

Υπολογισμός μιας συναρτήσεως με ανάπτυγμα Taylor:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0)(x-x_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0)(x-x_0)^n \\ &= f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{2} f''(x_0)(x-x_0)^2 + \frac{1}{6} f'''(x_0)(x-x_0)^3 + \frac{1}{24} f^{(4)}(x_0)(x-x_0)^4 + \dots \end{aligned}$$

Για την συνάρτηση

$f(x) = e^x$  υπολογίζονται οι παράγωγοι διαδοχικών τάξεων

$$f'(x) = e^x$$

$$f''(x) = e^x$$

$f^{(n)}(x) = e^x$  και γίνεται αντικατάσταση στην γενική έκφραση.

$$f(x) = f(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(0)(x-0)^n = e^0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} e^0 x^n = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots$$

Για την συνάρτηση

$f(x) = \ln x$  έχουμε τις παραγώγους

$$f'(x) = x^{-1}$$

$$f''(x) = -x^{-2}$$

$$f^{(3)}(x) = 2x^{-3}$$

$f^{(4)}(x) = -6x^{-4}$  και στην γενική περίπτωση

$$f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} (n-1)! x^{-n}$$

Με αντικατάσταση:

$$f(1-x) = f(1) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (-1)^{n-1} (n-1)! (1)^{-n} (-x)^n = \ln 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n = - \left( x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots \right)$$