Ραδιοχημεία
7ο εξάμηνο
κος Σαλιώτης
(μέρος 1ο).

Τρίτη 8 Οκτωβρίου 2019

Διάλεξη 1η:

Εφαρμογές Πυρηνικής Χημείας:

1) Πυρηνική Ιατρική:

• MRI (NMR στους βιολογικούς ιστούς)

τεχνικές διάγνωσης - απεικόνισης

• SPECT: Simple Photon Emission Tomography (σπινθηρογραφήματα) → χρήση $_{43}Tc$

• PET: Positron Emission Tomography

↓

ποζιτρόνιο (e^+)

είναι το αντισωματίδιο ως προς το e^- (αντιύλη)

→ σωματίδιο της αντιύλης. Όταν βρει e^- αλληλεπιδρούν, εκπέμποντας ακτινοβολία γ.

• Ραδιοθεραπεία → χρήση ισοτόπων

2) Πυρηνικοί Αντιδραστήρες σχάσεων

↳ παραγωγή ενέργειας (π.χ. με τη χρήση ^{235}U)

Γλιτώνουμε το φαινόμενο του θερμοκηπίου, όμως υπάρχει πρόβλημα με τα πυρηνικά απόβλητα

3) Λειτουργία αστέρων:

Η ηλιακή ακτινοβολία χρησιμοποιείται στα φωτοβολταϊκά.

- Πού οφείλεται η ενέργεια του ήλιου;

Στη σύντηξη πυρήνων H προς σχηματισμό πυρήνων He. Η διαδικασία είναι εξώθερμη, και έτσι κατά τη σύντηξη απελευθερώνεται ενέργεια.

Ομοίως και οι υπόλοιποι αστέρες, λειτουργούν περίπου με τον ίδιο τρόπο με τον ήλιο.
Σε βαρύτερους αστέρες, υπάρχουν και άλλου είδους συντήξεις.

Τα στοιχεία στη φύση: προέλευση χημικών στοιχείων
Από $_1H$ έως $_{26}Fe$ → συντίθεται στους αστέρες με διεργασίες σύντηξης.
Τα επόμενα στοιχεία συντίθενται κυρίως σε εκρήξεις supernova. Παράγονται σε ακραίες συνθήκες:
- συγκρούσεις αστέρων νετρονίων
- Εκρήξεις Super Nova
  ↳ απαιτείται έκρηξη για να πάρω στοιχεία με ατομικό αριθμό μεγαλύτερο από τον σίδηρο.

Ατομική θεωρία:

▷ 1800: Avogadro, Dalton κλπ: Σύλληψη αρχών ατομικής θεωρίας

1) Τα χημικά στοιχεία αποτελούνται από τα άτομα
2) Τα άτομα του ίδιου σωματιδίου είναι πανομοιότυπα.
   άτομα ⟷ "όμοια" και αδιαίρετα → δεν ισχύει
3) Στις χημικές ενώσεις τα άτομα συνδέονται με απλούς αριθμούς:
   χημικές ενώσεις: άτομα m/n
   (μόρια)
   ↳ τα άτομα συνδυάζονται σε απλούς αριθμούς
4) Χημικές αντιδράσεις: αλληλεπίδραση χημικών ενώσεων και αναδιανομή των ατόμων (Dalton)

Μονάδα μέτρησης: Dalton = είναι μία ατομική μονάδα μάζας

νταλτονισμός: ασθένεια των ματιών (αχρωματοψία)
↓
ο Dalton συνεισφέρε σε θεραπείες για τις ασθένειες του ματιού

▷ Mendeleyev - Meyer ~ 1860:
γνωστοποίηση 63 στοιχείων
↳ τακτοποίησαν τα στοιχεία βάσει ατομικού βάρους. Δεν γνώριζαν για τον ατομικό αριθμό.
Ο πρώτος Περιοδικός Πίνακας στηρίζεται στο Ατομικό Βάρος.

▷ 1895: Ανακάλυψη ακτίνων X

▷ 1897: Ανακοίνωση ανακάλυψης e^-
Becquerel → Ανακάλυψη Ραδιενέργειας
έκθεση σε φύλλα θειόχου ψευδάργυρου των στοιχείων.
Φωτογραφία → φωτοηλεκτρικό φαινόμενο
Ο Becquerel παρατήρησε ότι το φωτογραφικό φιλμ προσβάλλεται όταν πλησιάσει ορυκτά ουρανίου. Εκπομπή ακτινοβολίας από ασταθείς πυρήνες.
Zns

▷ 1911: Rutherford: Βομβάρδισε με πυρήνες He ένα φύλλο χρυσού. Είδε ότι κάποιοι πυρήνες γυρνούσαν πίσω. Η ύλη δεν είναι ομογενής.

▷ 1932: Ανακάλυψη νετρονίων

Χημικά στοιχεία - Περιοδικός Πίνακας:

Z: ατομικός αριθμός

N: αριθμός νετρονίων

A: μαζικός αριθμός

$A = N + Z$

Z, N: αριθμός νουκλεονίων του πυρήνα (τα πρωτόνια ή/και τα νετρόνια τα ονομάζουμε νουκλεόνια)

είναι συστατικά του πυρήνα

Γνωρίζουμε 118 χημικά στοιχεία

$_{118}Og$: το τελευταίο στοιχείο που ξέρουμε (χρόνος ζωής: 1 msec)

Σταθερά Χημικά Στοιχεία: $Z = 1 - 83$

- εκτός από $_{43}Tc$, $_{61}Pm$
  τεχνήτιο, προμήθειο
- επίσης: $_{90}Th$, $_{92}U$
  θόριο, ουράνιο

μαζικός αριθμός

$^{A}_{Z}X_{N}$: συμβολισμός πυρήνα χημικού στοιχείου.

πρωτόνια, νετρόνια

$^{232}_{90}Th$: $t_{1/2} = 14 \cdot 10^9$ χρόνια → χρόνο υποδιπλασιασμού

99,3% $^{238}_{92}U$: $t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$ χρόνια

0,7% $^{235}_{92}U$: $t_{1/2} = 0,7 \cdot 10^9$ χρόνια

Το ^{238}U και το ^{232}Th είναι σταθερά χημικά στοιχεία.

$^{238}_{92}U$, $^{235}_{92}U$: φυσικά ισότοπα ουρανίου

$^{232}_{90}Th$: φυσικό ισότοπο θορίου

Ηλικία σύμπαντος: 14 δισεκατομμύρια χρόνια (^{232}Th)

Ηλικία Γης: 4,5 δισεκατομμύρια χρόνια (^{238}U)

Το ^{235}U είναι το σχάσιμο υλικό που μας δίνει την πυρηνική ενέργεια στους αντιδραστήρες

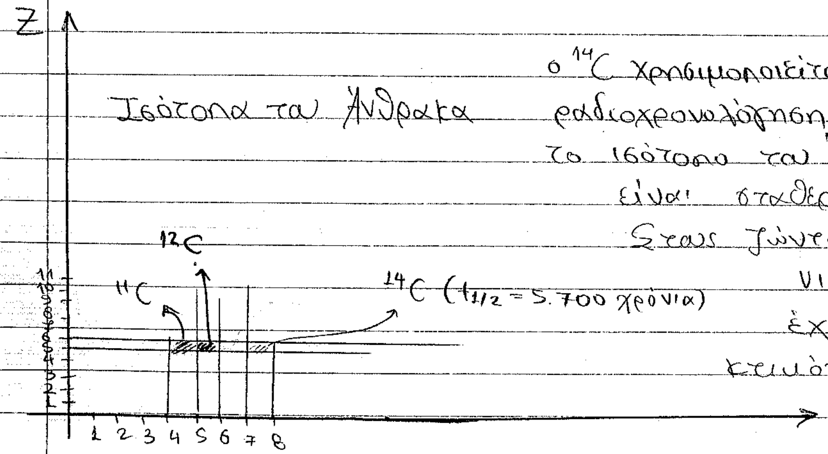
Πυρήνας → Z, N

Έχει δύο μεταβλητές. Για να τους απεικονίσω θέλω ένα διδιάστατο σύστημα.

Για να χαρακτηρίσω ένα διαφορετικό πυρήνα χρησιμοποιώ τους όρους "ισότοπο", ή "νουκλίδιο".

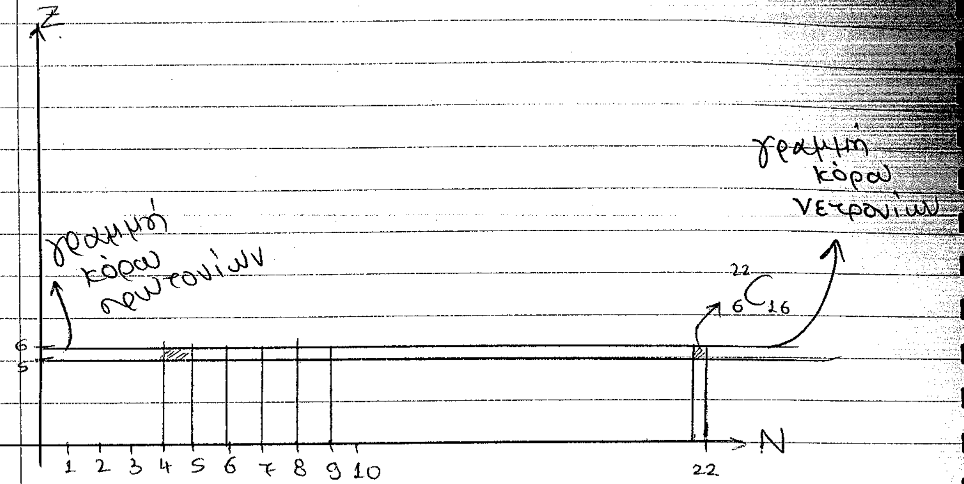
Πίνακας των νουκλιδίων:

Ισότοπα του Άνθρακα



ο ^{14}C χρησιμοποιείται στη ραδιοχρονολόγηση. Το ισότοπο του ^{14}C δεν είναι σταθερό. Στους ζώντες οργανισμούς έχει περιεκτικότητα 10^{-12}.

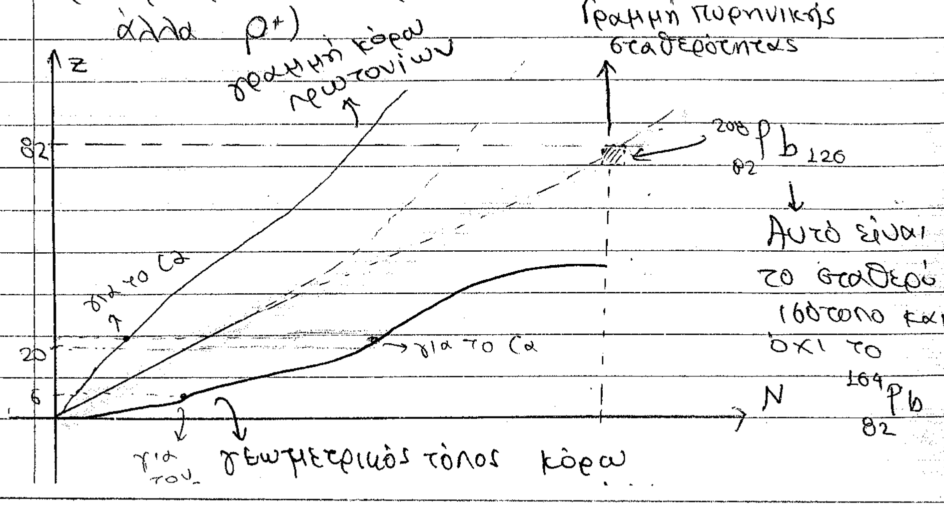
^{11}C : $t_{1/2} = 20$ min → Χρησιμοποιείται στην PET μαζί με το ^{18}F.



↓ έχω C έως 16 νετρονίων. Δεν μπορεί να υπάρξει με 17 νετρόνια.

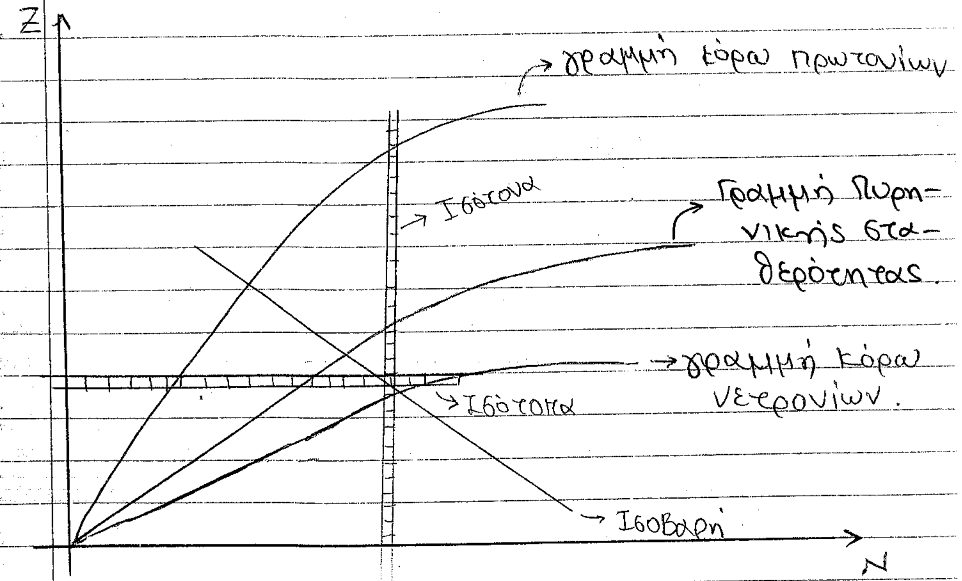
Neutron drip line (δεν μπορεί να πάρει ο πυρήνας άλλα νετρόνια).

proton drip line (δε μπορεί να πάρει άλλα p^+)



Ο πυρήνας έχει την τάση $Z = N$ (για ελαφρείς πυρήνες). Όταν $N = Z$, οι πυρήνες είναι πιο σταθεροί. Καθώς προχωράμε προς βαρύτερους πυρήνες, κάμπτεται η ευθεία.
Η γραμμή αυτή ονομάζεται Γραμμή (ή κοιλάδα) πυρηνικής σταθερότητας.
} Είναι η περιοχή των σταθερών πυρήνων.

Τετάρτη 9 Οκτωβρίου 2019
Διάλεξη 2η:
Πίνακας των νουκλιδίων (Επανάληψη)



Ισότοπο: Είναι το στοιχείο που έχει ίδιο ατομικό αριθμό Z με ένα άλλο στοιχείο και διαφορετικό μαζικό αριθμό A.

Στον πίνακα των νουκλιδίων σε οποιαδήποτε θέση στην οριζόντια γραμμή έχουμε και ένα ισότοπο.

- Ισότοπο (Z = σταθερό)
- Ισότονα (N = σταθερό)

Στον πίνακα των νουκλιδίων σε οποιαδήποτε θέση στην κάθετη γραμμή έχουμε και ένα ισότονο.

- Ισοβαρή (A = σταθερό)

Τα στοιχεία με ίδιο μαζικό αριθμό, λέγονται Ισοβαρή:

$$A = N + Z \Rightarrow Z = A - N \; (y = A - x).$$

↓ γραφική παράσταση ευθείας με κλίση −1.

Σταθεροί πυρήνες: δέσμια συστήματα που δεν διασπώνται.
- Ελαφρείς πυρήνες: $Z = N$ (σταθερότητα)
- Βαρύτεροι πυρήνες: $Z < N$ (σταθερότητα)

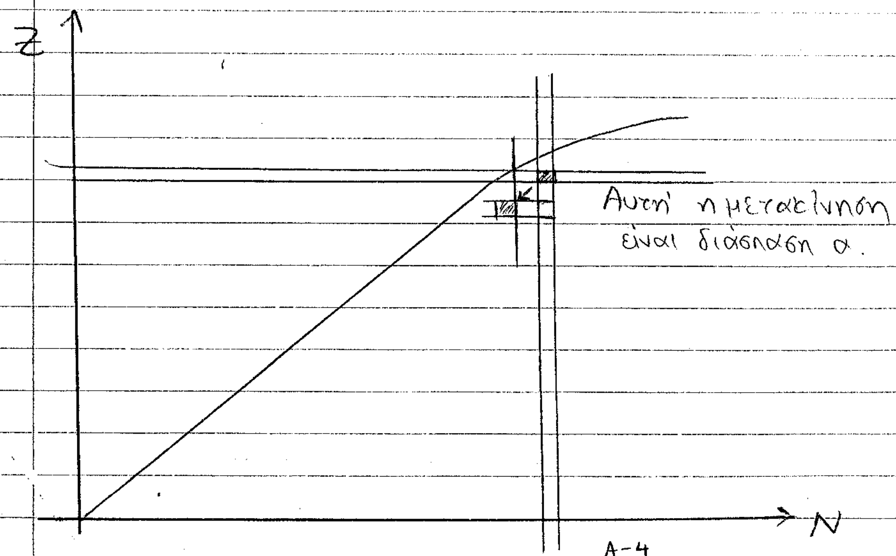
Γραμμή κόρου πρωτονίων: είναι τόσα πολλά τα πρωτόνια που δεν μπορεί το σύστημα να τα κρατήσει (δεν είναι δέσμιο).

Ραδιενεργές διασπάσεις:

Οι πυρήνες διασπώνται και μεταπίπτουν σε σταθερότερους πυρήνες, εκπέμποντας Ραδιενέργεια. (σωματίδια μεγάλης ενέργειας που προκαλούν λύσιμο χημικών δεσμών και ιοντισμό στην ύλη).

Ραδιενέργεια
- α (πυρήνες ηλίου)
- β (ηλεκτρόνια)
- γ (φωτόνια υψηλής ενέργειας)

α) Ραδιενεργός διάσπαση α:
- συμβαίνει στα βαρύτερα ισότοπα, πέρα από Pb, Bi
- έχει να κάνει με αποβολή σωματιδίων He



Χημική αντίδραση: ${}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + {}^{4}_{2}He^{2+}_{2}$

↓ προκύπτει ένα νέο στοιχείο.

$^{238}_{92}U_{146} \longrightarrow {}^{234}_{90}Th_{144} + {}^{4}_{2}He^{2+}_{2}$

$t_{1/2}$ = 4,5 δις χρόνια (είναι σταθερό ισότοπο).

Αν υποθέσουμε ότι πήραμε τη συνολική ποσότητα από τότε που φτιάχτηκε η Γη, τώρα έχει παραμείνει ο μισός πληθυσμός.
Στο επόμενο $t_{1/2}$ θα έχει φύγει η μισή των μισών ποσότητα. Κάθε φορά, υποδιπλασιάζουμε τον πληθυσμό.

$^{241}_{95}Am \longrightarrow {}^{237}_{93}Np + {}^{4}_{2}He^{2+}_{2}$

$t_{1/2}$ = 433 χρόνια.

Το Am είναι πολύ χρήσιμο ισότοπο. Το βρίσκουμε στους ανιχνευτές καπνού.

Το Am εκπέμπει α-σωματίδια

οπλισμοί πυκνωτή

Αν περάσει καπνός, ενδιάμεσα στον πυκνωτή, μειώνεται η ροή των σωματιδίων α, άρα μειώνεται η ροή του ρεύματος → Σήμα για καπνό.

$^{211}_{85}At \longrightarrow {}^{207}_{83}Bi + {}^{4}_{2}He^{2+}_{2}$

$t_{1/2}$ = 7 ώρες

Το At αποκτά σημασία στην Πυρηνική Ιατρική. Πυροβολεί τους ιστούς με σωματίδια α, τα οποία έχουν μικρή διεισδυτικότητα. Εντοπίζει τους όγκους.

Το Αστάτιο είναι θεραπευτικό Ισότοπο.

β) Ραδιενεργός διάσπαση β:
Διακρίνονται σε 2 κατηγορίες:

(i) β^-: συμβαίνει σε πυρήνες που είναι πλούσιοι σε νετρόνια.
Μετατρέπεται το νετρόνιο σε πρωτόνιο

$$\boxed{n \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e}$$

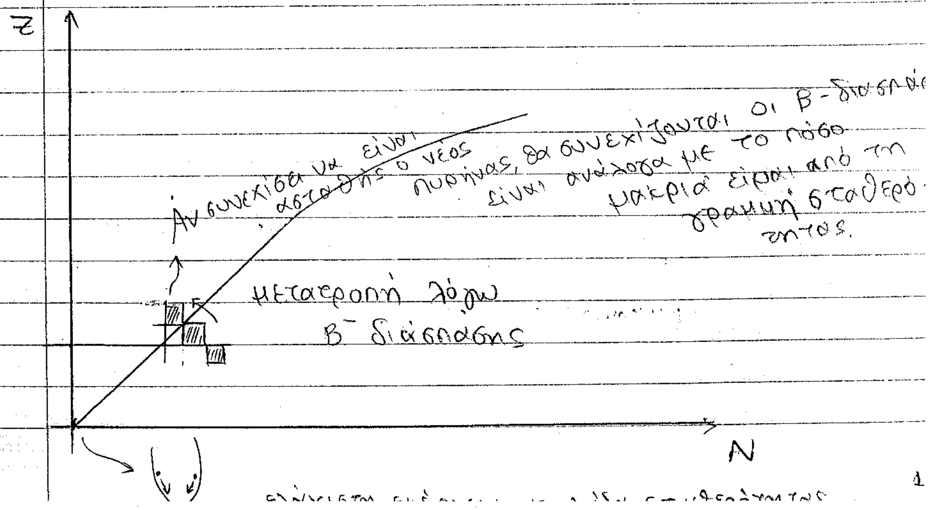
πρωτόνιο — ηλεκτρόνιο — αντινετρίνο του e⁻

ν_e: νετρίνο e⁻
$\bar{\nu}_e$: αντινετρίνο e

$$\boxed{\begin{array}{l} \beta^- \text{ σωματίδια} \rightarrow \text{Ηλεκτρόνια } (e^-) \\ \beta^+ \text{ σωματίδια} \rightarrow \text{ποζιτρόνια } (e^+) \end{array}}$$

$$^{14}_{6}C_{8} \xrightarrow{t_{1/2} = 5.730 \text{ χρόνια}} {}^{14}_{7}N_{7} + e^- + \bar{\nu}_e$$

Στις β-διασπάσεις διατηρείται ο Μαζικός αριθμός. → Ισοβαρής μετατροπή
οι πυρήνες που δημιουργούνται είναι Ισοβαρείς.



Οι διασπάσεις είναι πάντα αυθόρμητες, όπου πάντα αποβάλλεται ενέργεια:

$^{14}_{6}C_{8} \longrightarrow {}^{14}_{7}N_{7} + e^- + \bar{\nu}_e$ → Η ενέργεια που απελευθερώνεται πηγαίνει στα e^- και στα $\bar{\nu}_e$. Αν το e^- πάρει την πιο πολύ ενέργεια και το αντι-νετρίνο ελάχιστη, θα έχουμε $E_{e,max} = 0,157$ MeV

Δηλαδή σχεδόν όλη η ενέργεια είναι στα e^- που παράγονται.

Αυτή η ενέργεια των e^- τα καθιστά διεισδυτικά στην ύλη, και κόβουν δεσμούς ή προκαλούν ιοντισμούς. (αλλοιώσεις στη δομή του DNA)

$^{67}_{29}Cu_{28} \longrightarrow {}^{67}_{30}Zn_{27} + e^- + \bar{\nu}_e$, $E_{e,max} = 0,4$ MeV

$t_{1/2} = 2,7$ μέρες

Η θεραπευτική του δράση οφείλεται στα e^-. Διασπάται, και τα e^- επιλεκτικά λύουν δεσμούς στα καρκινικά κύτταρα.

