Θεματική Ενότητα: TSM33 Ποσοτικές Μέθοδοι
Ακαδ. Έτος: 2024-2025

Γραπτή Εργασία 1 (ΓΕ1)-Ενδεικτικές Απαντήσεις

Ερώτηση 1 (4 μονάδες)

Εκφώνηση

Η ανάλυση των δεδομένων φυσικής δραστηριότητας είναι σημαντική για την εκτίμηση των συνηθειών υγείας ενός πληθυσμού. Στην παρούσα άσκηση θα αναλύσουμε δεδομένα που αφορούν τον αριθμό βημάτων που καταγράφει μια ομάδα **100** ατόμων καθημερινά για ένα μήνα. Οι τιμές αντιπροσωπεύουν τον μέσο όρο των ημερήσιων βημάτων για κάθε άτομο.

Πίνακας 1. Αριθμός ημερήσιων βημάτων 100 ατόμων για ένα μήνα (μέρος όρος)

3.000	8.500	6.200	5.400	10.200	8.700	7.600	4.200	5.800	9.400
10.300	6.900	7.600	9.100	5.500	10.100	3.300	6.400	7.300	6.700
9.500	10.400	5.300	4.700	9.000	10.400	9.900	8.500	6.900	5.800
6.700	3.500	8.000	10.300	9.200	5.400	6.200	8.500	7.200	9.800
10.900	7.400	7.000	10.500	5.100	5.800	9.300	9.000	7.300	6.700
10.800	8.600	5.400	7.600	8.800	6.200	7.800	6.000	9.400	5.800
10.500	6.900	8.000	6.800	9.000	10.700	9.900	10.300	5.400	9.700
10.900	6.100	7.400	6.200	9.200	8.100	6.900	8.300	6.500	7.400
9.900	9.700	9.000	7.100	6.400	7.300	7.500	10.500	7.800	7.200
5.900	10.000	5.600	3.000	7.100	6.900	10.000	4.500	9.000	6.700

i) Να κατασκευάσετε τον **πίνακα συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων**

ii) Να πραγματοποιηθεί η **γραφική απεικόνιση** της **συχνότητα**ς και της **σχετικής συχνότητας** των δεδομένων

iii) Να υπολογιστούν και να σχολιαστούν **τα μέτρα κεντρικής τάσης:** αριθμητικός μέσος, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο

iv) Να υπολογιστούν και να σχολιαστούν **τα μέτρα διασποράς**: εύρος, διακύμανση, τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβλητότητας

v) Να υπολογιστούν και να σχολιαστούν: ο **συντελεστής ασυμμετρίας** και ο **συντελεστής κύρτωση**ς του Pearson

Απάντηση

i) Δεδομένα:

Πλήθος παρατηρήσεων, **n=100**

Εύρος τιμών **R=max-min**=10.900-3.000=**7.900**

Αριθμός κλάσεων **K=8**, (με βάση τον εμπειρικό κανόνα από τις εκπαιδευτικές σημειώσεις)

