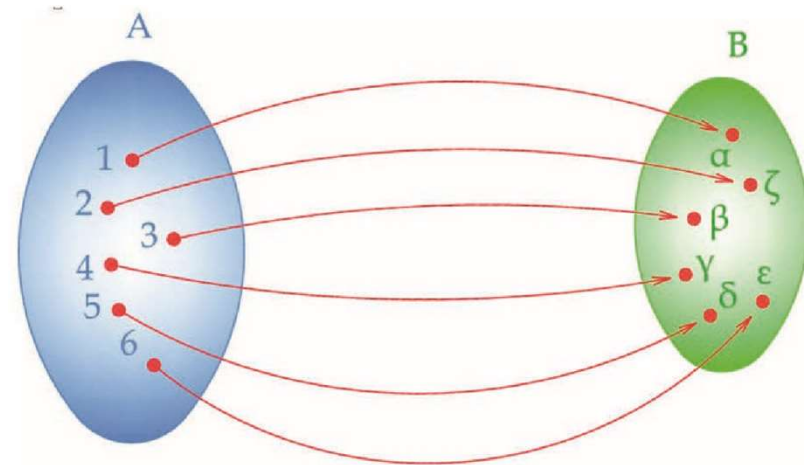
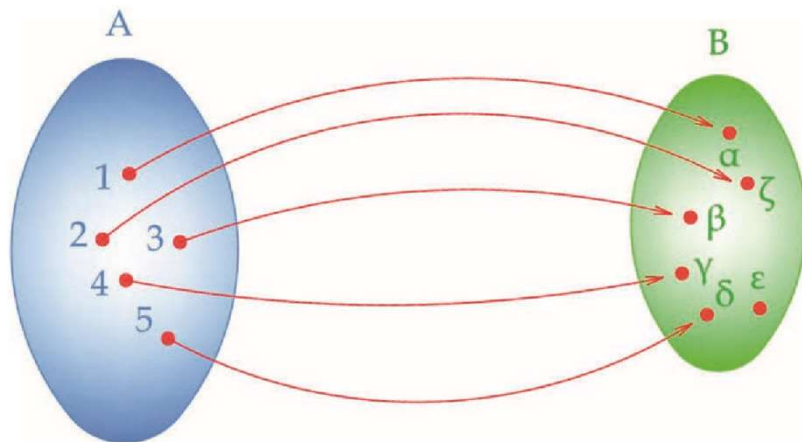


$$A \xrightarrow[\text{επί}]{f} B \Leftrightarrow f(A) = B$$

# Συναρτήσεις

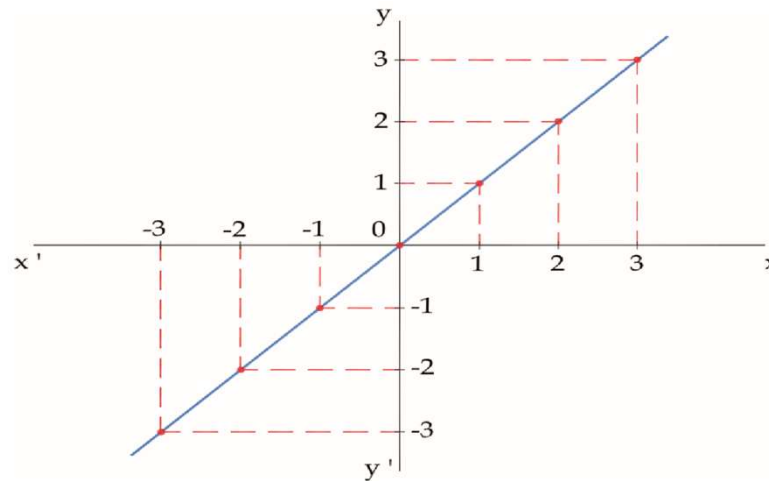
- Μια απεικόνιση  $f: A \rightarrow B$  είναι δυνατόν σε δύο διαφορετικά στοιχεία του συνόλου  $A$  να αντιστοιχίζει το ίδιο στοιχείο του συνόλου  $B$
- Η  $f$  είναι **αμφιμονοσήμαντη** ή **ένα προς ένα** αν δύο οποιαδήποτε διαφορετικά στοιχεία του  $A$  έχουν διαφορετικές εικόνες μέσω της  $f$  στο  $B$