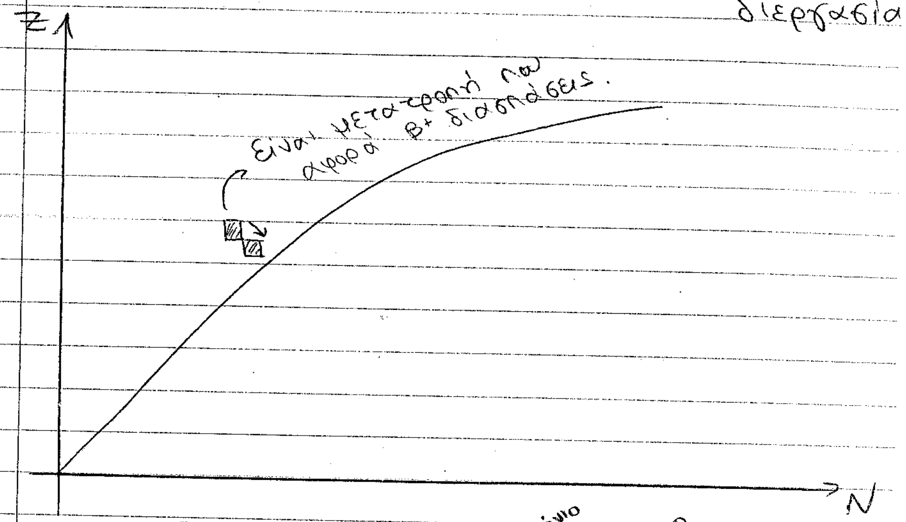
ii) β^+ διάσπαση: είναι αντιδιαμετρική της β^-.

$\boxed{p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e}$

πρωτόνιο — νετρόνιο

β^-, β^+: ελαφρύτερα ισότοπα προτιμούν αυτή τη διάσπαση.

$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$ (ποζιτρόνιο, νετρίνο) → Είναι Ισοβαρής διεργασία



$^{18}_{9}F_{9} \longrightarrow {}^{18}_{8}O_{10} + e^+ + \nu_e$ (ποζιτρόνιο, νετρίνο), $E_{e^+,max} = 0,64$ M

$t_{1/2} = 110$ min — ενέργεια ποζιτρονίων

Το e^+ είναι φορτισμένο σωματίδιο της αντιύλης. Προχωράει κάποια χιλιοστά, και όταν συναντήσει την ύλη, αντιδρούν και εξαϋλώνεται.

$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ ~ Προκύπτουν 2 φωτόνια ακτινοβολίας γ.

Η αντίδραση e^+ και e^- παράγει γ-ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Οι δέσμες φωτονίων κινούνται αντιδιαμετρικά, λόγω διατήρησης της ορμής.
↳ PET

Τα φωτόνια αυτά μπορώ να τα δω και να

καταλάβω ποιά όργανα απορρόφησαν το f.
Το f το προσαρτάμε σε γλυκόζη και το χορηγούμε εκλεκτικά στην περιοχή που μας ενδιαφέρει (π.χ. εγκέφαλος). Έτσι παρακολουθάμε τη διάσπαση του f και βγάζουμε συμπεράσματα για τη λειτουργία του οργάνου που μελετάμε.

iii) Ηλεκτρονική σύλληψη (σύλληψη e-), EC

Electron Capture.

Μοιάζει με την β^+ διάσπαση

$$\boxed{e^- + p^+ \longrightarrow n + \nu_e}$$

(1s)
κινείται στην 1s τροχιά

$$e^- + {}^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_e$$

Το αν θα συμβεί β^+ ή E.C. διάσπαση εξαρτάται από τους κανόνες επιλογής του πυρήνα.

Είναι δυνατόν ένα μέρος του ισοτόπου να κάνει E.C. και ένα άλλο μέρος β^+ διάσπαση.

$${}^{7}_{4}Be_{3} + e^- \longrightarrow {}^{7}_{3}Li_{4} + \nu_e$$

$t_{1/2} = 53$ μέρες

το Be κάνει Ηλεκτρονική σύλληψη.

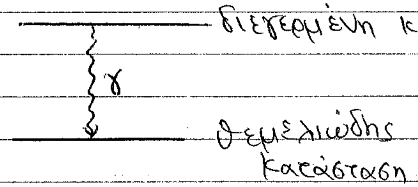
Αφαιρείται ένα από τα 1s-ηλεκτρόνια. Υπάρχει ένα ηλεκτρονιακό κενό σε εσωτερική στιβάδα. Θα μεταπίπτουν e^- από τις υψηλότερες ενεργειακά στιβάδες, εκπέμποντας X-ακτίνες.

ν_e: νετρίνο → Αλληλεπιδρούν ελάχιστα με την ύλη. Είναι λίγο ως πολύ αόρατα σε εμάς. Δε μπορώ να τα δω.

e^-: μπορώ να τα δω (σταθερά σωματίδια)
e^+: μπορεί να τα ανιχνεύσω από την ακτινοβολία γ.
σύλληψη ηλεκτρονίου: ανίχνευση μέσω ακτίνων

γ) Διάσπαση γ ή Αποδιέγερση γ

Ο πυρήνας είναι κβαντικό σύστημα και αποτελείται από διακριτές καταστάσεις. Όταν διεγείρεται, και αποδιεγείρεται, παράγει ακτινοβολία γ:



$E_\gamma \sim 0{,}1 - 2\,MeV$ → Έχει να κάνει με τα πρωτόνια ή τα νετρόνια του πυρήνα.

Μητρικό Νουκλίδιο: είναι το αρχικό νουκλίδιο, ο αρχικός πυρήνας
Θυγατρικό Νουκλίδιο: είναι το νουκλίδιο που παράγεται.

Αν το θυγατρικό νουκλίδιο, το παράγω σε διεγερμένη κατάσταση, τότε παραγόμενο θα εκπέμψει ακτινοβολία γ.

$$\underset{\text{μητρικό}}{{}^{99}_{42}Mo} \xrightarrow[\text{διάσπαση}]{\beta^-} \underset{\text{θυγατρικό}}{{}^{99}_{43}Tc^*} + e^- + \nu_e^-$$

$t_{1/2} = 66$ ώρες

είναι διεγερμένο λόγω πυρηνικής δομής

Είναι ο πιο σημαντικός πυρήνας της Πυρηνικής Ιατρικής.

Το ${}^{99}_{43}Tc^*$ είναι διεγερμένο. Όταν αποδιεγείρεται παράγει ακτινοβολία γ:

$E_\gamma \sim 0,140$ MeV

δ) Σχάση πυρήνων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

α: ${}^{252}_{98}Cf$, ${}^{235}_{92}U$, ${}^{226}_{88}Ra$, $\boxed{{}^{149}_{65}Tb}$ → τέρβιο ~ γιατί έχει τόση σημασία αυτό το ισότοπο;

β^-: ${}^{16}_{6}C$, ${}^{52}Ca$, ${}^{47}Sc$, ${}^{131}I$

β^+: ${}^{11}_{6}C$, ${}^{15}O$, ${}^{43}Sc$, ${}^{64}Cu$

E.C: ${}^{18}Ne$, ${}^{64}Cu$

${}^{47}Sc$, ${}^{131}I$, ${}^{11}C$, ${}^{15}O$, ${}^{43}Sc$, ${}^{64}Cu$ → Έχουν όλα εφαρμογές στην Πυρηνική Ιατρική

α - διασπάσεις:

$${}^{252}_{98}Cf \rightarrow {}^{248}_{96}Cm + {}^{4}_{2}He_2^{2+}$$

$${}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{231}_{90}Th + {}^{4}_{2}He_2^{2+}$$

$${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He_2^{2+}$$

$${}^{149}_{65}Tb \rightarrow {}^{145}_{63}Eu + {}^{4}_{2}He_2^{2+} \rightarrow \text{σωματίδιο } \alpha$$

β^- διασπάσεις:

$${}^{16}_{6}C_{10} \rightarrow {}^{16}_{7}N_9 + e^- + \bar{\nu}_e$$

$${}^{52}_{20}Ca_{32} \rightarrow {}^{52}_{21}Sc_{31} + e^- + \bar{\nu}_e$$

$${}^{47}_{21}Sc_{26} \rightarrow {}^{47}_{22}Ti_{25} + e^- + \bar{\nu}_e$$

$${}^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + e^- + \bar{\nu}_e$$

β^+ - διασπάσεις:

$${}^{11}_{6}C_5 \rightarrow {}^{11}_{5}B_6 + e^+ + \nu_e$$

$${}^{15}_{8}O_7 \rightarrow {}^{15}_{7}N_8 + e^+ + \nu_e$$

$${}^{43}_{21}Sc_{22} \rightarrow {}^{43}_{20}Ca_{23} + e^+ + \nu_e$$

$${}^{64}_{29}Cu_{35} \rightarrow {}^{64}_{28}Ni_{36} + e^+ + \nu_e$$

ένα μέρος του κάνει β^+, και ένα άλλο μέρος του E.C.

EC:

$$^{18}_{10}Ne_8 + e^- \longrightarrow {}^{18}_{9}F_9 + \nu_e$$

$$^{64}_{29}Cu_{35} + e^- \longrightarrow {}^{64}_{28}Ni_{36} + \nu_e$$

Μονάδες Πυρηνικής Φυσικής / Χημείας:

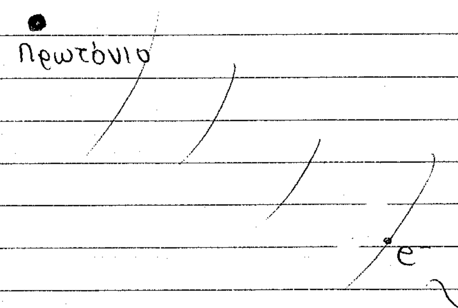
1) ▹ Διάσταση ατόμου: $1\,\text{Å} = 10^{-10}\,m$

▹ Διάσταση πυρήνα: $1\,fm = 10^{-15}\,m \approx \underbrace{R_p, R_n}_{\text{ακτίνες πρωτονίου, νετρονίου}}$

1 fermi

$$\frac{R_{atom}}{R_{nucley}} = \frac{10^{-10}\,m}{10^{-15}\,m} = 10^5$$

Έστω ότι η ακτίνα του πυρήνα είναι 1 cm.
Η ακτίνα του ατόμου αντιστοιχεί σε $1cm \cdot 10^5$ δηλαδή 1000m!



το ηλεκτρόνιο είναι πολύ πιο μακριά από το πρωτόνιο.
Το μεγαλύτερο μέρος της ύλης είναι κενό.
Το 99,5% της μάζας του ατόμου είναι ο πυρήνας.

Η ύλη είναι κατά μείζονα ηλεκτρο-νέφος και πυρήνες σε πολύ μεγάλη α-ση μεταξύ τους.

2) ▹ Ενέργεια δεσμού:
Χαρακτηριστική ενέργεια χημικού δεσμού → eV
$\sim 1-2\,eV \Rightarrow 200\,kJ/mol$
↳ χαρακτηριστική τιμή για χημικούς δεσμούς

Η αντίστοιχη ενέργεια των φυσικών διεργασιών (π.χ. εξάτμιση) είναι 10 φορές μικρότερη.

▹ Φυσικές διεργασίες:
$\sim 0{,}2\,eV \Rightarrow 20\,kJ/mol$ ↳ χαρακτηριστική τιμή για διαμοριακούς δεσμούς

1 eV (ορισμός):

$$U = q \cdot V$$

δυναμική ενέργεια — φορτίο — δυναμικό

$q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$ (στοιχειώδες φορτίο e-)

$$1\,eV = q_e \cdot 1\,Volt = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\underbrace{C \cdot V}_{1J}$$

άρα $\boxed{1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J}$

Παράδειγμα:
Ενέργεια χημικού δεσμού: 2eV
Σωματίδια από ραδιενεργό διάσπαση: $E_e = 2MeV$
(π.χ. e-)

1 σωματίδιο μπορ... να κόψει 10^6 χημικ... δεσμούς.

Η καταστροφή στη φυσιολογική λειτουργία του κυττάρου είναι ανεπανόρθωτη.

3) Μάζα:

Ατομική μονάδα μάζας: 1 amu ↳ είναι το $\frac{1}{12}$ της μάζας του ατόμου ^{12}C.

Δηλαδή $1\,amu = \frac{1}{12} M(^{12}C)$

$1\,amu = 1{,}66 \cdot 10^{-24}\,gr = 0{,}166 \cdot 10^{-23}\,gr$

$\underbrace{1\,amu \cdot N_A}_{1\,mole} = 1\,gr$

Είναι ακριβώς 1 γραμμάριο.

$$1\,amu = 1\,gr/mole = \frac{1\,gr}{N_A}$$

Για ένα στοιχείο, έχω i-ισότοπα. Κάθε ισότοπο έχει $M_i(Z,A)$ και αφθονία a_i.

μέση μάζα ← $A.M. = \sum_i a_i \cdot M_i(Z,A)$ → ατομική μάζα ισοτόπου

A.M.: συνολική ατομική μάζα (ατομικό βάρος)

a_i: φυσική αφθονία ισοτόπου

π.χ. Cl (Z=17)

$^{35}_{17}Cl$: 76% → $a_i = 0{,}76$ φυσική αφθονία ^{35}Cl

$^{37}_{17}Cl$: 24% → $a_i = 0{,}24$ φυσική αφθονία ^{37}Cl

$\Rightarrow A.M._{Cl} = 0{,}76 \cdot 35 + 0{,}24 \cdot 37 \simeq 35{,}48\,amu$ ↳ μέση τιμή

Η μάζα συνδέεται με την ενέργεια, μέσω της σχέσης Einstein:

$$\boxed{E = m \cdot c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}}$$

▸ $1\,amu = 931{,}5\,MeV/c^2$ → Ατομική μονάδα μάζας

▸ $m_n = 939{,}6\,MeV/c^2$
μάζα ανεξάρτητου νετρονίου

▸ $m_p = 938{,}3\,MeV/c^2$
μάζα ανεξάρτητου πρωτονίου

▸ $m_e = 0{,}511\,MeV/c^2$
μάζα ανεξάρτητου ηλεκτρονίου

$$1\,amu = \frac{1}{12} M(^{12}_{6}C)$$

Η ατομική μονάδα μάζας ορίστηκε βάσει του πυρήνα του ατόμου του ^{12}C. ($1\,amu = 1/12\,M(^{12}C)$), όπου και τα νετρόνια και τα πρωτόνια είναι δέσμια. Η μάζα του πυρήνα λοιπόν είναι μικρότερη από τη συνολική μάζα των ανεξάρτητων συστατικών του.
Τα πρωτόνια και τα νετρόνια είναι βαρύτερα, απ'ότι είναι όλα μαζί στον πυρήνα.

Έτσι εξηγείται η ενεργειακή διαφορά στο βάρος του ατόμου, του πρωτονίου και του νετρονίου.

- Είναι δυνατόν να έχω ένα υλικό με 100% νετρόνια;

Το νετρόνιο έχει χρόνο ημιζωής 10 λεπτά.
Διασπάται με β- διάσπαση:

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

η μάζα του νετρονίου είναι βαρύτερη από τα πρωτόνια, έτσι μετατρέπονται σε πρωτόνια, με χρόνο υποδιπλασιασμού 10 min.
Αυτό αφορά <u>ελεύθερα</u> νετρόνια

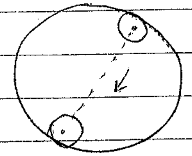
$$E_n - E_p - E_e = E_{e,max}$$

$$(939,6 - 938,3 - 0,511)\ MeV/c^2 = \underbrace{0,7\ MeV}_{\text{κινητική ενέργεια ηλεκτρονίων}}$$

Πυρήνας:

Αποτελείται από πρωτόνια και νετρόνια.
Τα νουκλεόνια μέσα στον πυρήνα κινούνται με το 20% της ταχύτητας του φωτός, και διαγράφουν πολύπλοκες τροχιές. Και όμως δεν συγκρούονται.
Είναι σαν ένα παράξενο υγρό (σταγόνα 1 υγρού)

Νουκλεόνια: μέση ταχύτητα $\langle v \rangle \sim 0,2 \cdot c$



$\underbrace{R}_{\text{ακτίνα}} \sim 5\ fm \rightarrow \underbrace{2R}_{\text{διάμετρος}} = 10\ fm$

→ ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Χρόνος: $v = \frac{s}{t} = 0,2 \cdot c \Rightarrow t = \frac{10\ fm}{0,2\ c} = 50\ \frac{fm}{c}$

Είναι μονάδα χρόνου.

fermi

$1 \frac{fm}{c} = 3,33 \cdot 10^{-24}$ sec.

↳ ταχύτητα φωτός

$1\ ps$ (πίκο-sec) $= 10^{-12}$ sec
$1\ fs$ (φέμτο-sec) $= 10^{-15}$ sec
$1\ as$ (άττο-sec) $= 10^{-18}$ sec
$1\ zs$ (ζέπτο-sec) $= 10^{-21}$ sec

$1\ zs \approx 300 \frac{fm}{c}$ → Χαρακτηριστικός χρόνος πυρηνικ[ών] αντιδράσεων.

Τρίτη 15 Οκτωβρίου 2019

Διάλεξη 3η:

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

	Μειώμενο μέγεθος →	
αυξανόμενη ταχύτητα ↓	Κλασική (Νευτώνια) Μηχανική	Κβαντική Μηχανική (άτομα, μόρια, πυρήνας)
$v = 0{,}2c - c$	Σχετικιστική Μηχανική (μεγάλα σώματα που κινείται με μεγάλες ταχύτη-τες)	Κβαντική Θεωρία Πεδίου (QFT) (κουάρκς: συστατικά των πρωτονίων και των νετρονίων)

Τα πρωτόνια και τα νετρόνια δεν είναι αδιαίρετα.

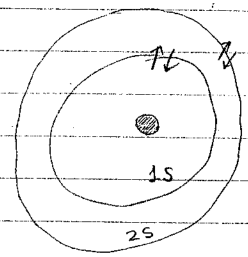
Στο Cs η ταχύτητα του e^- στο 1s τροχιακό είναι περίπου 0,5 c.
Δε μπορώ να δουλέψω με θεωρία Schrödinger, γιατί δεν είναι σχετικιστική.

Οικογένειες σωματιδίων:

Ανάλογα με το spin:

(α) Φερμιόνια (Fermions), $S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots$ ← ημιακέραιος κβαντικός αριθμός spin
(ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια)

- Για τα φερμιόνια ισχύει η Απαγορευτική αρχή του Pauli: όταν έχω μια ενεργειακή κατάσταση, αυτή μπορεί να δεχτεί το πολύ 2e⁻ με διαφορετικά spin.
- Η κυματοσυνάρτηση που περιγράφει τα φερμιόνια πρέπει να είναι αντισυμμετρική (δηλαδή, η Ψ του συστήματος είναι αντισυμμετρική)
- Τα φερμιόνια δομούν τον φυσικό κόσμο. (e^-, p^+, n)



Η αρχή του Pauli και η δομή του φυσικού κόσμου συνδέονται.
Η κατάληψη ενεργειακών επιπέδων, οδηγεί σταδιακά στη δόμηση της ύλης.

(β) Μποζόνια (Bose), $S = 0, 1, 2, \ldots$ → Ακέραιο Spin

- ΔΕΝ ισχύει η Αρχή Pauli
- Η Ψ είναι συμμετρική
- ΔΕΝ δύνανται να καταστήσουν δομές στον φυσικό κόσμο.
- Αποτελούν φορείς των Αλληλεπιδράσεων

Τα φωτόνια είναι Μποζόνια.
Τα μεσόνια είναι Μποζόνια.
Δεν θα ήταν δυνατόν, να δομήσω το άτομο με e^- που έχουν spin = 1.

Τα σωματίδια του μικρόκοσμου είναι **ΜΗ** διακρίσιμα.
Τα e^-, τα p^+, τα n δεν μπορώ να τα διακρίνω μεταξύ τους. Είναι Πανομοιότυπα.
Π.χ. αν έχω 10 e⁻ ΔΕΝ μπορώ να τα διακρίνω.

Είδη Φερμιονίων: → Λεπτόνια
→ Quarks

1) Λεπτόνια

Στην κατηγορία αυτή ανήκουν τα εξής:

- ηλεκτρόνια
- νετρίνα των e^-, ν_e
- μ^-: μιόνια (έχει να κάνει με την ακτινοβολία που δεχόμαστε από την ατμόσφαιρα)
- ν_μ: νετρίνο του μιονίου
- τ^-: σωματίδιο ταυ
- ν_τ: νετρίνο του σωματιδίου τ^-.

Φορτίο e^-, μ^-, τ^- : -1

φορτίο ν_e, ν_μ, ν_τ : $\emptyset$ → αριθμητικό μηδέν

Τα νετρίνα είναι άμαζα και δεν έχουν φορτίο.

Σχετικιστικές Μάζες (MeV)

$E_e = m_e \cdot c^2 = 0{,}511$ MeV

$E_\mu = m_\mu \cdot c^2 = 106$ MeV

$E_\tau = m_\tau \cdot c^2 = 1.777$ MeV → Πολύ βαρύ λεπτόνιο

Το MeV είναι η φυσική μονάδα μάζας για τα υποατομικά σωματίδια.

$E_\nu = m_\nu c^2 \simeq 0$ → Η μάζα των νετρίνων είναι $\emptyset$.

1η γενεά λεπτονίων → e^-, ν_e

2η γενεά λεπτονίων → μ^-, ν_μ

3η γενεά λεπτονίων → τ^-, ν_τ.

Η λέξη λεπτόνιο, προέρχεται από το ότι δεν έχουν καμία απολύτως δομή, τα θεωρούμε ως σημειακά φορτία.

2) Quarks:

1η γενιά	2η γενιά	3η γενιά	
d (down)	s (strange)	b (beauty, bottom)	→ $q = -1/3$
u (up)	c (charm)	t (top, truth)	→ $q = +2/3$

Τα quarks d, s, b, έχουν φορτίο $Q = -1/3$

Τα quarks u, c, t, έχουν φορτίο $Q = +2/3$.

Ο κόσμος δομείται κυρίως με τα quarks d και u. Τα άλλα τα συναντάμε σε διεργασίες υψηλής ενέργειας.

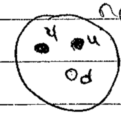
Τα d, u: φτιάχνουν τα Πρωτόνια και τα Νετρόνια.

Δομές των Quarks:

I) Βαρυόνια (συνδυασμοί 3 quarks)

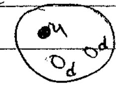
- πρωτόνιο (2u, 1d) → uud

πρωτόνι



$+\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$

- νετρόνιο (u, 2d) → udd



$+\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$

Αποτελούνται από quarks, όμως είναι Μποζόνια

II) Μεσόνια:

συνδυασμός από 2 quarks. Είναι ένα quark και ένα αντι-quark.
$(q\bar{q})$

↳ είναι το αντισωματίδιό του. Έχουν το αντίθετο φορτίο

π - μεσόνιο ή πιόνιο

$\pi^-: \bar{u}d,\ Q = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = -1$

$\pi^+: u\bar{d},\ Q = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = +1$

$\pi^0: u\bar{u}$ ή $d\bar{d}$, $Q = \varnothing$.

Τα πιόνια παράγονται στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, από αντιδράσεις μεγάλης ενέργειας

Τα π^- - μεσόνια έχουν χρόνο ημιζωής,
$t_{1/2}(\pi^-) = 2{,}6 \cdot 10^{-8}\ sec \simeq 26\ nsec$.
Διασπώνται και δίνουν μιόνια και νετρίνο μιονίου.

$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

Το μ^- με τη σειρά του διασπάται σε e^-, $\bar{\nu}_e$ και ν_μ.

$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

$t_{1/2} = 2\mu s$

Αδρόνια:

Αδρόνια — προέρχεται από τη λέξη "αδρός" που σημαίνει δυνατός.

Δηλαδή, αδρόνια είναι τα στοιχειώδη σωματίδια που μπορούν να συμμετέχουν και ...

- Βαρυόνια (3 quarks) (φερμιόνια)
- Μεσόνια (2 quarks) (μποζόνια)

LHC: Large Hadron Collider → CERN
↳ είναι μεγάλος επιταχυντής αδρονίων.
Ο επιταχυντής χρησιμοποιείται κυρίως για την έρευνα φαινομένων που θα προκύψουν από τη σύγκρουση δεσμών πρωτονίων - πρωτονίων, σε πολύ μεγάλες ενέργειες (7 TeV).

δέσμη p^+ → ← δέσμη p^+

Αυτή η σύγκρουση σε εξαιρετικά μεγάλες ενέργειες, παράγει κάθε είδους σωματί...