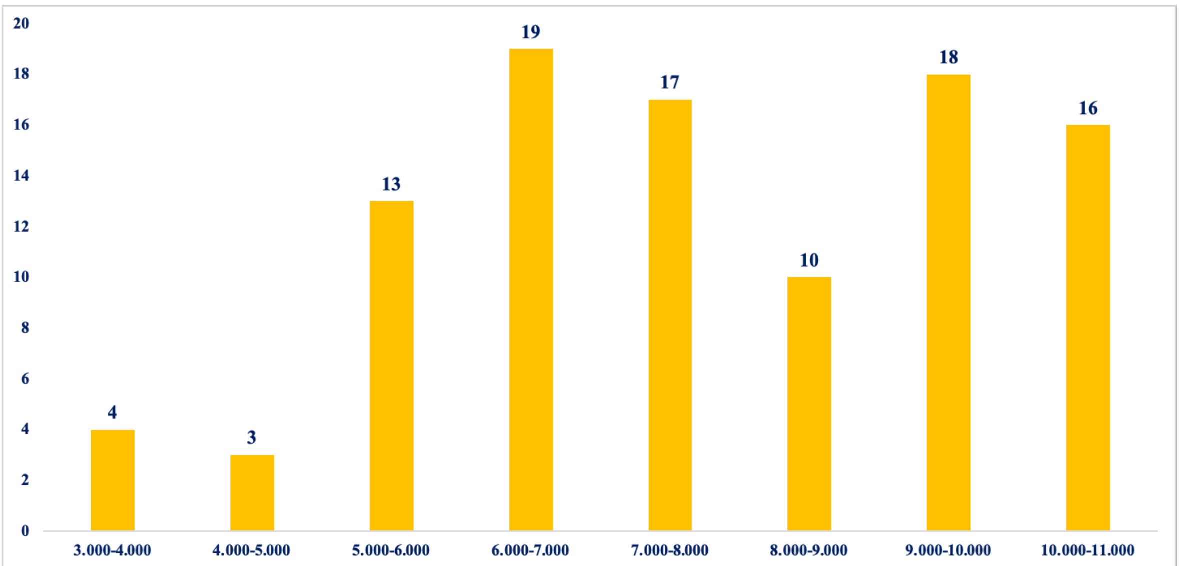
Εύρος κλάσεων **C=R/K**=7.900/8=987,50 ≈**1.000**

Συνεπώς με βάση τα παραπάνω οργανώνω την παρουσίαση των δεδομένων μου ως εξής:

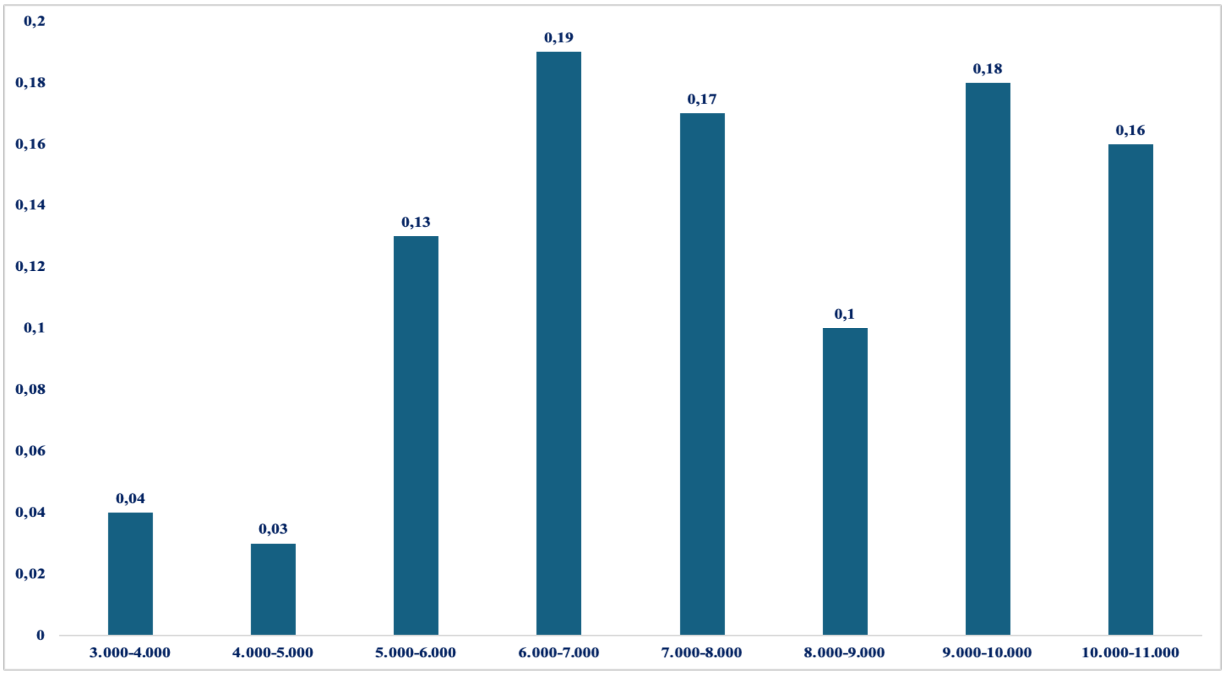
Πίνακας 2. Πίνακας συχνοτήτων, σχετικών και αθροιστικών συχνοτήτων

