

Φυλλάδιο Ασκήσεων 7

Τετραγωνικές μορφές - Θετικά και αρνητικά ορισμένοι πίνακες

Άσκηση 1:

Να γράψετε την τετραγωνική μορφή $q(x)$ που ορίζει ένας τετραγωνικός συμμετρικός πίνακας διάστασης 3×3 .

Άσκηση 2:

Να γράψετε στη μορφή $x^T \cdot A \cdot x$ την τετραγωνική μορφή

$$q(x) = 5x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - x_1x_2 + 8x_1x_3.$$

Άσκηση 3:

Να γράψετε την τετραγωνική μορφή $q(x)$ που ορίζει ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Να εξετάσετε, με δυο τρόπους, αν ο A είναι θετικά ή αρνητικά ορισμένος (ημιορισμένος).

Άσκηση 4:

Δίνεται ο 2×2 πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

α) Να γράψετε την τετραγωνική μορφή $q(x)$ που ορίζει ο A .

β) Να βρείτε ένα διάνυσμα x ώστε $q(x) = 0$.

γ) Να εξετάσετε αν ο A είναι θετικά ή αρνητικά ορισμένος (ημιορισμένος).

Άσκηση 5:

Να εξετάσετε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ ο πίνακας:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

είναι θετικά ορισμένος.

Άσκηση 6:

Να εξετάσετε αν η τετραγωνική μορφή

$$q(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - 4xz - 4yz + 7z^2,$$

είναι θετικά ορισμένη.