Αλληλεπίδραση = Δύναμη

Αλληλεπιδράσεις στη Φύση:

Ιδιότητα που πρέπει να έχει ένα σώμα για να μετέχει στη δύναμη

Δύναμη	Φορέας	Εμβέλεια	Σχετική Ισχύς	Υπόθεμα	Χρό...
ΒΑΡΥΤΙΚΗ	graviton	∞	10^{-36}	μάζα, ενέργεια	0 -...
ΑΣΘΕΝΗΣ	W^+, W^-, Z^0	$10^{-18} = 10^{-3} fm$	10^{-3}	ασθενές φορτίο	$10^{...}$
ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ	photon (φωτόνιο)	∞	1	ηλεκτρικό φορτίο	$10^{...}$
ΙΣΧΥΡΗ	gluon	$10^{-15} = 1 fm$	100	"χρώμα"	$10^{-2...}$

Ισχυρή → εκδηλώνεται μεταξύ των quarks: Τα quarks των πρωτονίων κρατάνε δέσμια τα ε-γι'αυτό και δεν φεύγαν.

"χρώμα" → είναι ό,τι χαρακτηριστικό έχουν τα quarks. Η δυναμική των quarks ονομάζεται χρωμοδυναμική

ΦΟΡΕΙΣ

- Γκλουόνια → Ισχυρή Αλληλεπίδραση → Κβαντική χρωμοδυναμική
- W & Z μποζόνια → Ασθενής Αλληλεπίδραση
- Φωτόνια → Ηλεκτρομαγνητισμός → Κβαντική Ηλεκτροδυναμική
- Βαρυτόνια → Βαρύτητα → Κβαντική Βαρύτητα

Ασθενής Αλληλεπίδραση + Κβαντική Ηλεκτροδυναμική → Ηλεκτροασθενής αλληλεπίδραση

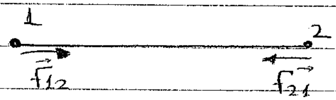
Κβαντική χρωμοδυναμική + Ηλεκτροασθενής αλληλεπίδραση → Μεγάλη ενοποιημένη θεωρία

Μεγάλη ενοποιημένη θεωρία + Κβαντική Βαρύτητα → Θεωρία των πάντων

Η ασθενής αλληλεπίδραση εκδηλώνεται μεταξύ φερμιονίων (quarks, λεπτόνια).
Έχω φερμιόνιο, έχω ασθενή αλληλεπίδραση
(π.χ. d-quark $\xrightarrow[\text{αλληλεπίδραση}]{\text{ασθενής}}$ u-quark)
Τα W^+, W^-, Z^0 είναι μποζόνια. Είναι υπεύθυνα για την ασθενή αλληλεπίδραση των φερμιονίων.

Νόμοι Νεύτωνα:

1) $\Sigma \vec{F}_{ολ} = 0 \Rightarrow v =$ σταθερή ή 0
2) $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
3) Νόμος Δράσης-Αντίδρασης: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$



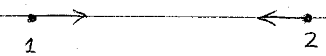
Κάθε δύναμη στη φύση, κάθε αλληλεπίδραση εκδηλώνεται σε ζευγάρια σωματιδίων.

Κάθε αλληλεπίδραση στη φύση εκδηλώνεται σε ζευγάρια σωματιδίων.

Στην Κβαντική Δυναμική, αντί για δύναμη μιλάμε για Δυναμική Ενέργεια.

Με ποιο τρόπο ασκείται μία δύναμη και μία αλληλεπίδραση;

1) Εξ αποστάσεως (στιγμιαία)



Αν αλλάξει η θέση του σωματιδίου 1, στιγμιαία θα μεταβληθεί και η δύναμη.

2) Η πιο σωστή θεώρηση είναι ότι η δύναμη ασκείται μέσω πεδίου.

Πεδίο: ιδιότητα που αποκτά ο χώρος όταν υπάρχει ένα κατάλληλο υπόθεμα.

Έχω μάζα, έχω βαρυτικό πεδίο
Έχω φορτίο, έχω ηλεκτρομαγνητική δύναμη

Υπόθεμα → Φτάνει το πεδίο → Το πεδίο ασκεί τη δύναμη.

Αν αλλάξει κάτι στη θέση που διαδίδει το πεδίο το υπόθεμα, τι θα γίνει;
Ποια η ταχύτητα διάδοσης του πεδίου;
Ένα οποιοδήποτε πεδίο προσαρμόζεται ή αποκρίνεται με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του φωτός, c.

Κινητό ← Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο από τους σταθμούς

Γη ← Αν μετακινηθεί ο ήλιος, θα περάσουν 8 λεπτά για να το αντιληφθούμε
↓
Χρόνος που κάνει το φως από τον Ήλιο για να φτάσει στη Γη.

Τετάρτη 16 Οκτωβρίου 2019

Διάλεξη 4η:

Νόμοι Διατήρησης:

I) ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ:

(1) Ενέργεια: $\left(\sum_i E_i\right)$ = σταθερή

▷ για ένα σωματίδιο i: $E_i = \underbrace{T_i + m_i c^2}_{\text{σχετικιστική ενέργεια}} \; \underbrace{(+U_i)}_{\text{δυναμική ενέργεια}}$

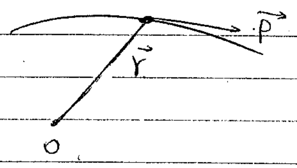
Σχετικιστική ενέργεια: $E_i = T_i + m_i c^2$

▷ για μία διεργασία: $\left(\sum_i E_i\right)_{\text{αρχικό}} = \left(\sum_i E_i\right)_{\text{τελικό}}$

(2) Ορμή: $\left(\sum_i \vec{p}_i\right)$ = σταθερό

(3) Στροφορμή: $\left(\sum_i \vec{L}_i\right)$ = σταθερή

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$



II) ΔΥΝΑΜΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ:

(1) Διατήρηση ηλεκτρικού φορτίου

Σε κάθε διεργασία που συμμετέχουν ηλεκτρικά φορτία, το συνολικό φορτίο πάντα διατηρείται.

(2) Διατήρηση λεπτονικού αριθμού:

Λεπτόνια →			
	e	μ	τ
	ν_e	ν_μ	ν_τ
	$\Lambda_e = +1$	$\Lambda_\mu = +1$	$\Lambda_\tau = +1$

λεπτονικός αριθμός

Τα αντιλεπτόνια είναι η αντιύλη των λεπτονίων και έχουν λεπτονικό αριθμό -1:

Αντιλεπτόνια →			
	e^+	μ^+	τ^+
	$\bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\tau$
	$\Lambda_e = -1$	$\Lambda_\mu = -1$	$\Lambda_\tau = -1$

Το e^+ και το $\bar{\nu}_e$ έχουν λεπτονικό αριθμό -1

Τα αντισωματίδια έχουν αντίθετο φορτίο

(3) Διατήρηση Βαρυονικού αριθμού:

Βαρυόνιο (π.χ. p^+, n) : $B = +1$ → βαρυονικός αριθμός

Μεσόνιο (π.χ. π^+, π^-) : $B = 0$ → Τα μεσόνια δεν είναι βαρυόνια άρα $B = 0$.

Ό,τι δεν είναι βαρυόνιο, έχει $B = 0$

Αντιβαρυόνιο (π.χ: $\bar{p}$, $\bar{n}$) : $B = -1$

Αντιστοιχία Ύλης - Αντιύλης:

Ύλη	Αντιύλη
$m, S, t_{1/2}$	$m, S, t_{1/2}$ (S → spin)
Q	$-Q$
Λ_e	$-\Lambda_e$
Λ_μ	$-\Lambda_\mu$
Λ_τ	$-\Lambda_\tau$
B	$-B$

Τα σωματίδια της αντιύλης έχουν ακριβώς την ίδια μάζα και τα ίδια χαρακτηριστικά με τα σωματίδια της ύλης.

	e^-	e^+
λ_e:	$+1$	-1

	μ^-	μ^+
λ_μ:	$+1$	-1
$t_{1/2}$:	$\sim 2\mu s$	$2\mu s$

Το e^- είναι σταθερό, ενώ το e^+: όταν παραχθεί αντιδρά αμέσως με την ύλη και εξαϋλώνεται.

όταν η αντιύλη είναι εντελώς απομονωμένη από την ύλη, έχει ακριβώς τις ίδιες ιδιότητες.

Αν η αντιύλη συναντήσει ύλη, αμέσως εξαϋλώνεται.

β^- - διάσπαση: ανήκει στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις

$n \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ ($\underset{(n)}{d\text{-quark}} \longrightarrow \underset{(p^+)}{u\text{-quark}}$)

↓ φορέας της αλληλεπίδρασης είναι το W-μποζόνιο.

<u>Διατήρηση Ενέργειας:</u>

$n \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

$E: mc^2:\ 939{,}6 \quad \underbrace{938{,}3 \quad 0{,}5}_{938{,}8} \quad \varnothing \quad (\text{MeV})$

$$\left(\sum_i m_i \cdot c^2\right)_{\alpha\rho\chi} > \left(\sum_j m_j c^2\right)_{\tau\varepsilon\lambda.}$$

$$\sum_i m_i \cdot c^2 = \sum_j m_j \cdot c^2 + \sum_j T_j$$

Δικαιολογώ τη διαφορά στην ενέργεια, στον όρο $\sum_j T_j$, που δείχνει ότι τα προϊόντα έχουν κινητική ενέργεια.

Οι τιμές 939,6, 938,3 αφορούν τα νετρόνια και τα πρωτόνια αντίστοιχα, και περιγράφουν την δεσμευμένη κατάσταση.

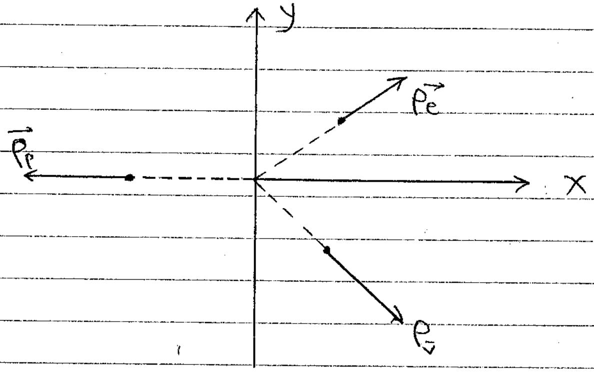
Η τιμή 0,511 MeV για το e^-, αφορά το ελεύθερο e^- (στο άπειρο)

<u>Διατήρηση Ορμής:</u>

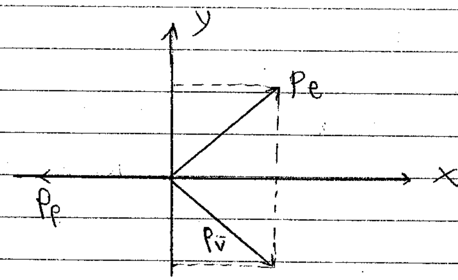
$n \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

$\vec{p}:\ \varnothing \quad \vec{p}_p \quad \vec{p}_e \quad \vec{p}_{\bar{\nu}}$ → οι ορμές θα πρέπει να έχουν ανυσματικό άθροισμα ίσο με μηδέν.

$$\vec{p}_e + \vec{p}_p + \vec{p}_{\bar{\nu}} = 0$$



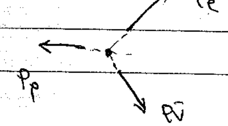
Έχουμε 3 διανύσματα 2 διαστάσεις (x,y)



$x: p_p = p_{e,x} + p_{\nu,x}$

$y: p_{e,y} = p_{\bar{\nu},y}$

Εάν δεν μπορούν τα ανύσματα των ορμών να αθροιστούν και να δώσουν 0, δεν μπορεί να γίνει αυτή η διαδικασία (γιατί δε διατηρείται η ορμή).



Διατήρηση Ηλεκτρικού φορτίου:

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

	n	p^+	e^-	$\bar{\nu}_e$	
Q:	∅	+1	−1	∅	✓

Διατήρηση Λεπτονικού αριθμού/βαρυονικού αριθμού:

$$n \rightarrow e^- + p^+ + \bar{\nu}_e$$

	n	e^-	p^+	$\bar{\nu}_e$	
Λ_e:	∅	+1	∅	−1	✓
Λ_μ:	∅	∅	∅	∅	✓
B:	+1	∅	+1	∅	✓

Το νετρόνιο δεν είναι λεπτόνιο, άρα το $\Lambda_e = 0$.

Το νετρόνιο διασπάται και μετατρέπεται σε πρωτόνιο, γεννώντας το ηλεκτρόνιο και το αντινετρίνο. Δεν προϋπήρχαν.

β^+ - διάσπαση:

$$p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

	p^+	n	e^+	ν_e
E: mc^2:	938,3	939,6	0,5	∅
$\vec{p}$:	∅	←	↗	→
Q:	+1	∅	+1	∅
Λ_e:	∅	∅	−1	+1
Λ_μ:	∅	∅	∅	∅
B:	+1	+1	∅	∅

$$\Rightarrow \underbrace{\left(\sum_i m_i c^2\right)_{\alpha\rho\chi} < \left(\sum_j m_j c^2\right)}_{\text{Απαγορεύεται με νόμους Διατήρησης ενέργειας}}$$

Αυτή η στοιχειώδης διεργασία για να γίνει πρέπει να μετατραπεί ένα πρωτόνιο το οποίο είναι δέσμιο στον πυρήνα.

Η ενέργεια πρωτονίου 938,3 MeV, αφορά ένα ανεξάρτητο πρωτόνιο.

$${}^{18}_{9}F_{9} \xrightarrow{\beta^+} {}^{18}_{8}O_{10} + e^+ + \nu_e$$

η μάζα ενός ασταθούς πυρήνα να είναι μεγαλύτερη απ'ότι θα αναμέναμε.

$$m_{^{18}F} \cdot c^2 > m_{^{18}O} \cdot c^2 + m_e \cdot c^2$$

Σε ένα δέσμιο σύστημα, ο πυρήνας έχει μικρότερη μάζα απ'ότι έχουν συνολικά τα ανεξάρτητα συστατικά τ. Στην περίπτωση όμως, που ο πυρήνας είναι ασταθής, η μάζα του πυρήνα, φαίνεται να είναι μεγαλύτερη. Άρα και η σχετικιστική του μάζα $m \cdot c^2$, θα είναι μεγαλύτερη. Έτσι, εννοείται η αποπεράτωση της αντίδρασης.

Εάν το πρωτόνιο είναι απομονωμένο (ανεξάρτητο), δεν μπορεί να γίνει η διαδικασία, γιατί του λείπει η ενέργεια (938,3 MeV). Εάν ο πυρήνας είναι ασταθής (όπως στο ^{18}F), έχει περίσσεια ενέργειας, άρα τελικά ισχύει η Διατήρηση ενέργειας.

EC - διάσπαση:

$$p^+ + e^- \longrightarrow n + \nu_e$$

	p^+	e^-	n	ν_e
E: mc^2:	938,3	0,511	939,6	∅
$\vec{p}$:	$\vec{p}_p$ →	$\vec{p}_e$ ←	$\vec{p}_n$ ←	$\vec{p}_{\nu_e}$ →
Q:	+1	−1	∅	∅
Λ_e:	∅	+1	∅	+1
Λ_μ:	∅	∅	∅	∅
B:	+1	∅	+1	∅

$$\rightarrow \sum_i m_i c^2 < \sum_j m_j c^2$$

πάλι δεν διατηρείται η ενέργεια. Είναι σαν το προηγούμενο παράδειγμα. Η ενέργεια οφείλεται στον ασταθή πυρήνα

	e^+	$+ e^-$	$\longrightarrow \gamma$	$+ \gamma$
$E=mc^2$:				
$\vec{p}$:				
Q:	+1	−1	∅	∅
Λe:	+1	−1	∅	∅
Λμ:	∅	∅	∅	∅
B:	∅	∅	∅	∅

Αντίδραση εξαΰλωσης π°:

Υπάρχει ένα μεσόνιο, το π°:

	$\pi^\circ \longrightarrow$	γ	$+ \gamma$
$E=mc^2$:	135 MeV	∅	∅ MeV
$\vec{p}$:	∅	$\overleftarrow{p_1}$	$\overrightarrow{p_2}$
Q:	∅	∅	∅
Λe:			
Λμ:			
B:			

→ Αντίδραση εξαΰλωσης.

τα φωτόνια γ δεν έχουν $m \cdot c^2$. Όμως, έχουν κινητική ενέργεια. Η κινητική ενέργεια του κάθε φωτονίου είναι 67,5 MeV.

$\pi^\circ \to u\bar{u}$ ή $d\bar{d}$

Το π° είναι ένα πακέτο ύλης-αντιύλης. $t_{1/2} = 10^{-17}$ sec όταν εξαϋλώνεται παράγεται ακτινοβολία γ.

Αντίδραση Διάσπασης e^-:

	$e^- \longrightarrow$	ν_e	$+ \gamma$
mc^2:	0,511	∅	∅
$\vec{p}$:	∅	$\overleftarrow{p_{\nu_e}}$	$\overrightarrow{p_\gamma}$
Q:	−1	∅	∅
Λe:	+1	+1	∅
Λμ:			
B:			

$m \cdot c^2 = 0$, για αυτά τα σωματίδια έχουν μόνο κινητική ενέργεια

$p_{\nu_e} = p_\gamma \Rightarrow p_{\nu_e} c = p_\gamma c$

$\Rightarrow E_{\nu_e} = E_\gamma$

$E = E_\nu + E_\gamma$

$\Rightarrow E_\nu = E_\gamma = \frac{E}{2} = 0,250$ MeV

Είναι η κινητική ενέργεια των σωματιδίων.

Το πρόβλημα είναι στο φορτίο. Δεν διατηρείται. Άρα τα e^- δεν εξαϋλώνονται σε $\nu_e + \gamma$, δεν διασπώνται. Είναι σταθερά. Διάσπαση e^- σε ελαφρότερα σωματίδια δεν είναι δυνατόν να γίνει.

Παραγωγή Αντιπρωτονίου:

$$p^+ + p^+ \longrightarrow \underset{\text{αντιπρωτόνιο}}{p^-} + p^+ + p^+ + p^+$$

	p^+	$+ p^+$	$\longrightarrow p^-$	$+ p^+$	$+ p^+$	$+ p^+$
$E=mc^2$:	938,3	938,3	938,3	938,3	938,3	938,3
$\vec{p}$:	←	→	←	→	←	→
Q:	+1	+1	−1	+1	+1	+1
B:	+1	+1	−1	+1	+1	+1

↳ η αρχική ενέργεια είναι πολύ μικρότερη δηλαδή για να γίνει κάτι τέτοιο πρέπει να δώσω τεράστια ενέργεια.

Αν λοιπόν επιταχύνω τα πρωτόνια με αρκετά μεγάλη ενέργεια, και συγκρουστούν μπορεί να γίνει αυτή η αντίδραση!!

Με φασματομετρία μάζας, διακρίνεις ότι τα σωματίδια έχουν ίδια μάζα, αλλά αντίθετο φορτίο.

	p^+	$+ p^+$	$\longrightarrow p^-$	$+ p^+$	$+ p^+$	$+ p^+$
$E=mc^2$ =	938,3	938,3	938,3	938,3	938,3	938,3 MeV
$E_{ολ}$ =	2 GeV	2 GeV	1 GeV	1 GeV	1 GeV	1 GeV.

↳ έχουν περίσσεια ενέργειας λόγω της κινητικής τους ενέργειας. Αυτή η ενέργεια δημιουργεί σωματίδια!!

Ασκήσεις:

1) $\pi^+ + \pi^- \longrightarrow p^+ + p^-$
2) $\nu_e + n \longrightarrow p^+ + e^-$
3) $\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
4) $\mu^- \longrightarrow \nu_\mu + \gamma$.

Λύση:

1) $\pi^+ + \pi^- \longrightarrow p^+ + p^-$

	π^+	π^-	p^+	p^-	
$E{:}\,mc^2$	139,6	139,6	938,3	938,3	MeV
$\vec{p}$	$\rightarrow$	$\leftarrow$	$\leftarrow$	$\rightarrow$	
Q	+1	−1	+1	−1	
Λ_e	∅	∅	∅	∅	
Λ_μ	∅	∅	∅	∅	
B	∅	∅	+1	−1	

Ενέργεια: $\left(\sum_i m_i c^2\right)_{αρχ} < \left(\sum_j m_j c^2\right)_{τελ.}$

Η σφοδρή σύγκρουση των πιονίων δίνει την ενέργεια έτσι ώστε να υπάρχει διατήρηση.

2) $\nu_e + n \longrightarrow p^+ + e^-$

	ν_e	n	p^+	e^-	
$E=mc^2$	∅	939,6	938,3	0,511	MeV
$\vec{p}$	$\rightarrow$	$\leftarrow$	$\leftarrow$	$\rightarrow$	
Q	∅	∅	+1	−1	
Λ_e	+1	∅	∅	+1	
Λ_μ	∅	∅	∅	∅	
B	∅	+1	+1	∅	

Η ενεργειακή διαφορά εξηγείται στην κινητική ενέργεια που αποκτάν τα p^+ και τα e^-. Είναι μία αντίδραση που συμβαίνει σε αστρικό περιβάλλοντα και μετατρέπει νετρόνια σε πρωτόνια.

3) $\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$

	μ^+	e^+	ν_e	$\bar{\nu}_\mu$
$E{:}\,mc^2$	105,7	0,511	∅	∅
$\vec{p}$	∅	$\leftarrow$	$\nearrow$	$\searrow$
Q	+1	+1	∅	∅
Λ_e	∅	−1	+1	∅
Λ_μ	−1	∅	∅	−1
B	∅	∅	∅	∅

→ η ενέργεια μοιράζεται ως κινητική στα σωματίδια.

4) $\mu^- \longrightarrow \nu_\mu + \gamma$

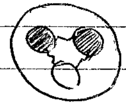
	μ^-	ν_μ	γ
$E=mc^2$	105,7	∅	∅
$\vec{p}$	∅	$\leftarrow$	$\rightarrow$
Q	−1	∅	∅

→ η ενέργεια μεταφέρεται στα σωματίδια ως κινητική.

→ **Δεν** διατηρείται το φορτίο, άρα δε μπορεί να γίνει η συγκεκριμένη διεργασία.

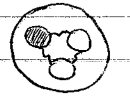
Δε γίνεται να υποβιβάσω το μιόνιο σε 2 άμαζα σωματίδια.

Τρίτη 22 Οκτωβρίου 2019
Διάλεξη 5η:
Αλληλεπίδραση μεταξύ νουκλεονίων
"Δομή" πρωτονίου:
uud



$m_p \cdot c^2 = 938,3$ MeV

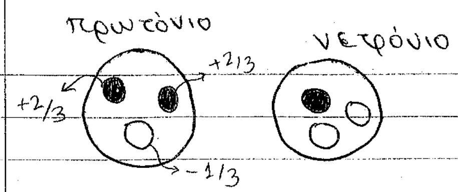
"Δομή" Νετρονίου: $m_n \cdot c^2 = 939,6$ MeV
udd



Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των quark είναι ισχυρές. Ανταλλάσσουν σωματίδια, που είναι οι φορείς της ισχυρής αλληλεπίδρασης, τα γκλουόνια.
Η έλξη μεταξύ τους είναι πάρα πολύ ισχυρή.

$m_u \cdot c^2 = 3$ MeV → up-quark
$m_d \cdot c^2 = 7$ MeV → down-quark
Λείπουν πολλά MeV, για να συμπληρωθεί η μάζα του πρωτονίου: $m_p \cdot c^2 = 938,3$ MeV.
οφείλεται στα γκλουόνια

Μεταξύ των quarks υπάρχει ένα πεδίο. Το ελκτικό πεδίο δυνάμεων μεταφέρει ενέργεια στο σύστημα. Τα γκλουόνια μεταφέρουν την ενέργεια στο σύστημα καθώς ανταλλάσσονται.
Ομοίως στο νετρόνιο.
Τα quarks u, d είναι φορτισμένα, γι'αυτό υπάρχει και η έλξη Coulomb μεταξύ τους αλλά είναι μικρή.