Κλάσεις/Τάξεις	Συχνότητα (n_i)	Σχετική συχνότητα $f_i=(n_i/n)$	Αθροιστική συχνότητα (Ni)
3.000-4.000	4	0,04	4
4.000-5.000	3	0,03	7
5.000-6.000	13	0,13	20
6.000-7.000	19	0,19	39
7.000-8.000	17	0,17	56
8.000-9.000	10	0,1	66
9.000-10.000	18	0,18	84
10.000-11.000	16	0,16	100
Σύνολο	**100**	**1,00**	

ii



Σχήμα 1. Συχνότητα βημάτων ανά ημέρα (αριθμός)



Σχήμα 2. Σχετική συχνότητα βημάτων ανά ημέρων (αριθμός)

Αριθμητικός μέσος: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3.000+8.500+\cdots+9.000+6.700}{100} = \frac{768.100}{100} = 7.681$

Διάμεσος: Αρχικά τοποθετώ τα δεδομένα σε αύξουσα σειρά

3.000	3.000	3.300	3.500	4.200	4.500	4.700	5.100	5.300	5.400
5.400	5.400	5.400	5.500	5.600	5.800	5.800	5.800	5.800	5.900
6.000	6.100	6.200	6.200	6.200	6.200	6.400	6.400	6.500	6.700
6.700	6.700	6.700	6.800	6.900	6.900	6.900	6.900	6.900	7.000
7.100	7.100	7.200	7.200	7.300	7.300	7.300	7.400	7.400	7.400
7.500	7.600	7.600	7.600	7.800	7.800	8.000	8.000	8.100	8.300
8.500	8.500	8.500	8.600	8.700	8.800	9.000	9.000	9.000	9.000
9.000	9.100	9.200	9.200	9.300	9.400	9.400	9.500	9.700	9.700
9.800	9.900	9.900	9.900	10.000	10.000	10.100	10.200	10.300	10.300
10.300	10.400	10.400	10.500	10.500	10.500	10.700	10.800	10.900	10.900

Δεδομένου ότι ο αριθμός των παρατηρήσεων μου είναι άρτιος (n=100) αυτό σημαίνει ότι η **διάμεσος** είναι η μέση τιμή των δύο (2) τιμών που βρίσκονται στην 50η και 51η θέση. Συνεπώς Μ $= \frac{X_{50}+X_{51}}{2}$ =7.400+7.500/2 = 7.450

Η **επικρατούσα τιμή, T_0** είναι η τιμή παρουσιάζει την μεγαλύτερη συχνότητα, στην περίπτωση μας είναι δύο το 6.900 (5 φορές) και το 9.000 (5 φορές), είναι δικόρυφη.

Πρώτο τεταρτημόριο

(100+1)/4=25,25 άρα το 1ο τεταρτημόριο είναι η τιμή που βρίσκεται στην θέση AQ = 25 και ΔQ = 0,25.

Άρα έχουμε: Q1 = $X_{25} + \Delta Q\ (X_{26} - X_{25})$ → Q1 =6.200+0,25* (6.200-6.200)= 6.200

Τρίτο τεταρτημόριο
(100+1)*3/4=75,75, άρα το 3^0 τεταρτημόριο είναι η τιμή που βρίσκεται στην θέση AQ = 75 και ΔQ = 0,75.