$x_1, x_2 \in A$ , με  $x_1 \neq x_2$ , συνεπάγεται ότι  $f(x_1) \neq f(x_2)$

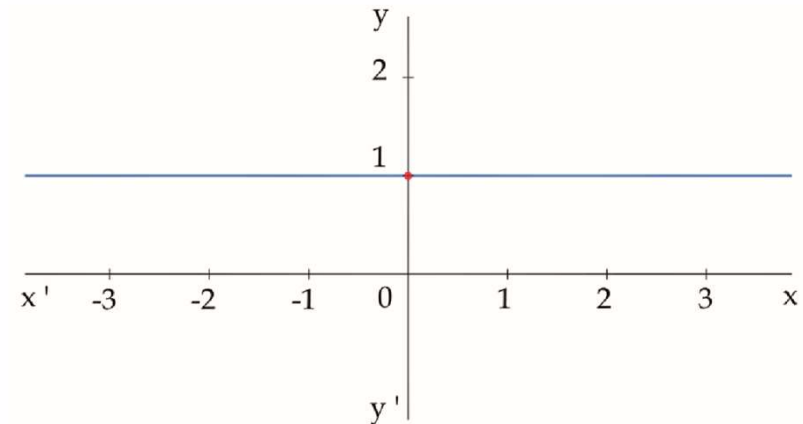
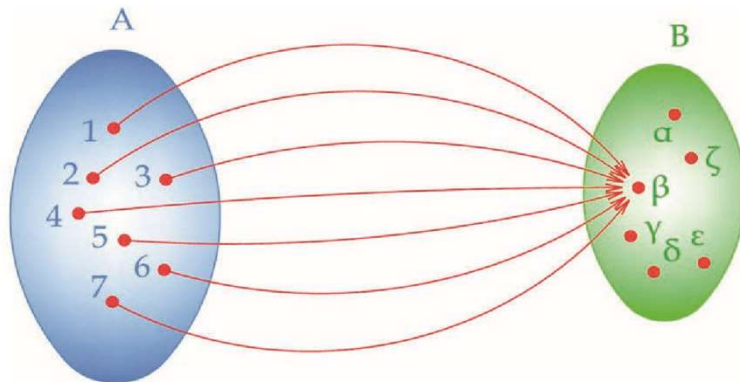


# Συναρτήσεις

- Αν το σύνολο  $A$  είναι ίσο με το σύνολο  $B$ , τότε η απεικόνιση  $f: A \rightarrow A$ , με  $f(x) = x$ , για κάθε  $x \in A$ , λέγεται **ταυτοτική**.



- Μια απεικόνιση  $f: A \rightarrow B$  λέγεται **σταθερή** αν το πεδίο τιμών της είναι μονοσύνολο



# Συναρτήσεις

- Έστω η απεικόνιση  $f: A \rightarrow B$ . Αν το σύνολο  $B$  είναι το σύνολο των πραγματικών αριθμών  $\mathbb{R}$  ή υποσύνολό του, τότε η  $f$  ονομάζεται **πραγματική συνάρτηση**,
  - Αν επιπροσθέτως το σύνολο  $A$  είναι υποσύνολο των πραγματικών αριθμών, τότε η  $f$  λέγεται **πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής**.
- Μια συνάρτηση  $a$ , με πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{N}$  των φυσικών αριθμών και πεδίο τιμών ένα μη κενό σύνολο  $B$  ονομάζεται ακολουθία στοιχείων του  $B$ .
  - Ειδικά αν το  $B$  είναι υποσύνολο του  $\mathbb{R}$ , η ακολουθία λέγεται ακολουθία πραγματικών αριθμών.
  - Όροι της ακολουθίας

1	2	3	...	$v$	$v+1$	...
$a_1$	$a_2$	$a_3$	...	$a_v$	$a_{v+1}$	...