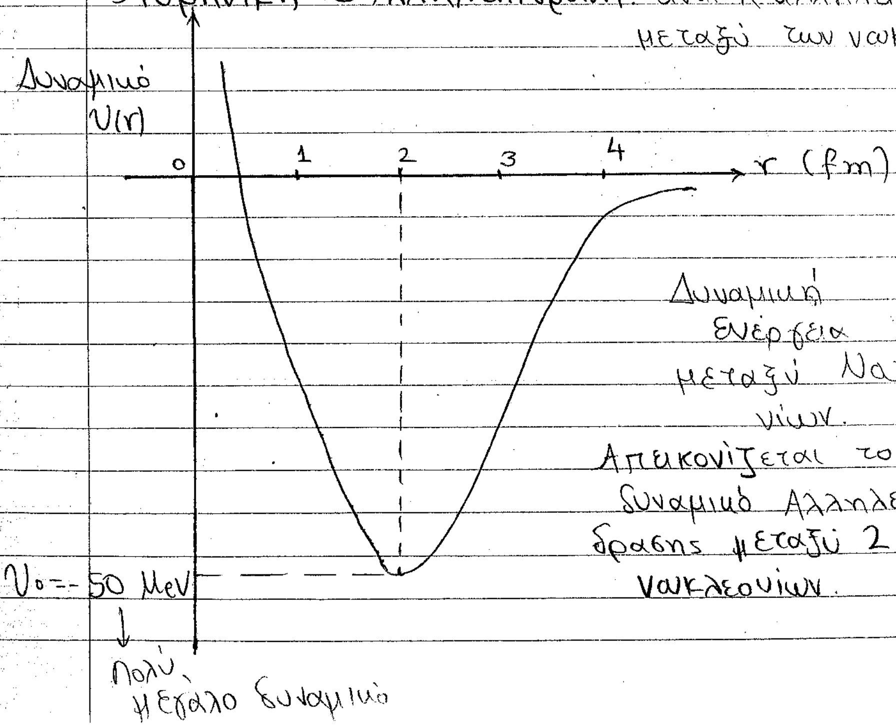


Λόγω αλληλεπιδράσεων των qu
υπάρχει έλξη
μεταξύ πρωτονίου και
νετρονίου.

Η μεταξύ τους αλληλεπίδραση, λέγεται Πυρ
νική, και είναι Ισχυρή.
Μεταξύ νουκλεονίων υπάρχει μεταξύ τους
ελκτική δύναμη.

Η πυρηνική δεν είναι θεμελιώδης αλληλεπί
6η. Προκύπτει από την Ισχυρή αλληλεπίδρασ
μεταξύ των quarks.

Πυρηνική Αλληλεπίδραση: είναι η αλληλεπίδρα
μεταξύ των νουκλεο
α



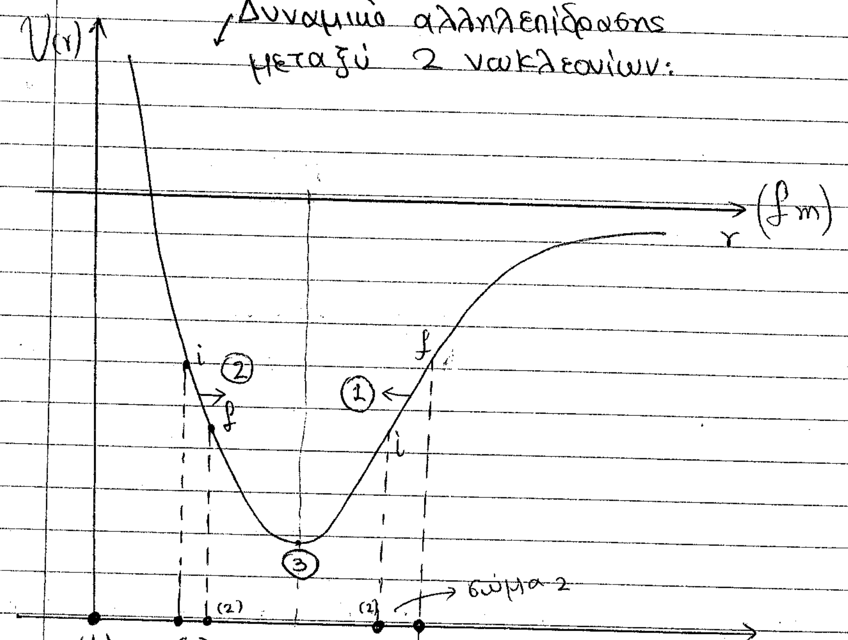
Δυναμική Ενέργεια μεταξύ Νουκλε
νίων.
Απεικονίζεται το δυναμικό Αλληλεπί-
δρασης μεταξύ 2 νουκλεονίων.

Η καμπύλη αυτή απεικονίζει τη Δυναμική Ενέργεια Αλληλεπίδρασης των δύο σωματιδίων.

$$F = -\frac{dV}{dr} = -\frac{\Delta V}{\Delta r} \longrightarrow \text{Δύναμη Αλληλεπιδράσεως.}$$

Όταν τα σωματίδια έλκονται, $F<0$.

Δυναμικό αλληλεπίδρασης μεταξύ 2 νουκλεονίων:



(1) σώμα 1

Δr Δr

Στην περίπτωση 1:
Το σωματίδιο 2 απομακρύνεται από το σώμα 1.
Κινείται από τη θέση i στη θέση f.

$\Delta r>0,\ \Delta V>0 \Rightarrow F<0$

↓

η δύναμη είναι Ελκτική

Στην περίπτωση 2, $\Delta r>0$, $\Delta V<0$, άρα $F>0 \rightarrow$ Άπωση μεταξύ των σωματιδίων.

$$F = -\left(\frac{V_f - V_i}{r_f - r_i}\right)$$

Στη θέση ισορροπίας,
$\frac{dV}{dR} = 0$, γιατί η καμπύλη βρίσκεται στο ελάχιστό της.
Άρα $F=0$. Το σώμα είναι παγιδευμένο στη θέση ισορροπίας, όπου η δυναμική ενέργεια είναι ελάχιστη.

Η αλληλεπίδραση των δύο νουκλεονίων εκτός από την απόστασή τους, εξαρτάται και από τα spin τους: $V(\vec{r}, \vec{S_1}, \vec{S_2})$.

Ισχύς ↑

Σειρά ισχύος της Πυρηνικής Αλληλεπίδρασης

1) Μεταξύ p και n : $p-n$ → πυρηνικός δεσμός
2) Μεταξύ n και n : $n-n$ (Pauli)
3) Μεταξύ p και p : p^+-p^+ (Pauli, άπωση Coulomb)

Μήκος πυρηνικού δεσμού → Είναι το σημείο ελάχιστης δυναμικής ενέργειας (~1,5 fm)

Ένα n με ένα n που έχουν παράλληλα spin δεν θέλουν να είναι κοντά. Έρχονται κοντά όταν έχουν αντιπαράλληλα spin (αρχή Pauli : δεν αφήνει τα ίδια σωματίδια με παράλληλα spin να είναι στην ίδια ενεργειακή κατάσταση)

απωθούνται και απομακρύνονται

Τα p απωθούνται και λόγω φορτίου. Αν τα spin τους είναι παράλληλα απωθούνται, αν είναι αντιπαράλληλα έρχονται κοντά, όμως υπάρχει και η άπωση λόγω δύναμης Coulomb.

Άσκηση:

Υπολογισμός Αλληλεπίδρασης Coulomb μεταξύ $p^+ - p^+$:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2} \rightarrow \text{Δύναμη}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r} \rightarrow \text{Δυναμική Ενέργεια}$$

Για πρωτόνιο, $Q_1 = Q_2 = +e = +q_e$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e\cdot e}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 1{,}44\ \text{MeV}\cdot\text{fm}$$

↳SI → να τα βγάλω από SI σε MeV.

$$\xrightarrow{r\sim 2fm} V = (1{,}44\ \text{fm}\cdot\text{MeV})\cdot\frac{1}{2} = 0{,}76\ \text{MeV}$$

η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο p^+ είναι 0,76 Mev.

Η Αλληλεπίδραση Coulomb είναι +0,76 MeV. Απωστική δύναμη.

Σε σχέση με τα -50 MeV που είναι η ισχυρή πυρηνική δύναμη, είναι περίπου το 1-1,5/100.

Η αλληλεπίδραση Coulomb είναι 50-100 φορές μικρότερη από την Πυρηνική αλληλεπίδραση.

Άτομο:

Αλληλεπίδραση e^- με πυρήνα Z-πρωτονίων

Δυναμικό Coulomb για το e^-:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(-e)\cdot(+Z\cdot e)}{r}$$

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Z}{r} = -1{,}44\ \text{MeV}\cdot\text{fm}\cdot\frac{Z}{r}$$

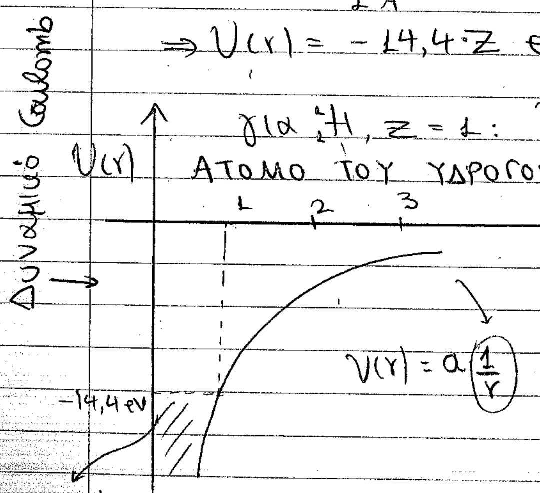
Έστω $r = 1\ \text{Å} = 10^5\ \text{fm}$ (τυπική ακτίνα):

$$V(r) = -\frac{1{,}44\ \text{MeV}\cdot\text{fm}\cdot Z}{1\ \text{Å}} = -1{,}44\cdot 10^{-5}\cdot Z\ \text{Me[V]}$$

$$\Rightarrow V(r) = -14{,}4\cdot Z\ \text{eV} \rightarrow \text{Ελκτικό δυναμ[ικό]}$$

για ^1_1H, $Z = 1$: $V = -14{,}4$ eV

ΑΤΟΜΟ ΤΟΥ ΥΔΡΟΓΟΝΟΥ.



η περιοχή κάτω από την τιμή -14,4 eV είναι απαγορευμένη.

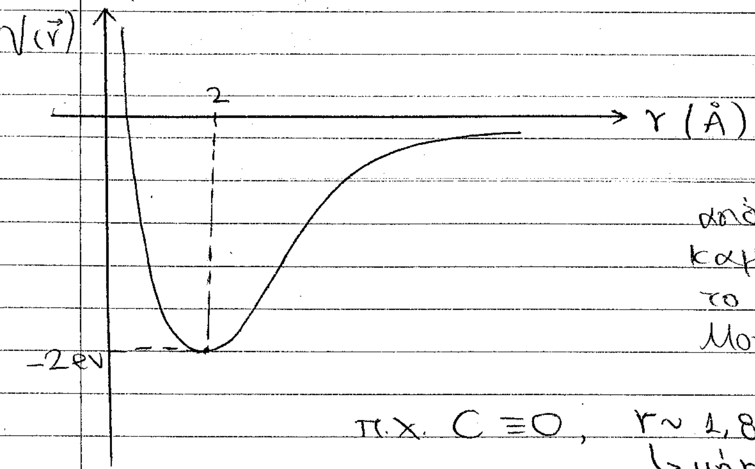
Ενέργεια Ιοντισ[μού] για το ^1_1H, είν[αι] -13,6 eV. Πέσαμε αρκετά κοντά.

Το άτομο του ^1_1H είναι σταθερό.

Άτομο - Άτομο:

αλληλεπίδραση ατόμου - ατόμου.

Έστω ένα διατομικό μόριο:

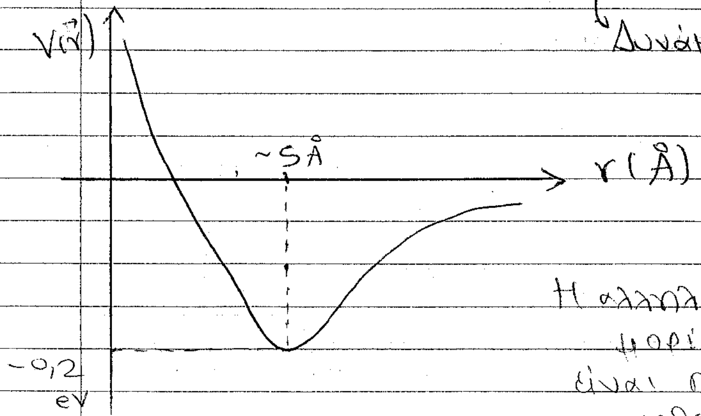


Μία καλή απόδοση της καμπύλης είναι το Δυναμικό Morse

π.χ. $C \equiv O$, $r \sim 1,8$ Å
↳ μήκος δεσμού

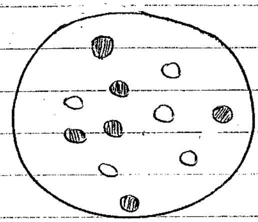
Μόριο - Μόριο:

αλληλεπίδραση μορίου-μορίου
↳ Δυνάμεις Van der Waals

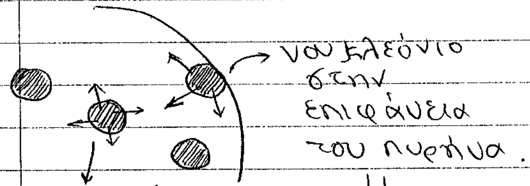


Η αλληλεπίδραση μορίου-μορίου είναι πολύ πιο ασθενής, από ότι η αλληλεπίδραση ατόμου - ατόμου.

Μέγεθος & Πυκνότητα του πυρήνα:



Ο πυρήνας είναι κατά μείζονα λόγο σφαιρικός. Ο λόγος είναι ενεργειακός.



νουκλεόνιο στο εσωτερικό του πυρήνα
τα γειτονικά του νουκλεόνια του ασκούν δυνάμεις.
Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι $\emptyset$.

Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι προς τα μέσα, γιατί δεν υπάρχουν νουκλεόνια απ'έξω.

Το εσωτερικό νουκλεόνιο είναι πιο ισχυρά συνδεδεμένο, γιατί δέχεται περισσότερες δυνάμεις.

Πρέπει να δαπανήσω ενέργεια για να πάει ένα νουκλεόνιο στο εξωτερικό.

Ο πυρήνας είναι σφαιρικός.
Η σφαίρα έχει τη μικρότερη επιφάνεια για δεδομένο όγκο.

Επιφάνεια σφαίρας: $S = 4\pi \cdot R^2$

όγκος σφαίρας: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

"διατομή" σφαίρας: $S_d = \pi \cdot R^2$

εμβαδόν του κύκλου ακτίνας R. (επιφάνεια όταν κόβω τη σφαίρα στη μέση).

Άρα το σχήμα που συμφέρει να πάρει ο πυρήνας είναι η σφαίρα, έτσι ώστε να εκτεθούν όσο το δυνατόν λιγότερα νουκλεόνια στην επιφάνεια.

Ακτίνα πυρήνα:

$V \propto A$ → αριθμός νουκλεονίων

$\frac{4}{3}\pi R^3 \propto A$

$R^3 \propto A$

$R \propto A^{1/3}$

ακτίνα

$R = r_0 \cdot A^{1/3}$, $r_0 = 1,12$ fm

π.χ.: $A = 10$

↳ $R = 2,4$ fm

$A = 40 \rightarrow R = 4$ fm

$A = 100 \rightarrow R = 5$ fm

$A = 240 \rightarrow R = 7$ fm

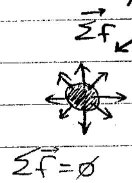
Η ακτίνα εξαρτάται από την κυβική ρίζα του A.

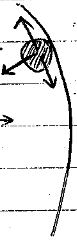
Τετάρτη 23 Οκτωβρίου 2019

Διάλεξη 6η:

Νουκλεόνιο: πρωτόνια ή νετρόνια

Νουκλίδιο: ένα οποιοδήποτε ισότοπο, ένας οποιοσδ ποτε πυρήνας





Η ακτίνα του πυρήνα συνδέεται με τον μαζικό αριθμό:

$R = r_0 \cdot A^{1/3}$

$r_0 = 1,12$ fm → Ακτίνα του πυρήνα του υδρογόνου

Πυκνότητα πυρήνα:

$\rho = 3 \cdot 10^{14}\ g/cm^3 = 3 \cdot 10^{14}\ mg/mm^3$

$\Rightarrow \rho = 3 \cdot 10^{8}\ kg/mm^3 = 300,000\ ton/mm^3$

Πυκνότητα ύλης: $\rho = 1 \sim 20\ g/cm^3$

↳ από υγρά και πάνω

Ο πυρήνας είναι πάρα πολύ πυκνός. 300.000 τόνοι χωράνε σε $1 mm^3$!

Αριθμητική Πυκνότητα πυρήνα = $\frac{\text{Αριθμός νουκλ}}{\text{όγκος}}$

$\rho = n = \frac{\text{Αριθμός Νουκλεονίων}}{\text{όγκος}}$ ↳ διαφέρει από την προηγούμενη πυκνότητα

μαζικός αριθμός

$A = 100$ (μεσοβαρής πυρήνας)

$R \simeq 5,2$ fm $\longrightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 590\ fm^3$ ⟶

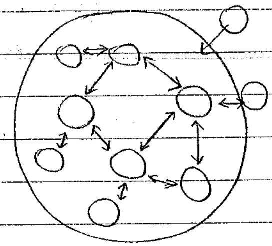
Η αριθμητική πυκνότητα θα είναι:

$$\rho = \frac{A}{V} = \frac{100 \text{ νουκλεόνια}}{590\ fm^3} = 0{,}17 \text{ νουκλ}/fm^3$$

σταθερή τιμή

θεωρητική αριθμητική πυκνότητα

Έχουμε υποθέσει ότι ο πυρήνας έχει σφαιρικός, με σαφή τοιχώματα, κάτι που δεν είναι ισχύει.

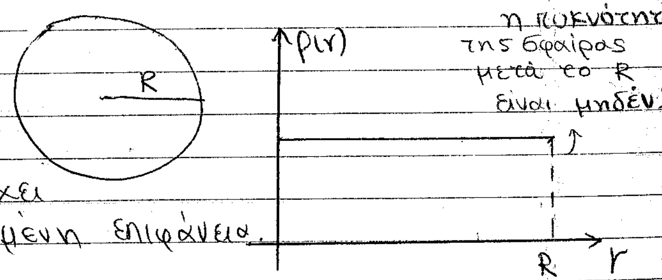


Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των Νουκλεονίων στον πυρήνα είναι μόνο από τους Άμεσους γείτονες. Λίγο παραέξω και δεν φτάνει η εμβέλεια του πεδίου έτσι ώστε να αλληλεπιδράσουν.

Το σχήμα του πυρήνα είναι σφαιρικό, όμως δεν έχει ΣΑΦΩΣ καθορισμένα όρια.

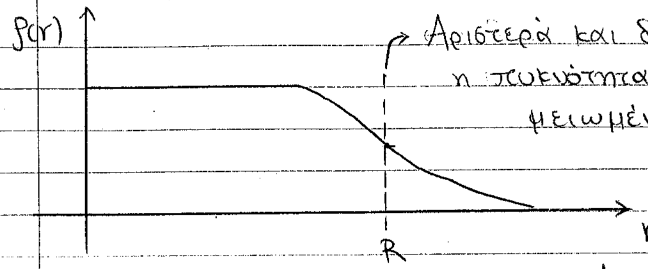
Κατανομή πυκνότητας:

- αν έχω σφαίρα με σαφώς καθορισμένη ακτίνα R



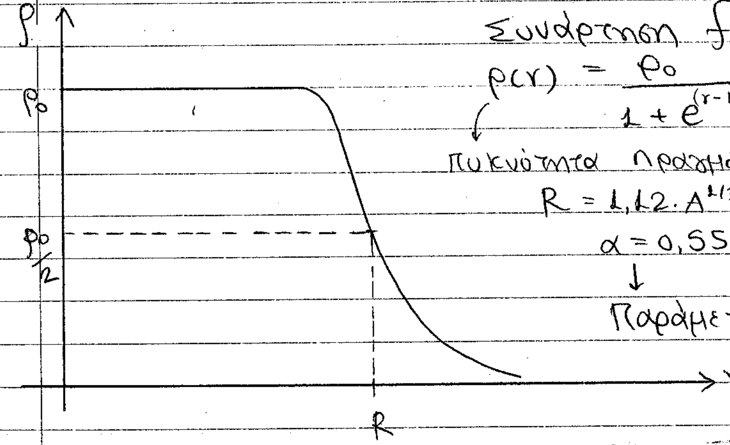
σκληρή σφαίρα: έχει σαφώς καθορισμένη επιφάνεια.

→ αν υπάρχει μία ιδεατή σφαίρα, όμως τα νουκλεόνια μπορούν να κινηθούν και λίγο έξω απ' αυτήν:



Αριστερά και δεξιά της θέσης η πυκνότητα ρ(r) είναι μειωμένη από την πυκνότητα στο εσωτερικό του πυρήνα. Αυτό δείχνει ότι στην επιφάνεια του πυρήνα υπάρχουν λιγότερα νουκλεόνια στη μονάδα του όγκου, καθώς επίσης και ότι εκτός της σφαίρας εμφανίζονται νουκλεόνια.

Άρα υπάρχει μία διάχυτη επιφάνεια και όχι ένας στενά οριομένος πυρήνας.



Συνάρτηση Fermi:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/\alpha}}$$

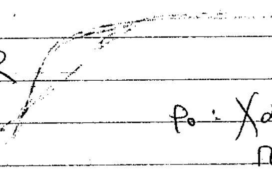
πυκνότητα πραγματικού πυρή

$R = 1{,}12 \cdot A^{1/3}$

$\alpha = 0{,}55\ fm$

Παράμετρος Επιφανείας

$\rho = ;$, όταν $r = R$



$$\rho = \frac{\rho_0}{1+e^0} = \frac{\rho_0}{2}$$

R: ακτίνα της μισής πυκνότητας

ρ_0: Χαρακτηριστική πυκνότητα του πυρήνα, είναι η πυκνότητα στο εσωτερικό του πυρήνα.

Πειραματικά, $\rho_0 = 0,16$ νουκλεόνια$/fm^3$, $\rho_0 = \frac{A}{V}$

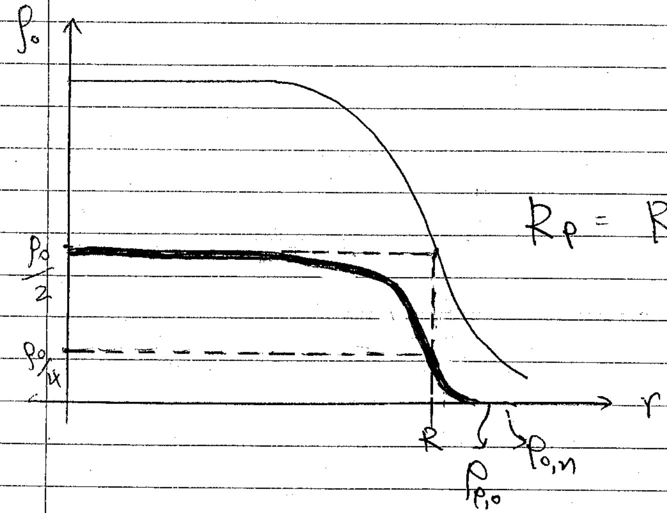
Πυκνότητα ή κατανομή πυκνότητας Νετρονίων και Πρωτονίων:

Πυκνότητες στο εσωτερικό του πυρήνα

$$\left.\begin{array}{l} \rho_{n,0} = \frac{N}{V} \\ \rho_{p,0} = \frac{Z}{V} \end{array}\right\} \Longrightarrow \rho_{n,0} + \rho_{p,0} = \frac{N+Z}{V} = \frac{A}{V} = \rho_0$$

Αν έχω $N = Z$: $\rho_{n,0} = \rho_{p,0} = \frac{\rho_0}{2}$ → πυκνότητα στο εσωτερικό

Το ρο είναι η χαρακτηριστική αριθμητική πυκνότητα και αφορά το εσωτερικό του πυρήνα. Μετά από κάποιο r, αλλάζει το ρο, σύμφωνα με τη συνάρτηση fermi.

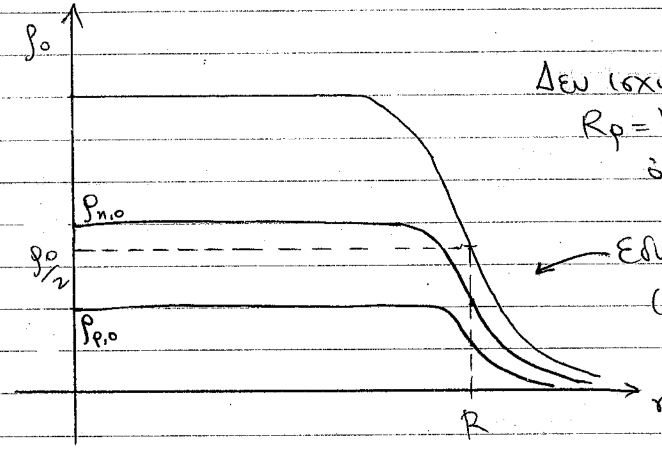


$R_p = R_n = R$

↳ οι σφαίρες πυκνότητας νετρονίων και πρωτονίων είναι οι ίδιες.