Άρα έχουμε: Q3 = $X_{75} + \Delta Q\ (X_{76} - X_{75})$ → Q1 = 9.300+0,75 (9.400-9.300)=9.300+0,75(100)= 9.300+ 75=9.375

iii) Εύρος τιμών **R=max-min=**10.900-3.000=7.900

iv) Για τον υπολογίσω τα μέτρα διασποράς ομαδοποιώ τα δεδομένα μου

Πίνακας 3. Ομαδοποιημένα δεδομένα και υπολογισμοί για μέτρα διασποράς

Κλάσεις/Τάξεις	Συχνότητα (n_i)	Κέντρο τάξης (ci)	fici	ci2	fici2
3.000-4.000	4	3500	14000	12250000	49000000
4.000-5.000	3	4500	13500	20250000	60750000
5.000-6.000	13	5500	71500	30250000	393250000
6.000-7.000	19	6500	123500	42250000	802750000
7.000-8.000	17	7500	127500	56250000	956250000
8.000-9.000	10	8500	85000	72250000	722500000
9.000-10.000	18	9500	171000	90250000	1624500000
10.000-11.000	16	10500	168000	110250000	1764000000
Σύνολο	**100**		**774.000**	**434.000.000**	**6.373.000.000**

Για τον υπολογισμό της διακύμανσης όταν έχω ομαδοποιημένα δεδομένα αξιοποιώ τον τύπο

$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} fici^2}{n}$ - $\bar{x}^2$, (βλέπε διαφάνεια 59, 1ο σετ εκπαιδευτικών σημειώσεων).

Ο $\bar{x}$ αποτελεί ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος και υπολογίζεται από τον τύπο $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fici}{n}$

Στην άσκηση μας ο $\bar{x} = \frac{774.000}{100}$ => $\bar{x}$= 7.740 οπότε, άρα η διακύμανση είναι:

$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} fici^2}{n}$ - $\bar{x}^2 = \frac{6.373.000.000}{100}$ – $(7.740)^2$ = 63.730.000 – 59.907.600 => $\boldsymbol{\sigma^2}$ **= 3.822.400**

Και συνεπώς η τυπική απόκλιση είναι **s = +$\sqrt{\boldsymbol{\sigma^2}}$ =+$\sqrt{\mathbf{3.822.400}}$ =1.955**

Ο **συντελεστής μεταβλητότητας** CV, που αποτελεί το ποσοστό της τυπικής απόκλισης προς τον αριθμητικό μέσο, υπολογίζεται από τον τύπο: CV = $\frac{s}{\bar{x}} = \frac{1955}{7740}$ = 0,25 => **CV= 25%**

v) Από την επίλυση του ερώτηματος iii προέκυψε ότι η κατανομή μου είναι δικόρυφη.

Υπολογίζω τον **συντελεστής ασυμμετρίας** με την βοήθεια του τύπου : $S_p = \frac{\bar{x}-T_0}{s}$

Για την επικρατούσα τιμή 6.900 έχω $S_{p1} = \frac{7.681-6.900}{1.955}$ = 0,399 > 0, άρα έχω θετική ασυμμετρία.

Για την επικρατούσα τιμή 9. 000 έχω $S_{p2} = \frac{7.681-9.000}{1.955}$ = -0,674 < 0, άρα έχω αρνητική ασυμμετρία.

Για τον υπολογισμό του **συντελεστή κύρτωσης** χρησιμοποιώ τον τύπο β4 = $\frac{\frac{1}{n}\sum fi(xi-x)^4}{s^4}$ και προκύπτει ότι το **β4 ≈ 2,1** άρα δεδομένου ότι είναι **μικρότερη του 3** συμπεραίνουμε ότι η κατανομή είναι πλατύκυρτη (ελαφρώς πιο επίπεδη από την κανονική).

Ερώτηση 2 (3 μονάδες)

Α. Εξυπηρέτηση Πελατών σε Τηλεφωνικό Κέντρο

Ένα τηλεφωνικό κέντρο λαμβάνει κατά **μέσο όρο 5** τηλεφωνήματα **ανά ώρα**. Η διαδικασία λήψης των τηλεφωνημάτων ακολουθεί την **κατανομή Poisson**.