Αν έχω $N > Z$:

$\rho_{n,0} > \rho_{p,0}$, αλλά $\rho_{0,n} + \rho_{p,0} = \rho_0$



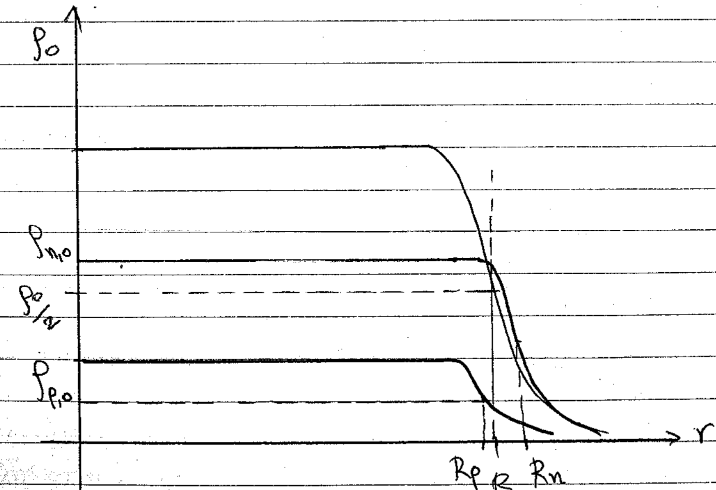
Δεν ισχύει η σχέση $R_p = R_n = R$, όταν $N > Z$!

Εδώ $R_n = R_p = R$ (οι ακτίνες τ μισής πυκνότητας είναι ίδιες

Πειραματικά: τα νετρόνια βγαίνουν παρα έξω απ' τα πρωτόνια

$R_n > R_p$.

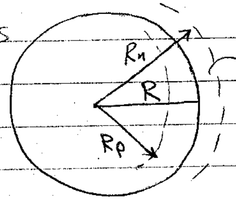
Άρα το πραγματικό σχήμα θα είναι: για $N > Z$:



↳ το R πρέπει να είναι ο Μέσος όρος

Δηλαδή για $N > Z$, τα Νετρόνια βγαίνουν πιο έξω από τα πρωτόνια:

R_n, R_p: ακτίνες όπου υποδιπλασιάζονται οι $\rho_{n,0}, \rho_{p,0}$ αντίστοιχα.



→ φλοιός ή επιδερμίδα νετρονίων (neutron skin)

$D_n = R_n - R_p$ → Επιδερμίδα νετρονίων

$D_n = 0{,}5 - 0{,}2$ fm (όχι πολύ μεγάλος αριθμός)

Έχουμε λοιπόν μία περίσσεια Νετρονίων στην επιφάνεια.

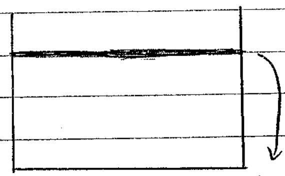
Επιφανειακή περίσσεια στα υγρά είναι όταν τα μόρια επιθυμούν να βρίσκονται στην επιφάνεια (π.χ. αλκοόλη)

Επιφανειακή περίσσεια:

1) $H_2O - H_2O$
2) H_2O - ROH
3) ROH - ROH

↓

Διαμοριακές δυνάμεις σε διάλυμα H_2O- αλκοόλης



το σύστημα "διώχνει" την αλκοόλη στην επιφάνεια

Ο λόγος που τα μόρια αλκοόλης πάνε προς την επιφάνεια, είναι η σχέση των διαμοριακών δυνάμεων. Οι διαμ. δυνάμεις της αλκοόλης είναι οι ασθενέστερες.

Οι ROH έχουν την πολική κεφαλή OH που συνδέεται με το νερό και το R-υδρόφοβο τμήμα που "εκτοπίζεται" από το νερό. Έτσι καταλήγουν στην επιφάνεια.

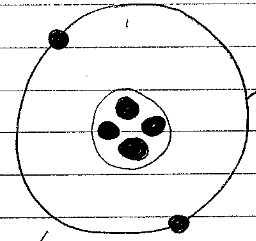
Σειρά Ισχύος:

1) $p^+ - n$
2) $n - n$
3) $p^+ - p^+$

Αν έχω πολλά νετρόνια θα θελήσω να έχω πολλά νετρόνια έξω, για να έχω όσο το δυνατόν στο εσωτερικό δεσμούς $p^+ - n$, που είναι οι πιο ισχυροί. Άρα η περίσσεια n, πάει προς τα έξω. Είναι αντίστοιχο της Επιφανειακής Περίσσειας.

Παράδειγμα:

$^{6}_{2}He_4$ ($t_{1/2} \sim 0{,}8$ sec)



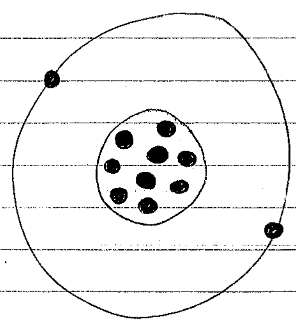
→ Ο δακτύλιος νετρονίων είναι αποσπασμένος από τον κεντρικό πυρήνα. Καλείται Φωτοστέφανο Νετρονίων (halo nucleus)

↓

άλως

Δεν είναι επιδερμίδα νετρονίων, γιατί υπάρχει κενό μεταξύ των εξωτερικών n και των n του εσωτερικού πυρήνα.

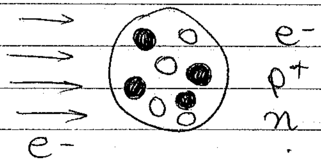
$^{11}_{3}Li_8 \rightleftarrows {}^{11}_{3}Li_{(6+2)}$, $t_{1/2} \sim 9$ ms



halogen → ἅλας + γεννώ
το ἅλας
ο ἅλας
η ἅλς → θάλασσα

$\rho_{n,0} + \rho_{p,0} = \rho_0$

Πειραματική Μελέτη της Πυκνότητας του πυρήνα:
α) Σκέδαση e (Te ~ 1000 MeV)



↓
υψηλή ενέργεια.

το e⁻ θα αλληλεπιδράσει μόνο το p⁺. Όταν περάσει από μέσα, θα σκεδαστεί.
Έτσι μετράμε την κατανομή των πρωτονίων μέσα στον πυρήνα.
$\rho_p(r)$ → πυκνότητα πρωτονίων

β) Σκέδαση πρωτονίων με ενέργεια $T_p \sim 20$ MeV
μικρή

$p^+ \rightrightarrows p^+$, n

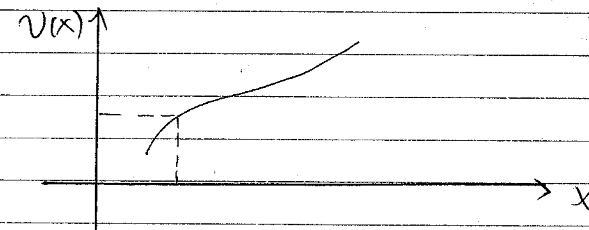
θα αλληλεπιδράσουν με Πυρηνική αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Η Coulomb, δεν είναι ισχυρή, ως αλληλεπίδραση.

Μπορούμε να μάθουμε τη συνολική πυκνότητα, $\rho(r)$

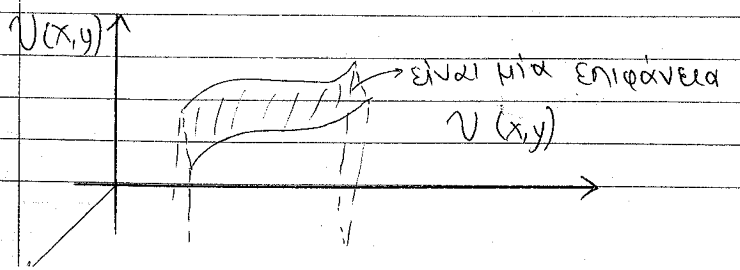
$\rho_n(r) + \rho_p(r) = \rho(r)$

$\Rightarrow \rho_n(r) = \rho(r) - \rho_p(r)$ → έτσι βρίσκω την πυκνότητα των νετρονίων.

Συνάρτηση 1 μεταβλητής:

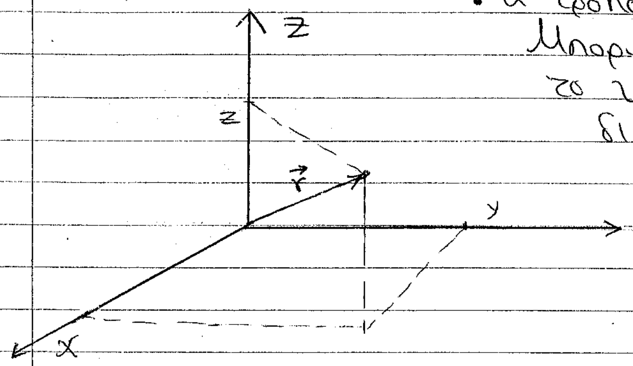


Συνάρτηση 2 μεταβλητών:



(γ) Συνάρτηση 3 μεταβλητών:

$V(x,y,z)$



• α' τρόπος: Μπορώ να αναπαραστήσω το V με ένα διάγραμμα χρώματος. Η τιμή της συναρτήσεως, αναπαρίσταται με χρώμα.

• β' τρόπος: Χρήση Ισοδυναμικών επιφανειών (ισοσυναρτησιακές: ίση τιμή συναρτήσεων)

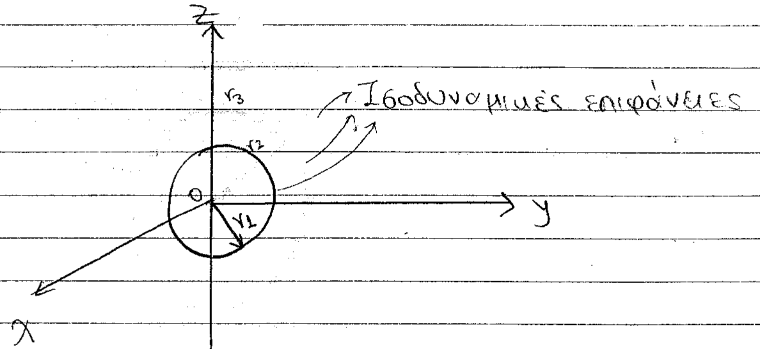
$V(x,y,z) = V_0$

$\to z = f(x,y) \to$ Επιφάνεια

το z αναπαριστά το $f(x,y)$ και προκύπτει μία επιφάνεια.

Αν έχω σφαιρική συμμετρία:

$$V(x,y,z) = V(r)$$

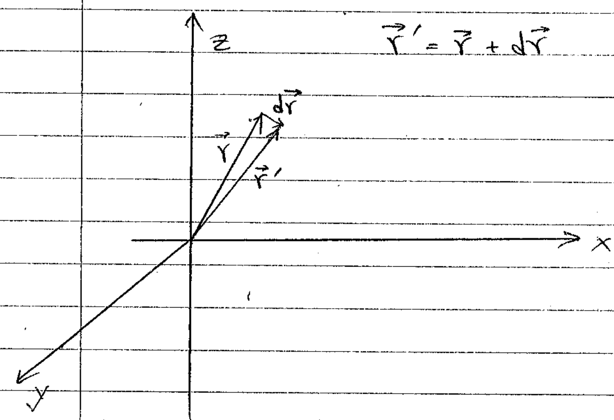


$$f = -\frac{dV}{dr} = -\nabla V$$

$V(x,y,z)$.

$$\nabla V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) \to \text{Ορισμός του Ανάδελτα}$$

$$d\vec{r} = (dx, dy, dz)$$



Εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων:

$$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = |\vec{\alpha}|\cdot|\vec{\beta}|\cdot\cos(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}})$$

$$\vec{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$$

$$\vec{\beta} = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$$

$$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = \alpha_x\cdot\beta_x + \alpha_y\cdot\beta_y + \alpha_z\cdot\beta_z.$$

Ομοίως:

$$\nabla V\cdot d\vec{r} = \underbrace{\frac{\partial V}{\partial x}dx}_{\text{μεταβολή της } V \text{ στον άξονα των } x} + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial y}dy}_{\text{μεταβολή της } V \text{ στον άξονα των } y} + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial z}\cdot dz}_{\text{μεταβολή της } V \text{ στον άξονα των } z}$$

$V(x,y,z)$

Από τη θερμοδυναμική:

$$\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial z}dz = dV$$

ολικό διαφορικό της V.

Αν συγκρίνω αυτές τις 2 σχέσεις:

$dU = \nabla V \cdot d\vec{r}$ → θεμελιώδης σχέση

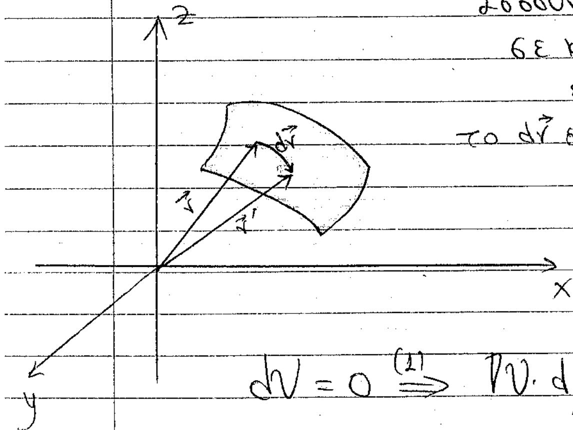
το διαφορικό της συναρτήσεως V, είναι το εσωτερικό γινόμενο του ∇U και του $d\vec{r}$.

1) $\nabla U \perp$ ισοδυναμικές επιφάνειες

2) Το ∇U δείχνει την κατεύθυνση της μέγιστης μεταβολής της συναρτήσεως $U(x,y,z)$

Απόδειξη:

(1)



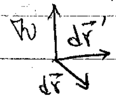
Ισοδυναμική επιφάνεια: σε κάθε κομμάτι της επιφάνειας, η V είναι ίδια.
το $d\vec{r}$ είναι πάνω στην ισοδυναμική επιφάνεια. Το V είναι το ίδιο. Άρα $dU = 0$.

$dV = 0 \overset{(1)}{\Longrightarrow} \nabla V \cdot d\vec{r} = 0$

↳ άρα τα διανύσματα είναι κάθετα.

$\nabla V \perp d\vec{r}$ (όμως δεν καθορίζεται η κατεύθυνση)

Ορίζω ένα ακόμη, $d\vec{r}$, το $d\vec{r}'$, και έτσι ορίζω την κατεύθυνση του ανάδελτα



(2) $dV_{max} \Rightarrow dV \parallel d\vec{r}$, διότι $\cos\theta = 1$.

Η δύναμη μου δείχνει την κατεύθυνση της μέγιστης ελάττωσης.

$$\vec{F} = -\nabla V = -\frac{du}{d\vec{r}}$$

Τρίτη 29 Οκτωβρίου 2019

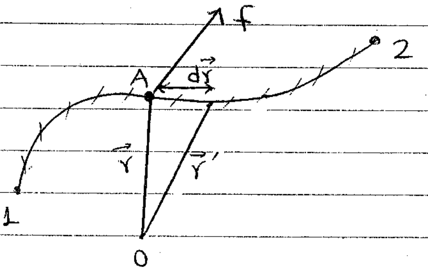
Διάλεξη 7η:

$\vec{F} = -\underbrace{\nabla U}_{\text{διάνυσμα}}$ → θεμελιώδης σχέση (1)

συντηρητική (διατηρητική) δύναμη

Έργο μιας διατηρητικής δύναμης:

$\boxed{W = \vec{F}\cdot\vec{S}}$ (γενικά)



στο σωματίδιο Α ασκείται μία δύναμη $\vec{F}$ και αυτό μετατοπίζεται κατά $d\vec{r}$.

$W = \vec{F}\cdot\vec{S}$

(2) $dW = \vec{F}\cdot d\vec{r}$ → στοιχειώδες έργο.

$du = \vec{\nabla} u \cdot d\vec{r}$

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 dW \overset{(1)}{\Longrightarrow} W_{12} = \int_1^2 -\nabla u \cdot d\vec{r} = -\int_1^2 du$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{12} = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2} \quad (3)$$

→ Μόνο για συντηρητικές δυνάμεις.

Το έργο εξαρτάται μόνο από τα U_1, U_2, όχι από την διαδρομή που ακολουθήθηκε. Η δύναμη είναι διατηρητέα.

Το έργο εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση. Δηλαδή το έργο της συντηρητικής δύναμης είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.

Θεώρημα Έργου - Κινητικής Ενέργειας:

Ισχύει για οποιαδήποτε δύναμη παράγει έργο, διατηρητέα ή μη (τριβή κλπ).

$T = \frac{1}{2} m U^2$ → Κινητική Ενέργεια

(4) $\boxed{W_{1,2} = T_2 - T_1}$ → Η μεταβολή της Κινητικής Ενέργειας ενός σώματος ισούται με το έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται πάνω στο σώμα.

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_1^2 \frac{d\vec{p}}{dt}\cdot d\vec{r} = \int_1^2 d\vec{p}\cdot \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\vec{u}} = \int_1^2 d(m\vec{u})\cdot\vec{u}$$

$$\Rightarrow W_{12} = m\int_1^2 d\vec{u}\cdot\vec{u} = m\int_1^2 \vec{u}\, d\vec{u} = m\left[\frac{1}{2}u^2\right]_1^2$$

$$\Rightarrow W_{12} = \frac{1}{2} m u_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = T_2 - T_1.$$

$$\Rightarrow W_{12} = T_2 - T_1$$

(3), (4) $\Longrightarrow U_1 + T_1 = U_2 + T_2$ → Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ)

Ισχύει μόνο όταν η δύναμη είναι συντηρητική. (όχι αέρας, τριβή κλπ)

$$T_2 - T_1 = \int_1^2 \vec{f}\cdot d\vec{r}$$

Αν έχω $T_1 = 0$, $(u_1 = 0)$, τότε $T_2 = \int_1^2 \vec{f}\cdot d\vec{r}$

→ $T = \int_{u=0}^{u} \vec{f}\cdot d\vec{r}$ SOS

"ορισμός" της T

Συνοπτικά προκύπτει, ότι η κινητική ενέργεια είναι το έργο που παράγει η δύναμη όταν παίρνει ένα σωματίδιο με $u=0$ και του δίνει ταχύτητα v.

Άρα, $T=\int_{u=0}^{u} \vec{f}\cdot d\vec{r}$

Νευτώνια μηχανική:

Ο χώρος (x,y,z) είναι απόλυτος, ισότροπος.
Δηλαδή δεν υπάρχουν προτιμητέες θέσεις στο χώρο. Όπου κι αν γίνει ένα φαινόμενο, θα εκδηλωθεί με τον ίδιο τρόπο.

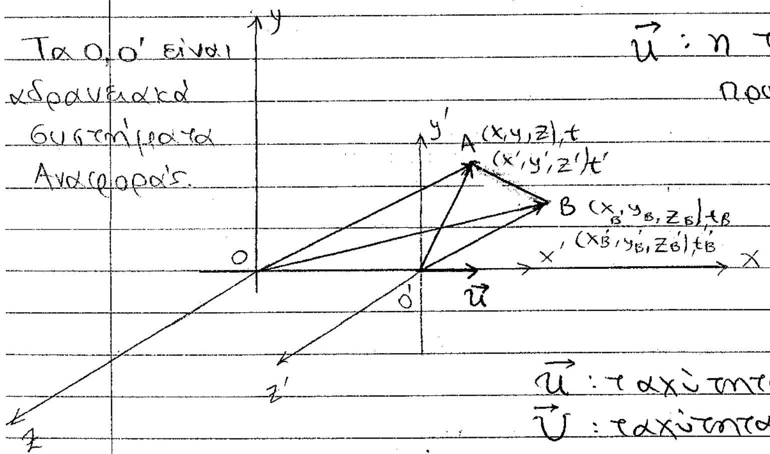
Ο χρόνος (t) είναι απόλυτος, ισότροπος.
Δηλαδή, οποτεδήποτε γίνει μία διεργασία, θα γίνει με ακριβώς τον ίδιο τρόπο.

Χώρος, χρόνος: δεν συνδέονται, είναι ανεξάρτητα.

Αδρανειακό σύστημα αναφοράς ("απομονωμένο"):

Τα Ο, Ο' είναι αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

$\vec{u}$: η ταχύτητα του Ο' προς το Ο.



$\vec{u}$: ταχύτητα του Ο'
$\vec{U}$: ταχύτητα του Ο.

Οι συντεταγμένες διαφέρουν μόνο στον άξονα των x σε αυτό το παράδειγμα.

Για να συνδέσουμε τις $(x,y,z),t$ με τις $(x',y',z'),t'$ γράφουμε το μετασχηματισμό του Γαλιλαίου.

Μετασχηματισμός συντεταγμένων Γαλιλαίου:

$$x' = x - u\cdot t$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

Μετασχηματισμός διαστημάτων Γαλιλαίου:

$$\Delta x' = \Delta x$$
$$\Delta y' = \Delta y$$
$$\Delta z' = \Delta z$$
$$\Delta t' = \Delta t$$

Μετασχηματισμός ταχυτήτων:

$$\left.\begin{aligned} v_x' &= v_x - u \\ v_y' &= v_y \\ v_z' &= v_z \end{aligned}\right\} \text{προκύπτουν από τις σχέσεις } \frac{dx}{dt}=v_x,\ \frac{dy}{dt}=v_y,\ \frac{dz}{dt}=v_z.$$

Έστω ότι: Ο' ⟶ κινείται με ταχύτητα c (το σωματίδιο)
Ο ⟶ κινείται με ταχύτητα v_x (το σωματίδιο)

ταχύτητα του συστήματος Ο' ως προς το Ο

$v_x = v_x' + u \Rightarrow v_x = c + u$ ⟶ αντικαθιστώ το v_x' με c.

ταχύτητα του σωματιδίου όπως την αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής στο σύστημα Ο.

ταχύτητα σωματιδίου όπως την αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, στο Ο'

Είναι δυνατόν να μετρήσω φωτόνιο με $v > c$;
Όχι, είναι παράδοξο, άρα ο μετασχηματισμός του Γαλιλαίου, δεν ισχύει.

Η μέγιστη ταχύτητα στο σύμπαν είναι ίση με c.

Αρχές της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας:

Α1) Αρχή της Σχετικότητας:

όλοι οι νόμοι της φυσικής είναι αναλλοίωτοι σε κάθε αδρανειακό σύστημα αναφοράς, δηλαδή αν πάμε απ' το ένα σύστημα στο άλλο, οι νόμοι ισχύουν με τον ίδιο τρόπο. → αυτό ισχύει και στη Νευτώνια Μηχανική

(π.χ. καλλιέργεια κυττάρων στο Ο και Ο', θα δώσουν το ίδιο αποτέλεσμα, δηλαδή τα κύτταρα θα εξελιχθούν με τον ίδιο τρόπο).

Α2) Αρχή της σταθερότητας του φωτός:

Η ταχύτητα του φωτός είναι ίδια σε κάθε αδρανειακό σύστημα, και πάντα ίση με c.

(c = constant, σταθερό)

Μετασχηματισμός συντεταγμένων Lorentz:

$x' = \gamma \cdot (x - u \cdot t)$

$y' = y$

$z' = z$

$t' = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2}\right)$ → πλέκονται τα x, t (είναι αλληλένδετα)

↓ ο χρόνος διαφοροποιείται μεταξύ των δύο συστημάτων.

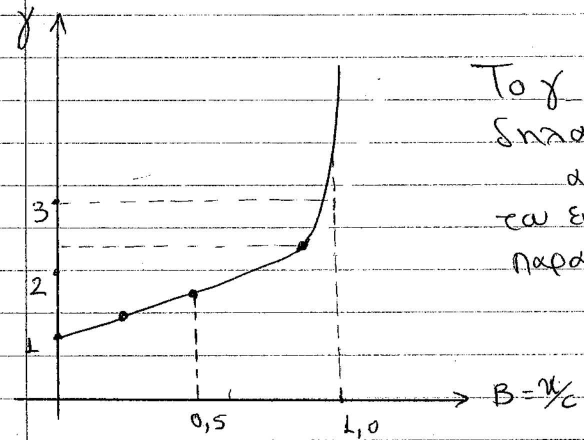
Στην ειδική σχετικιστική θεωρία, ο χώρος είναι συνδεδεμένος με τον χρόνο, μέσω των ταχυτήτων.

Τι είναι το γ;

Παράγοντας Lorentz, γ:

$\beta = \frac{u}{c}$ (π.χ. $u = 0{,}2c \rightarrow \beta = 0{,}2$)

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$ → σχετική ταχύτητα των αδρανειακών συστημάτων



Το γ είναι γ(u), δηλαδή εξαρτάται από την ταχύτητα του ενός συστήματος παρατήρησης, ως προς το άλλο.

β	γ
0	1
0,2	1,02
0,5	1,15
0,9	2,3
0,99	7,1
0,999	22

για $u \rightarrow c$

$\gamma \rightarrow \infty$

Σε χαμηλές τιμές u, η σχέση Lorentz, προσεγγίζει τις θεωρίες του Γαλιλαίου.

$t' = \gamma \cdot \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2}\right)$

όταν $u = 0 \Rightarrow \gamma = 1$ → κλασική μηχανική

Για χαμηλές σχετικές ταχύτητες u, γίνεται χρήση της μη σχετικιστικής θεωρίας.
Σε χαμηλές ταχύτητες, τα e^- στο χημικό δεσμό, μπορώ να τα περιγράψω με Νευτώνια Μηχανική ή με την εξίσωση Schrödinger.
Η θεώρηση είναι ΜΗ ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΗ.
Στον πυρήνα πρέπει να χρησιμοποιούμε ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ.

Αντίστροφος μετασχηματισμός συντεταγμένων (Lorentz).

$$\left.\begin{aligned} x &= \gamma(x' + u\cdot t) \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \gamma\cdot\left(t' + \frac{u\cdot x'}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

όπου u, βάζω $-u$. $\left(\overrightarrow{u} \quad \overleftarrow{-u}\right)$

Αντίστροφος μετασχηματισμός διαστημάτων:

$$\Delta x = \gamma\cdot(\Delta x' + u\cdot\Delta t')$$
$$\Delta y = \Delta y'$$
$$\Delta z = \Delta z'$$
$$\Delta t = \gamma\cdot\left(\Delta t' + \frac{u\cdot\Delta x'}{c^2}\right)$$

Διαστολή του χρόνου:
Εάν έχουμε μία διεργασία που συμβαίνει στο O' και κρατάει κάποιο χρόνο, τότε η ίδια διαδικασία στο O, θα κρατήσει περισσότερο χρόνο.

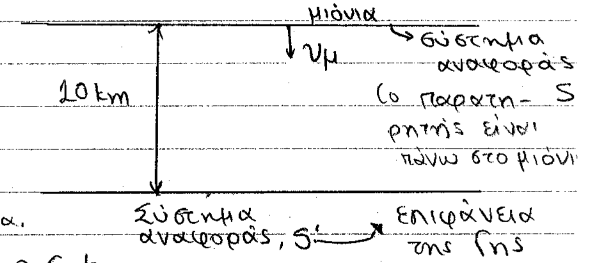
Έχω μία εργασία στο O' (στη θέση A) που διαρκεί χρόνο $\Delta t'$. Πόσο θα διαρκέσει αυτή η διεργασία αν μετρηθεί ως προς το σύστημα O.

Επειδή, η διεργασία γίνεται σε ένα δεδομένο σημείο του χώρου, έχουμε ότι $\Delta x' = 0$.
Επιπλέον, $\underset{(O)}{\Delta t} = \gamma\cdot\underset{(O')}{\Delta t'}$, με $\gamma \geq 1$.

Άρα $\Delta t \geq \Delta t'$
↓
Χάρις σε αυτό το φαινόμενο βλέπουμε τα μιόνια στη Γη.

Φαινόμενο: Κίνηση μιονίων προς τη Γη.
Μιόνια:
Παράγονται στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας.

$t_{1/2} = 2\,\mu s$
$u_\mu \sim 0{,}999\,c$
$\beta = 0{,}999 \rightarrow \gamma = 22$.
$\upsilon_\mu = u = 0{,}999c$
σχετική ταχύτητα.



$\Delta S = \upsilon_\mu\cdot t_{1/2} \sim 0{,}6$ km
→ τόσα χιλιόμετρα καταφέρνει να διανύσει στο χρόνο ημιζωής τα

$\Delta x = 0$ (αφού η διάσπαση γίνεται σε ένα σημείο)

Όμως, επειδή $t_{1/2}$ είναι χρόνος ημιζωής, $(100 \rightarrow 50 \rightarrow 25 \rightarrow 12{,}5$ κτλ), σημαίνει ότι δε χάνονται όλα τα μιόνια. Εμείς στο εργαστήριο μετράμε 100 μιόνια$/m^2/s$

Αυτό οφείλεται στην διαστολή του χρόνου.

Αν πάρουμε τη θεωρία του Γαλιλαίου, τα μιόνια δεν θα φτάσουν ποτέ την επιφάνεια της Γης.

Μάζα, χρόνος ζωής των μιονίων, μετρώνται ως προς το κέντρο βάρους τους:

Χρονική διάρκεια φαινομένου

$\Delta t = t_{1/2}$: αν ο παρατηρητής είναι εκεί που παράγονται τα μιόνια

$\Delta t' = t'_{1/2}$: είναι αν είμαι παρατηρητής στην γη.

Με τη μηχανική Lorentz:

$t'_{1/2} = \gamma \cdot t_{1/2}$ (π.χ: $22.2\,\mu s = 44\,\mu s$.

Άρα: $\Delta s = U_\mu \cdot t'_{1/2} \sim 15$ km, (γι' αυτό και τα παρατηρώ)

Χρόνος υποδιπλασιασμού που αντιλαμβάνομαι εγώ

Έτσι ανιχνεύω τα μιόνια στο εργαστήριο.

Σχετικιστική Μηχανική:

Όταν οι ταχύτητες είναι μεγάλες.

Ορμή, $\vec{p}$: $\vec{p} = m\vec{u}\cdot\gamma$.

μάζα ηρεμίας του σώματος στο ~~σύστημα αναφοράς του~~ σωματιδίου κι όχι όταν κινείται.

Δύναμη: $\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$ $(\neq m\cdot\vec{\alpha})$ ΔΕΝ ισχύει πια!

Κινητική Ενέργεια: $T = \int_1^2 \vec{F}\cdot d\vec{r}$

$$T = \int_1^2 \vec{F}\, d\vec{r} = \int_1^2 \frac{d\vec{p}}{dt}\cdot d\vec{r} = \int_1^2 d\vec{p}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt} = \dots = \gamma\cdot m\cdot c^2 - m\cdot c^2$$

$$\Rightarrow T = \gamma\cdot m\cdot c^2 - m\cdot c^2 \quad (1)$$

Ολική σχετικιστική Ενέργεια: $E = \gamma\cdot m\cdot c^2$ (2)

$(1),(2) \Rightarrow T = E - m\cdot c^2 = \gamma\cdot m\cdot c^2 - m\cdot c^2$

$\Rightarrow E = T + m\cdot c^2$

διατηρείται σε ένα απομονωμένο σύστημα

για $\gamma = 1$, δηλαδή $v = 0$,

$E = E_0 = m\cdot c^2$

ολική σχετικιστική ενέργεια

$$\underset{(\text{αρχική})}{\sum_{i=1}^{N} E_i} = \underset{(\text{τελική})}{\sum_{j=1}^{M} E_j} \Rightarrow \text{Διατήρηση Ενέργειας.}$$

Τετάρτη 30 Οκτωβρίου 2019

Διάλεξη 8η:

Σχετικιστική Μηχανική: (ειδική θεωρία σχετικότητας).

↳ έχει να κάνει με την κίνηση σωμάτων με μεγάλες ταχύτητες.

ορμή: $p = \gamma \cdot m \cdot v$ (1)

Δύναμη: $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$

Κινητική Ενέργεια: $T = E - m \cdot c^2$ (2)

Ολική σχετικιστική Ενέργεια: $E = \gamma \cdot m \cdot c^2 \overset{(3)}{=} T + m \cdot c^2$ (4)

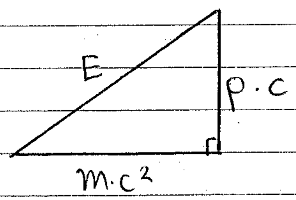
↳ μάζα σώματος, ποσότητα ύλης σε ηρεμία

παράγοντας ενέργειας που αντιστοιχεί στη μάζα

Η συνολική E ενός συστήματος πριν και μετά από μία διεργασία, διατηρείται. Μία αλλαγή στη μάζα προκαλεί αλλαγή στην ενέργεια του συστήματος.

Σχέση E και P:

θέλω να αποδείξω ότι $E^2 = (p \cdot c)^2 + (m \cdot c^2)^2$



Πυθαγόρειο Θεώρημα.

(3): $E = m \cdot c^2 \cdot \gamma \Rightarrow E^2 = \gamma^2 (m \cdot c^2)^2$ (α)

(1): $p = \gamma \cdot m \cdot v \Rightarrow p \cdot c = \gamma \cdot m \cdot v \cdot c = \gamma \cdot m \cdot c \cdot v$

$\Rightarrow p \cdot c = \gamma \cdot m \cdot c^2 \cdot \frac{v}{c}$ ↳ συμβολίζεται με B

Άρα: $p \cdot c = \gamma \cdot m \cdot c^2 \cdot B \Rightarrow (p \cdot c)^2 = \gamma^2 (m \cdot c^2)^2 \cdot B^2$ (β)

(α) − (β): $E^2 - (p \cdot c)^2 = \gamma^2 (m \cdot c^2)^2 - \gamma^2 (m \cdot c^2)^2 \cdot B^2$

$\Rightarrow E^2 - (p \cdot c)^2 = \gamma^2 (m \cdot c^2)^2 (1 - B^2)$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - B^2}} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1 - B^2} \Rightarrow 1 - B^2 = \frac{1}{\gamma^2}$

Άρα $E^2 - (p \cdot c)^2 = \cancel{\gamma^2} (m \cdot c^2)^2 \cdot \frac{1}{\cancel{\gamma^2}}$

Επομένως: $\boxed{E^2 = (p \cdot c)^2 + (m \cdot c^2)^2}$ (5)

Σχέση E/p:

$\frac{E}{p} = \frac{\cancel{\gamma} \cancel{m} \cdot c^2}{\cancel{\gamma} \cancel{m} \cdot v} = \frac{c^2}{v}$ (6)

Σχέση T και p:

Κλασική μηχανική: $T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$

Σχετικιστική μηχανική: $T = E - m \cdot c^2$

$\boxed{(p \cdot c)^2 = T \cdot (T + 2m \cdot c^2)}$ (7)

Απόδειξη:

(4): $E = T + m \cdot c^2 \Rightarrow E^2 = T^2 + 2m \cdot c^2 \cdot T + (m \cdot c^2)^2$

(5): $E^2 = (p \cdot c)^2 + (m \cdot c^2)^2$

$\Rightarrow T^2 + 2m \cdot c^2 \cdot T + \cancel{(m \cdot c^2)^2} = (p \cdot c)^2 + \cancel{(m \cdot c^2)^2}$

$\Rightarrow T^2 + 2m \cdot c^2 \cdot T = (p \cdot c)^2$

$\Rightarrow (p \cdot c)^2 = T \cdot (T + 2m \cdot c^2)$

Σωματίδια μηδενικής μάζας:
Φωτόνια, νετρίνα: έχουν μάζα μηδενική

- Νευτώνια μηχανική:

$p = m \cdot v \xrightarrow[m=0]{} p = 0$ ~ δεν έχουν ορμή

$f = \frac{dp}{dt} = 0$ → η δύναμη που τους ασκείται είναι 0.

Στην Νευτώνια μηχανική, δεν υπάρχουν τέτοια σωματίδια

- Σχετικιστική μηχανική:

(α) Η ταχύτητά τους είναι μικρότερη απ' την ταχύτητα του φωτός.

$\underline{v < c}$: $p = \gamma \cdot m \cdot v = 0$

$f = \frac{dp}{dt} = 0$

Δεν μπορώ να έχω άμαζα σωματίδια με ταχύτητα μικρότερη της ταχύτητας του φωτός.

(β) $\underline{v \to c}$ και $m \to 0$

$$\left.\begin{aligned} E &= \gamma \cdot m \cdot c^2 \\ p &= \gamma \cdot m \cdot v \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v} \xrightarrow{v \to c} \frac{E}{p} = c$$

το $m \to 0$, το $\gamma \to \infty$
(αφού $B = 1$)

Άρα, για τα άμαζα σωματίδια ισχύει ότι κινούνται με την ταχύτητα του φωτός και,

$E = p \cdot c$

Μπορούμε να ασκήσουμε δύναμη σε ένα φωτόνιο;

Δύναμη σε Φωτόνιο ✓

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Το φωτόνιο έχει ορμή, $p = \frac{E}{c}$.

Άρα έχω $\Delta\vec{p}/\Delta t$, άρα μπορώ να ασκήσω δύναμη σε ένα φωτόνιο.

$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot \nu}{c}$

Φαινόμενο Compton: Άσκηση δυνάμεως πάνω σε φωτόνια.

Όταν στέλνω ένα φωτόνιο από πάνω προς την επιφάνεια της γης, αυξάνεται η συχνότητά του. Αντιθέτως, όταν στέλνω ένα φωτόνιο από την επιφάνεια της γης προς τα πάνω, μειώνεται η συχνότητα.

$E\uparrow$
(αυξάνεται η ενέργεια του, λόγω της έλξης από το βαρυτικό πεδίο της γης)

Σχέση T και $T_N = \frac{1}{2} m v^2$
εξίσωση 2

$T = E - m \cdot c^2 = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2 = (\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2$ (8)

$\gamma = 1 / (1 - B^2)^{1/2} = (1 - B^2)^{-1/2}$ →

$$\gamma = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\cdot\beta^4 + \dots$$ → Ανάπτυγμα διωνύμου.

$$\Rightarrow \gamma - 1 = \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 \quad (9)$$

Άρα (8),(9) $\Rightarrow T = \frac{1}{2} m \cdot c^2 \cdot \beta^2 + \frac{3}{8}\cdot m \cdot c^2 \beta^4 + \dots$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} mc^2 \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} mc^2 \beta^4 = \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{T_N} + \frac{3}{8} mc^2 \beta^4$$

$$\Rightarrow T = T_N + 3/8 \cdot m \cdot c^2 \cdot \beta^4$$

Διαφορά μεταξύ T και T_N:

$$\delta = \frac{T - T_N}{T} = \frac{3/8 \cdot m \cdot c^2 \cdot \beta^4}{\frac{1}{2} m v^2 + \frac{3}{8} mc^2 \cdot \beta^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta = \frac{3/8 \cdot m \cdot c^2 \cdot \beta^4}{(\gamma - 1) \cdot m \cdot c^2}}$$ → Ποσοστό που δείχνει τη διαφορά στην κλασική και στη σχετικιστική κινητική ενέργεια.

Αν $\beta = 0 \rightarrow \gamma = 1 \rightarrow \delta = 0$

απόκλιση, σφάλμα

Αν $\beta = 0,2 \rightarrow \gamma = 1,02 \rightarrow \delta = 0,03$ (3%)

Αν $\beta = 0,5 \rightarrow \gamma = 1,15 \rightarrow \delta = 0,16$ (16%)

$\beta = \frac{v}{c} = 0,2$ (αφορά τα νουκλεόνια)
Το σφάλμα που θα έχω είναι της τάξης των 3%. Είναι μικρό το σφάλμα, μπορώ να δουλέψω και κλασικά.

$\beta = \frac{v}{c} = 0,5$ (e^-, εσωτερικά e^-)
Το σφάλμα είναι πολύ μεγαλύτερο για τις κινητικές ενέργειες, αν δουλέψω κλασικά και όχι σχετικιστικά.

Εξίσωση Schrödinger: είναι μέρος της κλασικής Μηχανικής

$$\hat{H}\Psi = -i\hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$$

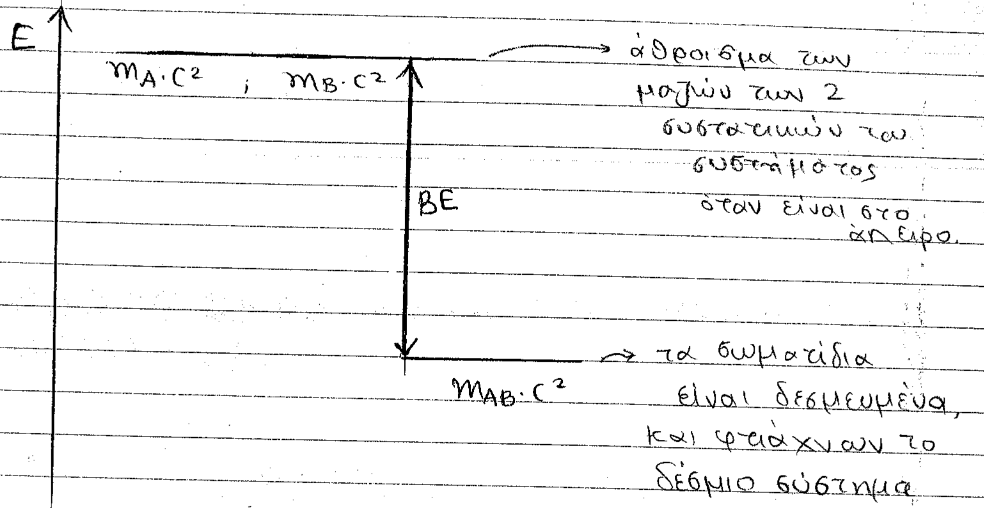
$$\hat{H} = \frac{p^2}{2m} + V$$

Δέσμιο σύστημα:
Είναι ένα σύστημα, στο οποίο μεταξύ των σωματιδίων υπάρχουν ελκτικές δυνάμεις.

Ενέργεια σύνδεσης:
Η ενέργεια που πρέπει να δώσω για να αποσπάσω τα συστατικά ενός δέσμιου συστήματος και να τα πάω στο άπειρο.

Δέσμιο σύστημα:
- άτομο (δέσμιο σύστημα πυρήνα – e^-)
- μόριο (δέσμιο σύστημα ατόμων)
- Πυρήνας (δέσμιο σύστημα νουκλεονίων)
- Πρωτόνιο (δέσμιο σύστημα quarks)
- ηλιακό σύστημα
- σελήνη – γη (δέσμιο σύστημα λόγω βαρύτητας)
- Πλανητικά & αστρικά συστήματα

Ενέργεια συνδέσεως δέσμιου συστήματος:
BE (binding Energy).
Στο άτομο του υδρογόνου ταυτίζεται με την ενέργεια ιονισμού.
Σύστημα 2 σωματιδίων A, B.



Αρχικά: $E_i = m_A \cdot c^2 + m_B \cdot c^2$

Τελικά: $E_f = m_{AB} \cdot c^2 + BE$

$\Rightarrow m_A \cdot c^2 + m_B \cdot c^2 = m_{AB} \cdot c^2 + BE$

BE ↳ ενέργεια που δίνω στο σύστημα για να πάει πίσω, σε δέσμια κατάσταση (είναι μία ελκτική δύναμη που τα συνδέει).

αλλά $E_i = E_f$.
↳ διατήρηση ενέργειας.

$$BE = (m_A \cdot c^2 + m_B \cdot c^2) - m_{AB} \cdot c^2$$

Ένα δέσμιο σύστημα, έχει μάζα μικρότερη από τη μάζα των συστατικών του στο άπειρο.

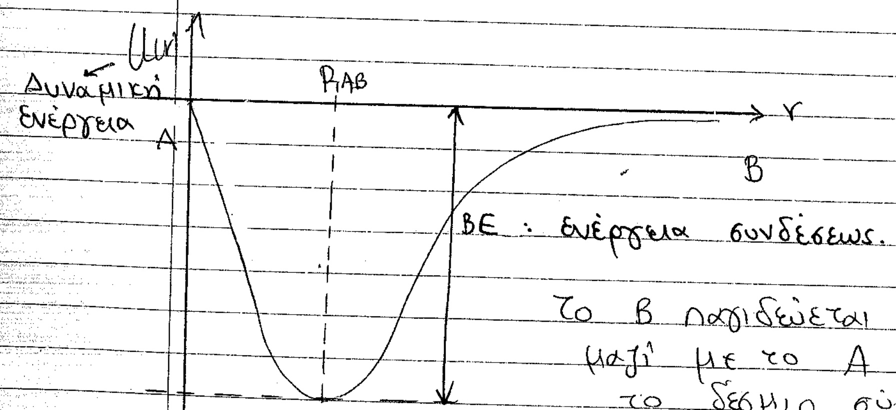
$$\underbrace{m_{AB} \cdot c^2}_{\text{μάζα του δέσμιου συστήματος}} = (m_A \cdot c^2 + m_B \cdot c^2) - BE$$

Είναι μειωμένη από τη μάζα των ανεξάρτητων συστατικών του, κατά BE.

Η συνολική μάζα στο δέσμιο σύστημα, είναι χαμηλότερη απ' ότι όταν τα σωματίδια είναι ανεξάρτητα.

$BE = (m_A \cdot c^2 + m_B \cdot c^2) - m_{AB} \cdot c^2$
$\Rightarrow BE = (m_A + m_B - m_{AB}) \cdot c^2 > 0$
Άρα $m_A + m_B > m_{AB}$

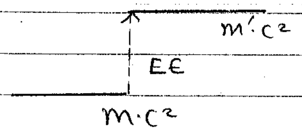
Όταν το δέσμιο σύστημα σχηματιστεί, έχει μικρότερη μάζα.



Το B παγιδεύεται και μαζί με το A φτιάχνεται το δέσμιο σύστημα, λόγω ελκτικών δυνάμεων.

Αν θέλω από το δέσμιο σύστημα, να πάω στο άπειρο τα σωματίδια, δίνω ενέργεια ίση με την ενέργεια συνδέσεως.

Διεγερμένο σύστημα



Το σύστημα απορρόφησε ενέργεια και αυξήθηκε η μάζα του.

Η ενέργεια EE είναι αυτή που διεγείρει το σύστημα.

Η μάζα στη διεγερμένη κατάσταση είναι μεγαλύτερη λόγω διατήρησης ενέργειας. Η περίσσεια της ενέργειας αποθηκεύεται στη μάζα του συστήματος:

$$m' c^2 > m \cdot c^2.$$

$$m' c^2 = EE + m \cdot c^2$$

ή

$$EE = m' c^2 - m \cdot c^2 = (m' - m) \cdot c^2$$

ή

$$\frac{EE}{c^2} = m' - m = \Delta m$$

Η ενέργεια εκφράζεται ξεκάθαρα ως μάζα.
Η ενέργεια αποθηκεύεται ως μάζα.

Διεγερμένοι πυρήνες συμπεριφέρονται με αυξημένη μάζα.
Με φασματογράφους διέγερσης της τάξης των MeV, μπορώ να δω αυτήν την αύξηση στη μάζα.
Σε έναν απλό φασματογράφο μάζας, δεν θα δω την αύξηση (μάζα → MeV, διέγερση → eV).

E.E: excitation energy.

Άσκηση θερμοχημείας (εργαστήριο):

αρχική θερμοκρασία νερού: $\theta_1 = 20°C$
τελική -"- -"- : $\theta_2 = 50°C$

$C_p = 1\ cal/g \cdot K = 4{,}18\ J/g \cdot K$
$m_{νερού} = 1\ kg$

Ποσό θερμότητας: $\left.\begin{array}{l} Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T \\ \Delta T = 30°C \end{array}\right\} \Rightarrow Q = 125\ kJ$

(ποσό της θερμότητας που απορροφά το 1kg νερό όταν το θερμαίνω από τους 20° στους 50°C).

Θεωρώ ότι: $Q = EE$

$$\Delta m = \frac{Q}{c^2} = 1{,}5\ ng$$

Δηλαδή, το
$\Delta m = 1{,}5 \cdot 10^{-9}\ g$
↓
Δεν μπορώ να το μετρήσω στον ζυγό.

Ενέργεια Χημικού Δεσμού:

Χημικός δεσμός: $\sim 2eV \rightarrow 200\ kJ/mol$

$E_\delta \sim 2eV$

Ενέργεια συνδέσεως $\underline{\Delta m} = m' - m = \dfrac{E_\delta}{c^2} = \ldots = 2ng/mol$

Δηλαδή η δημιουργία χημικού δεσμού, αλλάζει τη μάζα των μορίων, περίπου κατά $2ng/mol$. Η μάζα μειώνεται κατά το σχηματισμό του δεσμού.