Ερωτήματα:

i. Ποια είναι η πιθανότητα να ληφθούν **ακριβώς 3** τηλεφωνήματα μέσα **σε μία ώρα;**
ii. Ποια είναι η πιθανότητα να **μην ληφθεί κανένα** τηλεφώνημα σε διάστημα **μισής ώρας**;
iii. Ποια είναι η πιθανότητα να ληφθούν **τουλάχιστον 2** τηλεφωνήματα μέσα σε διάστημα **30 λεπτών;**
iv. Το τηλεφωνικό κέντρο έχει τη δυνατότητα να εξυπηρετήσει έως **10 τηλεφωνήματα ανά ώρα.** Ποια είναι η πιθανότητα να χρειαστεί να εξυπηρετηθούν **περισσότερα από 10 τηλεφωνήματα** μέσα σε μία ώρα;
v. Ο διευθυντής του τηλεφωνικού κέντρου θέλει να ξέρει πόσα τηλεφωνήματα πρέπει να αναμένει να λάβει κατά τη διάρκεια ενός **τυπικού 8ώρου** εργασίας. Πόσα τηλεφωνήματα πρέπει να περιμένει να λάβει;

Απάντηση

Η πιθανότητα εμφάνισης k γεγονότων σε ένα διάστημα t, όταν ο μέσος ρυθμός εμφάνισης γεγονότων είναι λ, δίνεται από τη σχέση:

$$P(X=k)=\frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}$$

όπου:

- **λ** είναι ο μέσος ρυθμός εμφάνισης γεγονότων (τηλεφωνημάτων) ανά μονάδα χρόνου
- **t** είναι η χρονική διάρκεια (σε ώρες)
- **k** είναι ο αριθμός των τηλεφωνημάτων
- **e** είναι η βάση των φυσικών λογαρίθμων (e≈2.718)

1. Ποια είναι η πιθανότητα να ληφθούν ακριβώς 3 τηλεφωνήματα μέσα σε μία ώρα;

Εδώ, ***t=1*** ώρα και ***k=3***

Εφαρμόζουμε τον τύπο της κατανομής Poisson:

$$P(X=3)=\frac{(5\cdot 1)^3 e^{-5}}{3!}=\frac{5^3\cdot e^{-5}}{6}=\frac{125\cdot e^{-5}}{6}$$

Υπολογίζοντας $e^{-5}\approx 0.006737947$, έχουμε:

$$P(X=3)=\frac{125\cdot 0.006737947}{6}\approx\frac{0.842243375}{6}\approx 0.1404$$

Άρα, η πιθανότητα να ληφθούν ακριβώς 3 τηλεφωνήματα είναι περίπου **0.1404** ή **14.04%**.

2. Ποια είναι η πιθανότητα να μην ληφθεί κανένα τηλεφώνημα σε διάστημα μισής ώρας;

Σε αυτήν την περίπτωση, το διάστημα είναι μισή ώρα, δηλαδή *t=0.5 και k=0.* Ο τύπος είναι

$$P(X=0)=\frac{(5\cdot 0.5)^0 e^{-5\cdot 0.5}}{0!}=\frac{1\cdot e^{-2.5}}{1}=e^{-2.5}$$

Υπολογίζουμε $e^{-2.5}\approx 0.082085$, άρα: $P(X=0)=0.082085$

Η πιθανότητα να μην ληφθεί κανένα τηλεφώνημα σε μισή ώρα είναι περίπου **0.0821** ή **8.21%**.

3. Ποια είναι η πιθανότητα να ληφθούν τουλάχιστον 2 τηλεφωνήματα μέσα σε διάστημα 30 λεπτών;

Εδώ θέλουμε την πιθανότητα $P(X\geq 2)$ για t=0.5 Αυτό ισοδυναμεί με:

$$P(X\geq 2)=1-P(X=0)-P(X=1)$$

Από το προηγούμενο ερώτημα, γνωρίζουμε ότι $P(X=0)=0.082085$.

Για $P(X=1)$, χρησιμοποιούμε τον τύπο της κατανομής Poisson για ***k=1***:

$$P(X=1)=\frac{(5\cdot 0.5)^1 e^{-2.5}}{1!}=\frac{2.5\cdot e^{-2.5}}{1}=2.5\cdot 0.082085=0.2052125$$

Άρα, η πιθανότητα να ληφθούν τουλάχιστον 2 τηλεφωνήματα είναι:

$$P(X\geq 2)=1-0.082085-0.2052125=1-0.2872975=0.7127$$

Η πιθανότητα να ληφθούν τουλάχιστον 2 τηλεφωνήματα είναι περίπου **0.7127** ή **71.27%**.

4. Ποια είναι η πιθανότητα να χρειαστεί να εξυπηρετηθούν περισσότερα από 10 τηλεφωνήματα μέσα σε μία ώρα;

Θέλουμε να βρούμε την πιθανότητα $P(X>10)$ για t=1. Αυτό ισοδυναμεί με: $P(X>10)=1-P(X\leq 10)$

Πρέπει να υπολογίσουμε το $P(X\leq 10)$, δηλαδή το άθροισμα των πιθανοτήτων από ***k=0*** έως ***k=10***:

$$P(X\leq 10)=\sum_{k=0}^{10}\frac{5^k e^{-5}}{k!}$$

Είναι αρκετά δύσκολο να υπολογίσουμε αυτό το άθροισμα χειροκίνητα, οπότε με αριθμητική προσέγγιση (ή με χρήση υπολογιστή ή πίνακες κατανομής Poisson), βρίσκουμε ότι: $P(X\leq 10)\approx 0.9863$, Άρα: $P(X>10)=1-0.9863=0.0137$.

Η πιθανότητα να χρειαστεί να εξυπηρετηθούν **περισσότερα από** 10 τηλεφωνήματα είναι περίπου **0.0137** ή **1.37%**.

5. Πόσα τηλεφωνήματα πρέπει να περιμένει να λάβει κατά τη διάρκεια ενός τυπικού 8ώρου εργασίας;

Για ένα 8ωρο *t=8,* ο μέσος αριθμός τηλεφωνημάτων είναι:

$$E(X)=\lambda\cdot t=5\cdot 8=40$$

Άρα, ο διευθυντής του τηλεφωνικού κέντρου αναμένει να λάβει κατά μέσο όρο **40 τηλεφωνήματα** κατά τη διάρκεια ενός 8ώρου

B. Ένας χρήστης του **Netflix** παρακολουθεί μια σειρά ταινιών. Ας υποθέσουμε ότι η πιθανότητα να του αρέσει μια ταινία είναι **0.7.** Ο χρήστης παρακολουθεί **10** ταινίες.

1. Ποια είναι η πιθανότητα να του αρέσουν ακριβώς **6 από τις 10** ταινίες;
2. Ποια είναι η πιθανότητα να του αρέσουν λιγότερες από **5** ταινίες;

Απάντηση

Έχουμε περίπτωση διωνυμική κατανομής

$$X \sim B\ (n, p)$$

Όπου η συνάρτηση πιθανότητας ορίζεται από τον ακόλουθο τύπο

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}p^k q^{n-k},\quad 0\le k\le n,\quad 0<p<1$$

όπου:

- n = αριθμός δοκιμών (10 ταινίες)
- k = αριθμός επιτυχιών (ταινίες που του αρέσουν)
- p = πιθανότητα επιτυχίας (0.7)
- q= πιθανότητα αποτυχίας (0.3)
- $\binom{n}{k}$ = συνδυασμοί του n που επιλέγουμε k

i) Η πιθανότητα να του αρέσουν **ακριβώς 6** ταινίες

$$P(X=6)=\binom{10}{6}(0.7)^6(0.3)^4$$

Υπολογίζουμε το $\binom{10}{6}$:

$$\binom{10}{6}=\frac{10!}{6!\cdot(10-6)!}=\frac{10\times 9\times 8\times 7}{4\times 3\times 2\times 1}=210$$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε:

$$P(X=6)=210\cdot(0.7)^6\cdot(0.3)^4$$
$$=210\cdot 0.117649\cdot 0.0081\approx 0.180$$

Άρα, η πιθανότητα να του αρέσουν ακριβώς 6 ταινίες είναι περίπου 0.180.