<u>Άτομο</u>: δέσμιο σύστημα πυρήνα-ηλεκτρονίων.

$m(A,Z)c^2$, $Z \cdot m_e \cdot c^2$

μάζα πυρήνα $(m \cdot c^2)$

↳ μάζα καθενός e^- (έχω Z, e^-)

Ενέργεια Συνδέσεως, $BE_e(Z)$

↳ είναι η ενέργεια για ΟΛΟΥΣ τους ιοντισμούς των e^-.

$M(A,Z) \cdot c^2$

↳ μάζα του ατόμου

$$M(A,Z) \cdot c^2 = \left(m(A,Z) \cdot c^2 + Z \cdot m_e \cdot c^2 \right) - BE_e(Z)$$

μάζα ατόμου — μάζα πυρήνα — μάζα ηλεκτρονίων.

π.χ.: $_6C$: Δίνω μια ενέργεια $BE_e(Z)$, για να διώξω και τα $6e^-$ από το άτομο και να τα στείλω στο άπειρο.

$BE_e(Z) = 15{,}7 \cdot Z^{7/3}\ eV \rightarrow$ Συνολική Ενέργεια Συνδέσεως

$(1amu) \cdot c^2 = 931{,}5\ MeV \rightarrow$ για το άτομο του H.

$BE_e(1) = 15{,}7\ eV \rightarrow$ για το άτομο του H.

Δηλαδή για το $1e$:

$BE_e \approx 10 eV$

$(1amu)c^2 \approx 1000\ MeV \approx 10^9 eV$

Η σχέση μαζών & ενέργειας συνδέσεως είναι της τάξης του $10^9 ev$, γι'αυτό δεν τη λαμβάνουμε υπόψην!

Έτσι, αγνοούμε το $BE_e(Z) \rightarrow 0$.

Και λέμε ότι $M(A,Z) \cdot c^2 = m(A,Z) \cdot c^2 + Z \cdot m_e c^2$

μάζα ατόμου — μάζα πυρήνα — Z-φορές η μάζα του e^-

<u>Πυρήνας</u>: Δέσμιο σύστημα Νουκλεονίων (Z - πρωτόνια, N - νετρόνια)

$Z \cdot m_p \cdot c^2$ $\quad N \cdot m_n \cdot c^2 \rightarrow$ Συστατικά του πυρήνα στο άπειρο

$BE(A,Z)$: ενέργεια συνδέσεως

$M(A,Z) \cdot c^2$ ↘ μάζα πυρήνα

$$m(A,Z)\cdot c^2 = \left(\underbrace{Z\cdot m_p\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2}_{\text{συστατικά του πυρήνα στο άπειρο}}\right) - BE(A,Z)$$

η ποσότητα είναι της τάξης MeV.

και επειδή η μάζα του πυρήνα μετράται σε MeV, πρέπει να το λάβουμε υπόψην.

$$BE(A,Z) = -m(A,Z)\cdot c^2 + (Z\cdot m_p\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2)$$ μάζα πυρήνα

$$\Rightarrow BE(A,Z) = (Z\cdot m_p\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2) - m(A,Z)\cdot c^2$$

$$\Rightarrow BE(A,Z) = Z\cdot \underbrace{M(1,1)}_{\text{ατομική μάζα H}}\cdot c^2 + N\cdot \underbrace{m_n}_{\text{μάζα νετρονίων}}\cdot c^2 - \underbrace{M(A,Z)}_{\text{μάζα ατόμου A, Z}}\cdot c^2$$

Επειδή η ενέργεια συνδέσεως των e^- μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα, μπορώ να προσθέσω την μάζα των e^- και να πάρω τη μάζα των ατόμων.

Τρίτη 5 Νοεμβρίου 2019

Διάλεξη 9η:

Ενέργεια συνδέσεως:

άτομο: $BE_e(Z) = (m(A,Z)\cdot c^2 + Z\, m_e\cdot c^2) - M(A,Z)\cdot c^2$ μάζα ατόμου

Θεωρούμε: $BE_e(Z) \simeq 0$, οπότε:

$M(A,Z)\cdot c^2 = m(A,Z)\cdot c^2 + Z\cdot m_e\cdot c^2$

μάζα του ατόμου

πυρήνας: $BE(A,Z) = Z\cdot m_p\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2 - m(A,Z)\cdot c^2$ (1)

Για τον πυρήνα

$Z\cdot m_p\cdot c^2,\ N\cdot m_n\cdot c^2$

$BE(A,Z)$

$m(A,Z)c^2$

Άσκηση: $BE(A,Z) = Z\cdot \underbrace{M(1,1)}_{\text{άτομο H}}\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2 - \underbrace{M(A,Z)}_{\text{μάζα ατόμου (A, Z)}}c^2$ (2)

Αν η ενέργεια συνδέσεως είναι η (1), να δοθεί η σχέση (2):

$BE(A,Z) = Z\, m_p\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2 - m(A,Z)\cdot c^2$

$BE(A,Z) = Z\cdot m_p\cdot c^2 + Z\cdot m_e\cdot c^2 - Z\cdot m_e\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2 - m(A,Z)\cdot c^2$

$\Rightarrow BE(A,Z) = Z\cdot M(1,1)\cdot c^2 + BE_e(1) + N\cdot m_n\cdot c^2 - Z\cdot m_e\cdot c^2 - m(A,Z)\cdot c^2$

$\Rightarrow BE(A,Z) = Z\cdot M(1,1)\cdot c^2 + BE_e(1) + N\cdot m_n\cdot c^2 - M(A,Z)\cdot c^2 - BE_e(Z)$.

Επειδή, $BE_e(Z) \simeq 0$:

$$\boxed{BE(A,Z) = Z\cdot M(1,1)\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2 - M(A,Z)\cdot c^2}$$

Ενέργεια συνδέσεως για έναν οποιονδήποτε πυρήνα (A, Z).

Ατομική μονάδα μάζας $\longrightarrow 1u = \frac{1}{12} M(^{12}C)$

$1u = \frac{1}{12} M(12,6)$ → εκφράζει τη μέση μάζα ενός δέσμιου νουκλεονίου.

$1u \cdot c^2 = 931,5$ MeV → Ορισμός της ατομικής μονάδας μάζας

$$\left.\begin{array}{l} m_p \cdot c^2 = 938,3 \text{ MeV} \\ m_n \cdot c^2 = 939,6 \text{ MeV} \end{array}\right\} \text{αφορούν ελεύθερα νουκλεόνια}$$

$\bar{m}c^2 = 939$ MeV

→ μέση μάζα των ελεύθερων νουκλεονίων

$1u \rightarrow 1/12 M(^{12}C)$, άρα $1uc^2 = 931,5$ MeV

→ αντιπροσωπεύει τη μέση μάζα ενός δέσμιου νουκλεονίου

Αν έχω 12 νουκλεόνια ελεύθερα, θα έχουν μεγαλύτερη μάζα από 12 νουκλεόνια τα οποία είναι δεσμευμένα.

$1uc^2 = 931,5$ MeV → Μέση μάζα δέσμιου νουκλεονίου

$\bar{m}c^2 = 939,0$ MeV → Μέση μάζα ελεύθερου νουκλεονίου.

Η διαφορά των 2 μαζών είναι στα 7,5 MeV

Έλλειμμα μάζας:

$$\Delta(A,Z) \equiv [M(A,Z) - A] \cdot c^2$$

$M(A,Z)$ → u, μάζα ατόμου (A,Z)

A → u, αφαιρούμε τον μαζικό αριθμό, ουσιαστικά

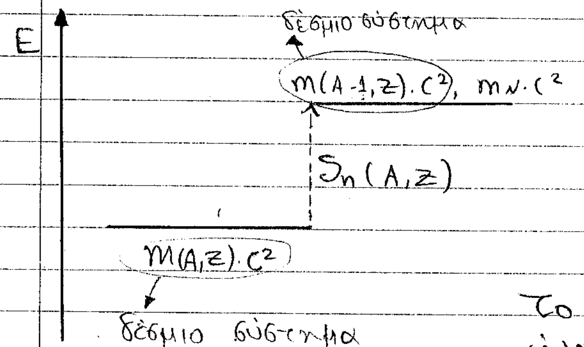
$$\Delta(12,6) = (M(12,6) - A) \cdot c^2 = (12u - 12u)c^2$$

Αν $\Delta < 0$ → το στοιχείο είναι πιο σταθερό από τον άνθρακα

Αν $\Delta > 0$ → το στοιχείο είναι πιο ασταθ...

Το έλλειμμα μάζας είναι η διαφορά της μάζας του ατόμου πλην τον αριθμό των νουκλεονίων, εκφρασμένο σε MeV.

Ενέργεια Διαχωρισμού νετρονίου: ενέργεια που πρέπει να δώσω σε έναν πυρήνα για να αποσπάσω στο κλειδί ένα νετρόνιο



Το τελικό σύστημα είναι ένας πυρήνας δηλαδή ένα δέσμιο σύστημα και ένα ελεύθερο νετρόνιο.

$$S_n(A,Z) = (m(A-1,Z) \cdot c^2 + m_n \cdot c^2) - m(A,Z) \cdot c^2$$

$S_n(A,Z) = BE(A,Z) - BE(A-1,Z)$ → Ενέργεια Διαχωρισμού του Νετρονίου

$$\left\{\begin{array}{l} BE(A,Z) = -m(A,Z) \cdot c^2 + Z \cdot m_p \cdot c^2 + N \cdot m_n \cdot c^2 \\ BE(A-1,Z) = -m(A-1,Z) \cdot c^2 + Z \cdot m_p \cdot c^2 + (N-1) \cdot m_n \cdot c^2 \end{array}\right.$$

$$BE(A,Z) - BE(A-1,Z) = -m(A,Z) \cdot c^2 + m(A-1,Z)c^2 + m_n \cdot c^2$$

$$\Rightarrow BE(A,Z) - BE(A-1,Z) = S_n(A,Z)$$

$Sn(A,Z) > 0 \rightarrow$ ο πυρήνας είναι δέσμιο σύστημα.

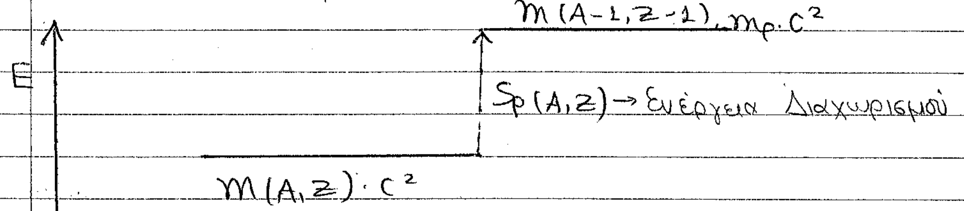
Αν $Sn < 0$, το σύστημα δεν είναι δέσμιο.

$Sn \rightarrow 0$ (στην γραμμή κόρου νετρονίων, → είναι τόσα πολλά τα νετρόνια που δεν μπορεί το σύστημα να τα συγκρατήσει.

ή

$Sn < 0$ το τελευταίο νετρόνιο δεν θα συγκρατηθεί απ' τον πυρήνα, φεύγει αυθόρμητα).

Ενέργεια Διαχωρισμού Πρωτονίων:

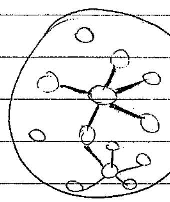


$$Sp(A,Z) = \left[m(A-1,Z-1)\cdot c^2 + m_p \cdot c^2\right] - m(A,Z)\cdot c^2$$

$$\Rightarrow Sp(A,Z) = BE(A,Z) - BE(A-1,Z-1)$$

Η ενέργεια συνδέσεως ενός πυρήνα είναι περίπου ανάλογη του μαζικού αριθμού.

$BE(A,Z) \propto A$.



Έχω 10 νουκλεόνια
έχω x δεσμούς
Αν διπλασιάσω τα νουκλεόνια, θα έχω περίπου 2x δεσμούς.

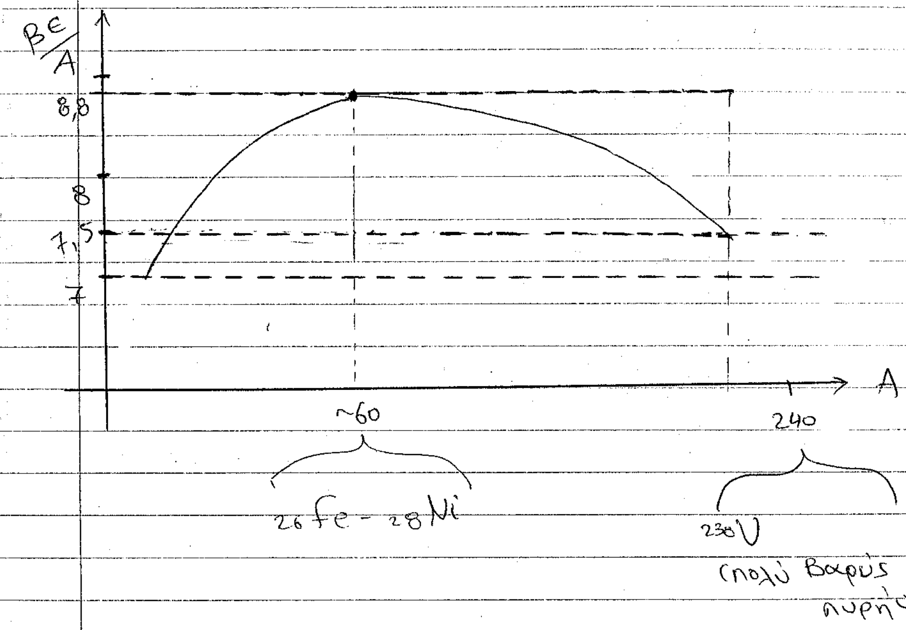
Άρα η ενέργεια συνδέσεως πιθανόν να διπλασιαστεί

$\frac{BE(A,Z)}{A}$ ~ σταθερό

~ 8 MeV (μέση τιμή) → Είχαμε βρει ότι η διαφορά ενέργειας μεταξύ δέσμιου - ελεύθερου νουκλεονίου είναι περίπου ~7,5 MeV

η ενέργεια συνδέσεως για A είναι περίπου σταθερή.

Είναι η ενέργεια συνδέσεως ανά νουκλεόνιο.



$\frac{BE}{A}$: εκφράζει τη σταθερότητα.

όσο πιο μεγάλο το BE/A, τόσο πιο σταθερός ο πυρήνας.

Ένας βαρύς πυρήνας θέλει να υποστεί σχάση, για να προκύψουν οι ελαφρότεροι σταθερότεροι πυρήνες.

Αν έχουμε ελαφρείς πυρήνες, τότε θα υπάρχουν συντήξεις πυρήνων, όπου θα προκύπταν βαρύτεροι σταθερότεροι. Αυτή η διεργασία απελευθερώνει ενέργεια (εξώθερμη διεργασία)

Πυρηνική σύντηξη:

$$^{12}_{6}C + {}^{44}_{20}Ca \longrightarrow {}^{56}_{26}Fe$$

$\frac{BE}{A}$: 7,68 8,66 8,79 (MeV/νουκλεόνιο)

↓ μεγαλύτερη ενέργεια συνδέσεως, πιο σταθερό το δέσμιο σύστημα

Η αντίδραση είναι εξώθερμη. Αντιδράσεις συντήξεως γίνονται μέχρι να φτάσουν τον σίδηρο.

Τα χημικά στοιχεία συντίθενται στους αστέρες.

Στον ήλιο γίνεται σύντηξη Η προς σχηματισμό He.

Σύντηξη στον ήλιο:

$$4p \longrightarrow {}^{4}_{2}He_2 + Q$$

→ Χάρις σε αυτήν την ενέργεια φτάνει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία από τον ήλιο στη Γη. Η ακτινοβολία απορροφάται και αυξάνει τη θερμοκρασία της Γης.

Η σύντηξη γίνεται στους αστέρες, όπου υπάρχουν πολύ υψηλές πιέσεις. Η υψηλή πίεση απαιτείται έτσι ώστε να υπερνικηθούν οι τεράστιες απώσεις Coulomb στους πυρήνες.

Συντήξεις σε μεγαλύτερους αστέρες: → έχουν πέντε φορές τη μάζα του ηλίου

$$\alpha + \alpha + \alpha \longrightarrow {}^{12}_{6}C$$

$^{4}_{2}He_2$

$$\alpha + {}^{12}C \longrightarrow {}^{16}_{8}O$$

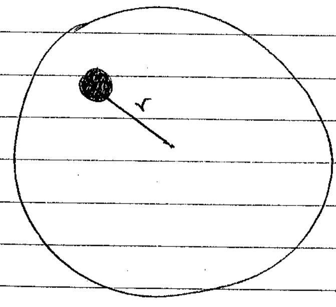
Έχουμε αντιδράσεις συντήξεως έως την περιοχή Fe και Ni.

Η περαιτέρω σύντηξη είναι ενδόθερμη, δε συμφέρει τους αστέρες.

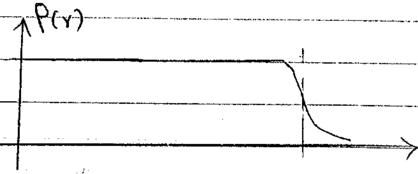
Τι γίνεται με τα βαρύτερα στοιχεία; Βαρύτερα στοιχεία παράγονται σε εκρήξεις Supernova ή σε συγκρούσεις ουράνιων σωμάτων (ακραίες συνθήκες)

Θεωρητικός Υπολογισμός του B.E(A,Z):

Δυναμικό που αισθάνεται ένα νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα:



Το νουκλεόνιο αλληλεπιδρά με τους άμεσους γείτονές του.

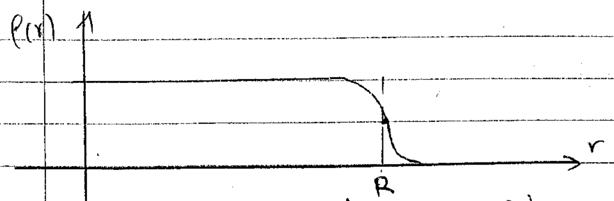


$V(r) \propto \rho(r)$.

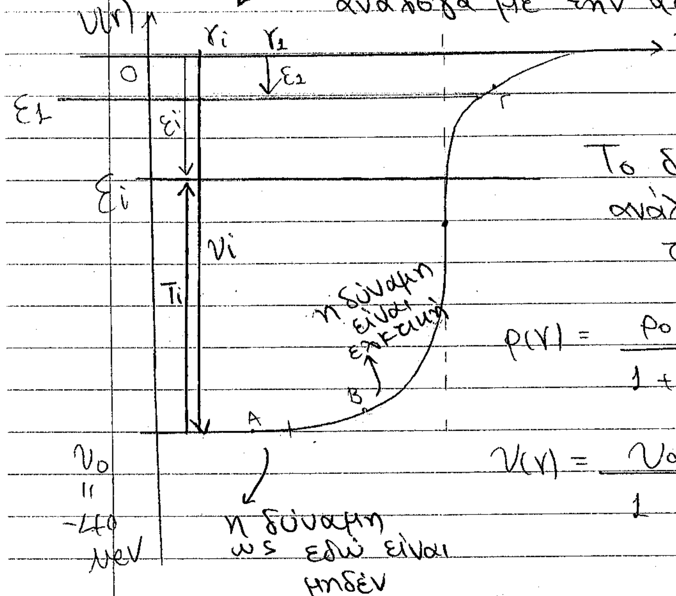
↓ το δυναμικό που αισθάνεται το νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα, είναι ανάλογο της πυκνότητας

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/\alpha}}$$

↓ πυκνότητα πυρήνα



Δυναμικό που αισθάνεται ένα νουκλεόνιο ανάλογα με την απόσταση του από τον πυρήνα.



Το δυναμικό είναι ανάλογο της πυκνότητας.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+e^{(r-R)/\alpha}} \quad , R = r_0 \cdot A^{1/3}$$
$$\alpha \cong 0{,}55\ fm$$

$$V(r) = \frac{V_0}{1+e^{(r-R)/\alpha}}$$

Δυναμικό σφαιρικής συμμετρίας (εξαρτάται μόνο από την απόσταση απ' τον πυρήνα)

$$f = -\frac{\Delta V}{\Delta r}$$

σημείο A: $\Delta V = 0 \Rightarrow f = 0$.

σημείο B: $\Delta V > 0, \Delta r > 0 \Rightarrow f < 0 \rightarrow$ έλξη

σημείο Γ: $\Delta V > 0, \Delta r > 0 \Rightarrow f < 0 \rightarrow$ έλξη

E_i: ενεργειακό επίπεδο → συνολική ενέργεια σωματιδίου

$$\underline{E_i} = \underline{T_i} + \underline{V_i}$$

$E_i < 0$, $V_i < 0$.

$T_i > 0$

→ κινητική ενέργεια σωματιδίου

Είναι δυνατόν να έχω ταχύτητα 0, για ένα σωματίδιο εντός του πυρήνα;

Αρχή Απροσδιοριστίας:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Δεν μπορώ για ένα σωματίδιο του μικρόκοσμου να γνωρίζω ακριβώς την ορμή, και την ταχύτητά του. Δεν είναι δυνατόν το σωματίδιο να έχει κινητική ενέργεια 0, γιατί τότε $\Delta p_x = 0$, άρα Δx θα ήταν άπειρο, ενώ ξέρουμε ότι εντός του πυρήνα υπάρχουν συγκεκριμένα Δx.

Δηλαδή θα έπρεπε να βρίσκεται παντού.

Έστω E_1: το τελευταίο (βλ. σχήμα) ενεργειακό επίπεδο που θα μπορούσα να έχω νουκλεόνιο. → Άρα δίνω BE/A !!

$$T_1 = E_1 - V_1 = (-8) - (-40) \simeq 32\ MeV$$

(−8): μέση ενέργεια συνδέσεως ανά νουκλεόνιο (BE/A).

32 MeV: κινητική ενέργεια του τελευταίου νουκλεονίου

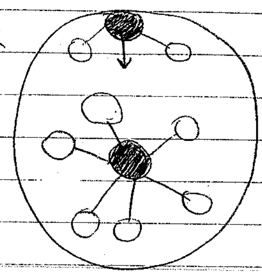
[Έστω ότι το νουκλεόνιο βρίσκεται στο υψηλότερο ενεργειακό επίπεδο, E_1 και βρίσκεται σε απόσταση r_1 από το κέντρο του πυρήνα].

δυνατός σταθεροποιητικός παράγοντας — αποσταθεροποιητικός παράγοντας

$$BE(A,Z) = \underbrace{a_v}_{\text{σταθερά όγκου}} \cdot A - \underbrace{a_s}_{\text{σταθερά επιφανείας}} \cdot A^{2/3}$$

$a_v \simeq 16\,MeV$

$a_s \simeq 18\,MeV$



Ένα νουκλεόνιο στην επιφάνεια έχει δυνάμεις προς το εσωτερικό, (ο αριθμός των δεσμών είναι μικρότερος και έτσι είναι ασταθέστερο)

Ένα νουκλεόνιο που είναι στην επιφάνεια είναι λιγότερο σταθερό και ουσιαστικά αποσταθεροποιεί τον πυρήνα.

Όταν πάω ένα νουκλεόνιο από το εσωτερικό στην επιφάνεια, ΔΑΠΑΝΩ ενέργεια $(\underbrace{-A^{2/3} a_s}_{\text{όρος επιφανείας}})$ E_s

Ο πυρήνας είναι σφαιρικός.

$$\left.\begin{matrix} S = 4\pi R^2 \\ R = r_0 A^{1/3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow S = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$$

$$\downarrow$$

$$S \propto A^{2/3}$$

Ο όρος επιφανείας έχει να κάνει με την αποσταθεροποίηση που νιώθει ένας πυρήνας λόγω των νουκλεονίων στην επιφάνεια.

Επιφανειακή τάση:

Είναι το ποσό της δύναμης που πρέπει να δώσω για να μεταφέρω ένα μόριο από το εσωτερικό ενός διαλύματος στην επιφάνεια. Ουσιαστικά είναι το έργο που θα παράγω για να φέρω ένα μόριο στην επιφάνεια.