2. Πιθανότητα να του αρέσουν λιγότερες από 5 ταινίες

Για να υπολογίσουμε την πιθανότητα να του αρέσουν λιγότερες από 5 ταινίες, θα πρέπει να υπολογίσουμε το άθροισμα των πιθανοτήτων για *k=0,1,2,3 και 4.*

$$P(X<5)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$$

Υπολογίζουμε κάθε πιθανότητα ξεχωριστά.

- **Για $k=0$:**

$$P(X=0)=\binom{10}{0}(0.7)^0(0.3)^{10}=1\cdot 1\cdot 0.00059049\approx 0.00059$$

- **Για $k=1$:**

$$P(X=1)=\binom{10}{1}(0.7)^1(0.3)^9=10\cdot 0.7\cdot 0.00019683\approx 0.00138$$

- **Για $k=2$:**

$$P(X=2)=\binom{10}{2}(0.7)^2(0.3)^8=45\cdot 0.49\cdot 0.00059049\approx 0.01322$$

- **Για $k=3$:**

$$P(X=3)=\binom{10}{3}(0.7)^3(0.3)^7=120\cdot 0.343\cdot 0.0019683\approx 0.08536$$

- **Για $k=4$:**

$$P(X=4)=\binom{10}{4}(0.7)^4(0.3)^6=210\cdot 0.2401\cdot 0.0059049\approx 0.29554$$

Τώρα αθροίζουμε τις πιθανότητες:

P(X<5)≈0.00059+0.00138+0.01322+0.08536+0.29554≈0.39609

Άρα, η πιθανότητα να του αρέσουν λιγότερες από 5 ταινίες είναι περίπου 0.396.

Συνοψίζοντας:

1. Πιθανότητα να του αρέσουν ακριβώς 6 ταινίες: **0.180**
2. Πιθανότητα να του αρέσουν λιγότερες από 5 ταινίες: **0.396**

Ερώτηση 3 (3 μονάδες)

Α. Ένα **ηλεκτρικό πατίνι Xiaomi** έχει μέση αυτονομία **25** χιλιόμετρα με τυπική απόκλιση **3** χιλιόμετρα. Υποθέτοντας ότι η αυτονομία του πατινιού ακολουθεί την κανονική κατανομή:

i. Ποιο ποσοστό των πατινιών μπορεί να διανύσει λιγότερο από **22** χιλιόμετρα;
ii. Ποιο ποσοστό των πατινιών μπορεί να διανύσει περισσότερο από **28** χιλιόμετρα;
iii. Υπολογίστε το διάστημα εμπιστοσύνης **95%** για την αυτονομία των πατινιών αν έχουμε δείγμα **36** πατινιών.

Απάντηση

i. Ποσοστό πατινιών με αυτονομία λιγότερη από **22** χιλιόμετρα

Αρχικά, υπολογίζουμε το **Z-score** για 22 χιλιόμετρα:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{22-25}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

Αναζητούμε το ποσοστό που αντιστοιχεί σε Z=−1 στον πίνακα της κανονικής κατανομής:

$$P(Z < -1) \approx 0.1587$$

Άρα, περίπου το **15.87%** των πατινιών μπορεί να διανύσει λιγότερο από 22 χιλιόμετρα.

ii. Ποσοστό πατινιών με αυτονομία περισσότερο από **28** χιλιόμετρα

Υπολογίζουμε το **Z-score** για 28 χιλιόμετρα:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{28-25}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Αναζητούμε το ποσοστό που αντιστοιχεί σε Z=1:

$$P(Z < 1) \approx 0.8413$$

Έτσι, το ποσοστό των πατινιών που μπορεί να διανύσει περισσότερο από **28** χιλιόμετρα είναι:

$$P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1) \approx 1 - 0.8413 = 0.1587$$

Άρα, περίπου το 15.87% των πατινιών μπορεί να διανύσει περισσότερα από 28 χιλιόμετρα.

iii. Υπολογισμός του **95%** διαστήματος εμπιστοσύνης για την αυτονομία των πατινιών

Για να υπολογίσουμε το διάστημα εμπιστοσύνης, χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\text{Διάστημα Εμπιστοσύνης} = \bar{X} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Όπου:

- $\bar{X}$ =25 χιλιόμετρα
- z = z-score για 95% επίπεδο εμπιστοσύνης (για 95%, z≈1.96)
- σ=3 χιλιόμετρα
- n=36 (μέγεθος δείγματος)

Πρώτα υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση του δείγματος: $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{36}} = \frac{3}{6} = 0.5$

Τώρα, υπολογίζουμε το διάστημα εμπιστοσύνης: $\text{Διάστημα Εμπιστοσύνης} = 25 \pm 1.96 \cdot 0.5$

Υπολογίζουμε το γινόμενο: $1.96 \cdot 0.5 \approx 0.98$

Έτσι, το διάστημα εμπιστοσύνης είναι: $\text{Διάστημα Εμπιστοσύνης} = 25 \pm 0.98$

Αυτό μας δίνει: $\text{Διάστημα Εμπιστοσύνης} \approx (24.02, 25.98)$

Άρα, το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την αυτονομία των πατινιών είναι περίπου **(24.02, 25.98) χιλιόμετρα.**

Συμπερασματικά

- Περίπου το **15.87%** των πατινιών μπορεί να διανύσει λιγότερο από 22 χιλιόμετρα.
- Περίπου το **15.87%** των πατινιών μπορεί να διανύσει περισσότερα από 28 χιλιόμετρα.
- Το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την αυτονομία των πατινιών είναι περίπου **(24.02, 25.98) χιλιόμετρα**.

Β. Η γνωστή εταιρεία καφέ **Coffe Island** ενδιαφέρεται να διαπιστώσει αν η μέση ημερήσια κατανάλωση καφέ ανά άτομο στην Αθήνα είναι μεγαλύτερη από **3 φλιτζάνια**. Για το λόγο αυτό, συγκεντρώνει ένα τυχαίο δείγμα **50** ατόμων και καταγράφει την ημερήσια κατανάλωση τους σε φλιτζάνια καφέ. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η **μέση τιμή** του δείγματος είναι **3,2** φλιτζάνια **με τυπική απόκλιση 0,5** φλιτζάνια. Η εταιρεία επιθυμεί να πραγματοποιήσει τον έλεγχο υποθέσεων με επίπεδο σημαντικότητας **α=0,05**.

Απάντηση

Διατύπωση Υποθέσεων:

Μηδενική υπόθεση H0: μ≤3, η μέση ημερήσια κατανάλωση καφέ είναι μικρότερη ή ίση με 3 φλιτζάνια

Εναλλακτική υπόθεση H1: μ>3, η μέση ημερήσια κατανάλωση καφέ είναι μεγαλύτερη από 3 φλιτζάνια

Δεδομένα

Μέγεθος δείγματος: n=50

Μέση τιμή δείγματος: $\bar{x}$ **=3,2**

Τυπική απόκλιση δείγματος: **s=0,5**

Επίπεδο σημαντικότητας: **α=0,05**

Στατιστικός Έλεγχος: Υπολογισμός Z-Score

Η φόρμουλα για τον υπολογισμό του Z-Score είναι: $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$Z = \frac{3,2 - 3}{\frac{0,5}{\sqrt{50}}} \approx 2,83$$

Εύρεση της Ζώνης Αποδοχής και Απόρριψης

Για τον έλεγχο μιας πλευράς με **α=0,05**, θα ελέγξουμε το κρίσιμο Z που αντιστοιχεί στο επίπεδο σημαντικότητας. Για **α=0,05** το κρίσιμο Z (από την κανονική κατανομή) είναι περίπου **1,645**.

Εφόσον **Z≈2,83 είναι μεγαλύτερο από το κρίσιμο** Z (1,645), **απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση**.

Συμπέρασμα

Με επίπεδο σημαντικότητας **α=0,05** έχουμε επαρκή στοιχεία για να συμπεράνουμε ότι η **μέση** ημερήσια κατανάλωση καφέ ανά άτομο στην Αθήνα είναι **μεγαλύτερη από 3 φλιτζάνια**.