$\gamma \rightarrow$ Επιφανειακή τάση

$$\gamma = \frac{dW}{dS} = \frac{dE}{dS}$$

$$\Rightarrow dE = \gamma \cdot dS$$

$$\Rightarrow \int_0^E dE = \int_{S=0}^{S} \gamma \cdot dS$$

$$\Rightarrow E_s = \gamma \cdot S$$

$$\Rightarrow E_s = \gamma \cdot (4\pi r_0^2 \cdot A^{2/3})$$

$$\Rightarrow E_s = \underbrace{\gamma \cdot 4\pi r_0^2}_{a_s} \cdot A^{2/3} = a_s \cdot A^{2/3}$$

→ παράγοντας επιφανείας

Αυτή είναι η ενέργεια που χάνεται από το σύστημα λόγω της απαίτησης να δημιουργηθεί επιφάνεια. Το σύστημα αποσταθεροποιείται.

Τετάρτη 6 Νοεμβρίου 2019
Διάλεξη 10η:
Ενέργεια συνδέσεως πυρήνα: Μοντέλο υγρής σταγόνας
Εξίσωση Bethe-Weizsacker

$$BE(A,Z) = a_V \cdot A - a_S \cdot A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(A)$$

όροι → (1) όγκου, επιφανείας, Coulomb, ασυμμετρίας, σύζευξης

όροι κλασικής μηχανικής

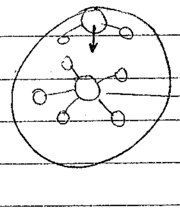
έχουν κβαντομηχανική προέλευση

$a_V = 15,9$ MeV
$a_S = 18,4$ MeV
$a_C = 0,75$ MeV (Coulomb)
$a_a = 23,2$ MeV (ασυμμετρίας)

$\delta(A) = \frac{a_p}{\sqrt{A}}$, $a_p = 11$ MeV (pairing)

Όρος όγκου:
Ο όρος $a_V \cdot A$ δίνουν το θετικό πρόσημο στο BE. Ο όρος (1) είναι ο όρος του όγκου, και είναι ο κύριος όρος που συνεπάγεται ότι ο πυρήνας είναι δέσμιο σύστημα.

Όρος επιφανείας:
Ο όρος $a_S \cdot A^{2/3}$, αφαιρεί ενέργεια από το BE. Είναι ο όρος που εκφράζει το ποσό της δύναμης που πρέπει να δώσω για να αλλάξω την επιφάνεια του πυρήνα



→ είναι πιο σταθερά συνδεδεμένο, γιατί ο αριθμός των δεσμών με τους οποίους συνδέεται είναι μεγαλύτερος.

Στον πυρήνα, υπάρχει επιφανειακή τάση.

$\gamma = \frac{dW}{dS}$ → το έργο που δίνω για να μεταβάλλω κατά dS την επιφάνεια.

↓
Επιφανειακή τάση, είναι η ενέργεια που πρέπει να δώσω για να αλλάξει η επιφάνεια: $\gamma = \frac{dE}{dS}$

Έστω ότι $\gamma = \frac{dE}{dS} \Rightarrow dE = \gamma\, dS$

$$\Rightarrow E = \int_{E=0}^{E} dE = \int_{S=0}^{S} \gamma \cdot dS \Rightarrow E = \gamma \cdot S$$

E: ενέργεια που δαπανήθηκε για να κτισθεί αυτή η επιφάνεια, S: επιφάνεια πυρήνα

$S = 4\pi R^2$ → επιφάνεια πυρήνα

$\Rightarrow E = \gamma \cdot 4\pi R^2 = \gamma \cdot 4\pi \cdot (r_0 \cdot A^{1/3})^2$

$\Rightarrow E = 4\pi \cdot \gamma \cdot r_0^2 \cdot A^{2/3}$, όπου $r_0 = 1,12$ fm.

$\Rightarrow E = 4\pi r_0^2 \cdot \gamma \cdot A^{2/3} = a_S \cdot A^{2/3}$

Επομένως $a_S = 4\pi \cdot r_0^2 \cdot \gamma$

Η σχέση Bethe-Weizsacker είναι ημιεμπειρική (έχει θεωρητικούς και εμπειρικούς όρους).

$$\alpha_s = 4\pi r_0^2 \cdot \gamma \Rightarrow \gamma = \frac{\alpha_s}{4\pi r_0^2} \rightarrow$$ Επιφανειακή τάση του πυρήνα.

$$\Rightarrow \gamma = 1,2\ MeV/fm^2$$

Σε διαλύματα:

H_2O: $\gamma = 72\ \frac{mN}{m} = 72\ mJ/m^2 = 0,072\ J/m^2$

Hg: $\gamma \simeq 500\ \frac{mN}{m} = 500\ mJ/m^2 = 0,5\ J/m^2$

η πιο "δυνατή" επιφάνεια, απαιτεί την μεγαλύτερη δύναμη.

$1\ eV = 1,6 \cdot 10^{-19}\ J$
$1\ MeV = 1,6 \cdot 10^{-13}\ J$
$1\ fm = 10^{-15}\ m.$

Στον πυρήνα:

Άρα $\gamma = 1,2 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-13} J}{10^{-30} m^2} = 2 \cdot 10^{17}\ J/m^2$

ο πυρήνας απαιτεί εξαιρετικά μεγάλη δύναμη για να αλλάξει η επιφάνειά του!!

Όρος Coulomb:

Εμφανίζεται λόγω των φορτίων που έχουν τα πρωτόνια και τα ωθούν σε άπωση.
Οι δυνάμεις Coulomb είναι αποσταθεροποιητικές.

η ελκτική, δηλαδή μία συμπαγή μάζα (όχι απόσταση μεταξύ των σωματιδίων). Γι' αυτό μπαίνει ο όρος 3/5 → μετά από ολοκλήρωση.

Ενέργεια "συνδέσεως" λόγω Βαρύτητας μίας ομογενούς σφαίρας:

$$E_G = \frac{3}{5} \cdot G \cdot \frac{M^2}{R}$$

βάζω M^2 γιατί είναι η μάζα επί τον εαυτό της

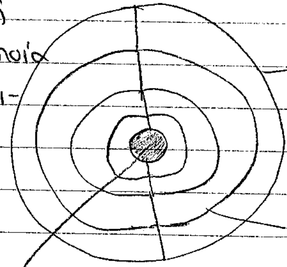
ελκτική δύναμη λόγω Βαρύτητας

σταθερά παγκόσμιας έλξης

$G = 6,7 \cdot 10^{-11}\ J \cdot m/kg^2$

→ κάθε σώμα με μάζα ασκεί δύναμη σε οποιοδήποτε άλλο σώμα με μάζα. (η δύναμη είναι ελκτική).

Μιλάω για μία συμπαγή μάζα, την οποία φτιάχνω στοιβάζοντας στοιχειώδεις μάζες!!



Τελική ομογενής σφαίρα

ομογενώς φορτισμένη σφαίρα

Προσθέτω κάθε φορά 2 ημισφαιρικούς φλοιούς μέχρι να φτιάξω τη σφαίρα. Οι δυνάμεις είναι ελκτικές γι' αυτό και η ένωσή τους απελευθερώνει ενέργεια

με το αντίθετο φορτίο

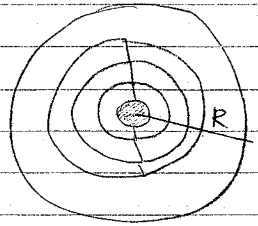
Ενέργεια "διεγέρσεως" λόγω απώσεως των ομοειδών φορτίων, μιας ομογενούς σφαίρας:

$$E_C = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R}$$

→ η δύναμη είναι απωστική

Ξεκινάω από μία σφαίρα (θετικά φορτισμένη) και κολλάω τους ημισφαιρικούς φλοιούς, με ίδιο φορτίο (ομοειδές, θετικό). Θα πρέπει να ξοδέψω ενέργεια για να τα φέρω κοντά.

Η ενέργεια διεγέρσεως είναι απωστική.
↘ αποσταθεροποιήσεως.

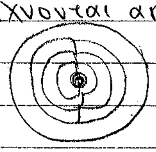


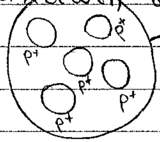
$Q = Z \cdot e, \quad R = r_0 \cdot A^{1/3}$

$$E_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z^2 \cdot e^2}{r_0 \cdot A^{1/3}}$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z^2}{r_0 \cdot A^{1/3}} \quad (1)$$

Όταν φτιάχνω έναν πυρήνα, στοιβάζω τα νουκλεόνια τα οποία όμως δεν είναι στοιχειώδη φορτία. Τα πρωτόνια (και τα νετρόνια) φτιάχνονται από στοιχειώδη σωματίδια, γι'αυτό είναι συμπαγή σωματίδια από φορτία.





→ Πυρήνας από πρωτόνια

Για κάθε πρωτόνιο, έχω μία ενέργεια:

$$\varepsilon_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_0} \quad (2)$$ → ενέργεια Coulomb αποσταθεροποίησης

↳ Είναι η ενέργεια που ξοδεύω για να χτίσω το πρωτόνιο, από μικρά στοιχειώδη φορτία.

Αν έχτιζα την ομογενώς φορτισμένη σφαίρα με στοιχειώδη φορτία;

Πρέπει από την E_c να αφαιρέσω την ενέργεια που ... για να φτιάξω τα p^+.

$$E_c' = E_c - \underbrace{Z}_{Z\text{-πρωτόνια}} \cdot \varepsilon_c \quad (3)$$

$$(3) \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} E_c' = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z^2 \cdot e^2}{\underbrace{r_0 \cdot A^{1/3}}_{R}} - Z \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0}$$

χονδροειδής προσέγγιση

$$\Rightarrow E_c' = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z^2 \cdot e^2}{R} - Z \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{R}$$

$$\Rightarrow E_c' = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z^2 - Z}{R} = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z(Z-1)}{r_0 \cdot A^{1/3}}$$

$$\Rightarrow E_c' = \frac{3}{5} \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right) \cdot \frac{1}{r_0} \cdot \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$

1,44 MeV·fm (να το αποδείξω)

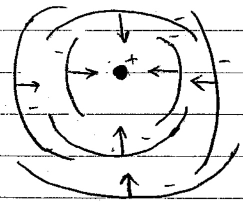
$$\Rightarrow E_c' = 0{,}72 \text{ MeV} \cdot Z(Z-1) / A^{1/3}$$

Είναι πολύ κοντά στο α_c.

α_c: σταθερά αποσταθεροποίησης Coulomb.

Εξήγηση:

Στη Γη υπάρχει βαρυτικό πεδίο και ασκείται σε κάθε σώμα βαρυτική δύναμη, η οποία είναι ελκτική. Είναι σαν να έχω ένα στοιχειώδες φορτίο και να κολλάνε πάνω του στοιχειώδη ομοειδή ημισφαίρια (φορτισμένα αντίθετα). Έτσι, επειδή υπάρχει έλξη και προσδένεται μάζα στη Γη, τόσο πιο μεγάλη η BE. Άρα χάνεται ενέργεια. → Σταθεροποίηση



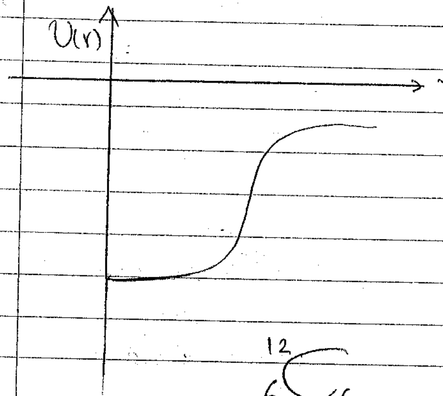
Αν θεωρήσω ότι το κέντρο έχει φορτίο Q^+ και το πλησιάζουν στοιχειώδη ημισφαίρια φορτισμένα με Q^+, θα υπάρχει άπωση. Δηλαδή σκέφτομαι τη βαρυτική δύναμη σαν απωστική. Άρα θα πρέπει να δαπανήσω ενέργεια για να φέρω τους φλοιούς κοντά στο κεντρικό Q^+. Άρα έχω ενέργεια αποδιεγέρσης.
άπωσης

όρος ασυμμετρίας:

$\frac{\alpha_\alpha \cdot (N-Z)^2}{A}$ → Η ασυμμετρία έχει να κάνει με τον αριθμό πρωτονίων και νετρονίων.

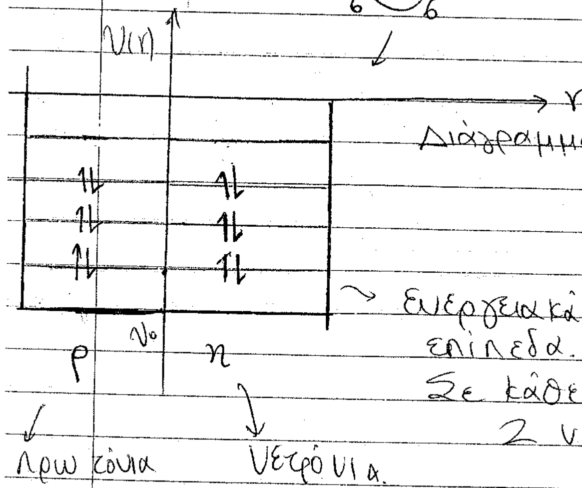
Όταν $N = Z$, ο όρος ασυμμετρίας είναι 0.

Δυναμικό που αισθάνεται κάθε νουκλεόνιο στον πυρήνα:



Δυναμικό Woods-Saxon.

$^{12}_{6}C_6$



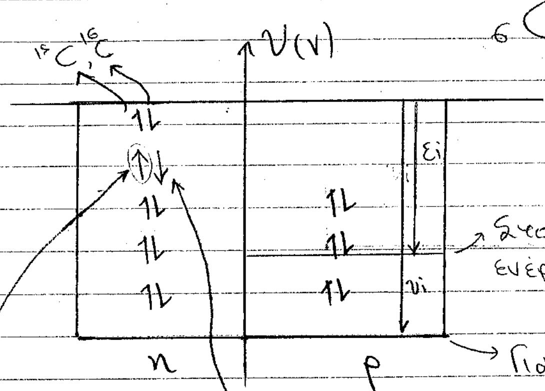
Διάγραμμα για τον άνθρακα-12

→ Ενεργειακά επίπεδα, ισαπέχοντα επίπεδα.

Σε κάθε επίπεδο βάζουμε 2 νουκλεόνια.

$E_i = T_i + V_i$

$^{12}_{6}C_6$



→ Στο επίπεδο αυτό η ενέργεια είναι Ei.

→ Γιατί δεν έβαλα κανένα νουκλεόνιο στον πυθμένα του δυναμικού; Γιατί θα είχα 0 κινητική ενέργεια, κάτι που δεν επιτρέπεται. (Δεν υπάρχει κινητική ενέργεια 0)

$^{13}_{6}C_7$ → Πού θα βάλω το επιπλέον νετρόνιο;

$^{14}_{6}C_8$ → έχει 2 n παραπάνω από τον ^{12}C.

$^{15}_{6}C_9$, $^{16}_{6}C_{10}$

$^{15}_{6}C_9$ → $t_{1/2} \sim 2,5$ sec

$^{16}_{6}C_{10}$ → $t_{1/2} \sim 0,7$ sec (διασπάται, το 16ότοπο είναι ασταθές).

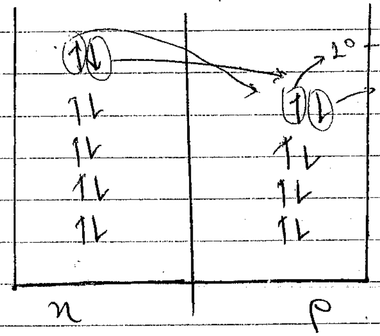
Οι πυρήνες που είναι πλούσιοι σε n μετατρέπουν τα n σε p (πρωτόνια).

π.χ.:

$^{16}_{6}C_{10} \xrightarrow{\beta^-} {}^{16}_{7}N_9 \xrightarrow{\beta^-} {}^{16}_{8}O_8$

Η ασυμμετρία των νετρονίων συνεπάγεται την αστάθεια → Διάσπαση (για μικρά A).

Αν μετατρέψω $n \rightarrow p$:



$\rightarrow {}^{20}_{7}N$ (1η διάσπαση)

$\rightarrow {}^{20}_{8}O$ (2η διάσπαση)

Αν έχω ασύμμετρο αριθμό σε νετρόνια, οδηγούμαι σε υψηλές ενεργειακά καταστάσεις. Γι' αυτό οδηγούμαστε σε διάσπαση.

Αν έχω περίσσεια p^+, οδηγούμαι σε β^+ και EC διασπάσεις.

Παράδειγμα:

$${}^{20}_{4}Be_{16} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{5}B_{15} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{6}C_{14}$$

$${}^{20}_{6}C_{14} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{7}N_{13} \rightarrow {}^{20}_{8}O_{12} \rightarrow {}^{20}_{9}F_{11} \rightarrow {}^{20}_{10}Ne_{10}$$

$N = Z$, ${}^{20}_{10}Ne_{10}$: σταθερός πυρήνας.

Διασπάσεις:

1) ${}^{20}_{4}Be_{16} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{5}B_{15} + e^- + \bar{\nu}_e$

2) ${}^{20}_{5}B_{15} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{6}C_{14} + e^- + \bar{\nu}_e$

3) ${}^{20}_{6}C_{14} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{7}N_{13} + e^- + \bar{\nu}_e$

4) ${}^{20}_{7}N_{13} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{8}O_{12} + e^- + \bar{\nu}_e$

5) ${}^{20}_{8}O_{12} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{9}F_{11} + e^- + \bar{\nu}_e$

6) ${}^{20}_{9}F_{11} \xrightarrow{\beta^-} {}^{20}_{10}Ne_{10} + e^- + \bar{\nu}_e$

even: άρτιος
odd: περιττός.

Z	N	Σταθεροί πυρήνες
even	even	171
even	odd	50 (π.χ. ^{13}C)
odd	even	56 (π.χ. ^{19}F)
odd	odd	4

Οι πυρήνες έχουν την τάση να έχουν άρτιο αριθμό Z και N.

Z, N → περιττοί → ${}^{2}_{1}H_{1}$, ${}^{6}_{3}Li_{3}$, ${}^{10}_{5}B_{5}$, ${}^{14}_{7}N_{7}$.

Ο πυρήνας ${}^{18}_{9}F_{9}$ είναι ασταθής
↓
$t_{1/2} \sim 11{,}0$ min
↓
Χρήσιμος πυρήνας για την Πυρηνική Ιατρική (PET).

Όρος Σύζευξης:
Οι πυρήνες θέλουν να έχουν ζευγαρωμένα πρωτόνια και νετρόνια ζευγαρωμένα.

$$\delta(A) = \begin{cases} +\alpha_p/\sqrt{A} & \rightarrow \quad Z: e,\ N: e \rightarrow \text{Σταθεροποίηση} \\ 0 & \rightarrow \quad Z: e,\ N: o \ \text{ή}\ Z: o,\ N: e \\ -\alpha_p/\sqrt{A} & \rightarrow \quad Z: o,\ N: o \rightarrow \text{Αποσταθεροποίηση} \end{cases}$$

Άσκηση:

Να υπολογιστούν οι όροι της εξισώσεως B.W

$$BE(A,Z) = 15{,}9\cdot A - 18{,}4\cdot A^{2/3} - \frac{0{,}75\cdot(Z(Z-1))}{A^{1/3}} - 23{,}2\cdot\frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(A)$$

$$\frac{BE(A,Z)}{A} \sim 8$$

για τους εξής πυρήνες: ${}^{18}_{9}F_9$, ${}^{40}_{20}Ca_{20}$, ${}^{60}_{20}Ca_{40}$, ${}^{56}_{26}Fe$, ${}^{55}_{26}Fe$, ${}^{55}_{25}Mn$, ${}^{238}_{92}U$, ${}^{235}_{92}U$

$$S_n = BE(A,Z) - BE(A-1,Z)$$
$$S_p = BE(A,Z) - BE(A-1,Z-1).$$

Να βρείτε επίσης τα S_n και S_p και να τα σχολιάσετε, για τον ${}^{56}_{26}Fe$.

Φυλλάδιο 2Α:

Z	N	A = N + Z	
e	e	even	$\rightarrow \delta(A) = +\alpha_p/\sqrt{A}$
e	o	odd	$\rightarrow \delta(A) = 0$
o	e	odd	$\rightarrow \delta(A) = 0$
o	o	even	$\rightarrow \delta(A) = -\alpha_p/\sqrt{A}$

A = odd, π.χ.: ${}^{13}_{6}C_7$, ${}^{13}_{7}N_6$ → Κατοπτρικοί πυρήνες

A = even, π.χ.: ${}^{14}_{6}C_8$ (e, e)   όταν ο αριθμός των n του ενός ισούται με τον αριθμό p του άλλου και έχουν τον ίδιο μαζικό αριθμό.

${}^{14}_{7}N_7$ (o, o)

Παραβολή μαζών για ένα δεδομένο A: → το καθορίζω

$$M(A,Z)\cdot c^2 = Z\cdot m_p\cdot c^2 + N\cdot m_n\cdot c^2 - BE(A,Z).$$

αν ξέρω το BE μπορώ να βρω τη μάζα του πυρήνα

$$M(A,Z)\cdot c^2 = [\alpha\cdot A - \delta(A)] + B\cdot Z + \gamma\cdot Z^2$$

→ Αναδιατάσω τους όρους ώστε η μάζα να εκφραστεί ως προς αυτούς τους όρους. (Παραγοντοποίηση)

$$\alpha = m_n\cdot c^2 - \alpha_v + \frac{\alpha_s}{A^{1/3}} + \alpha_\alpha$$

$$B = (m_p - m_n)c^2 - \frac{\alpha_c}{A^{1/3}} - 4\alpha_\alpha$$

$$\gamma = \frac{\alpha_c}{A^{1/3}} + \frac{4\alpha_\alpha}{A}$$

Σταθεροποιώ το A, μεταβάλλω το Z.

Η σχέση για το M(A,Z) είναι μία παραβολή που εξαρτάται από το Z.
Η μάζα μπορεί να γραφτεί ως παραβολή του Z. (Το A είναι δεδομένο)

Αν το δ(A) συνεισφέρει θετικά στο BE, συνεισφέρει αρνητικά στη μάζα.
Αν A, N, Z → even $\Rightarrow \delta(A) > 0 \Rightarrow m\downarrow$
Αν A → even και Z, N → odd $\Rightarrow \delta(A) < 0 \rightarrow m\uparrow$

Αν έχω A = odd (περιττός) $\Rightarrow \delta(A) = 0$.

$$\frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z} = B + 2\gamma\cdot Z$$

$$\frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z} = 0 \Rightarrow 2\gamma\cdot Z = -B \Rightarrow Z = -\frac{B}{2\gamma}$$

εκεί έχω ακρότατο.

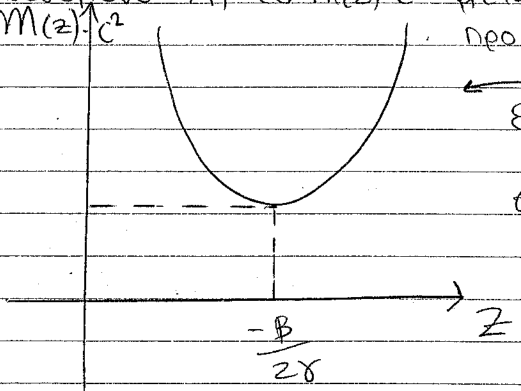
• $\frac{\partial^2 m(A,Z)}{\partial Z^2} = 2\gamma \gtrless 0$;;

↓

για να βρω το είδος των ακροτάτων (μέγιστο ή ελάχιστο)

Επειδή $\gamma>0 \Rightarrow \frac{\partial^2 m}{\partial Z^2} > 0$ → Έχω ελάχιστο.

Για δεδομένο A, το $m(Z)\cdot c^2$ μεταβάλλεται ως προς το Z



Ελάχιστη μάζα
↓
σταθερότερος πυρήνας.

Ελάχιστο της $M(A,Z)$:

$$Z_{min} = \frac{A}{2}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{\alpha_c}{\alpha_\alpha}\cdot A^{2/3}}$$

→ Αν το A είναι μεγάλο, παίζει ρόλο ο συντελεστής $\frac{\alpha_c}{\alpha_\alpha}$, δηλαδή οι όροι Coulomb και ασυμμετρίας.

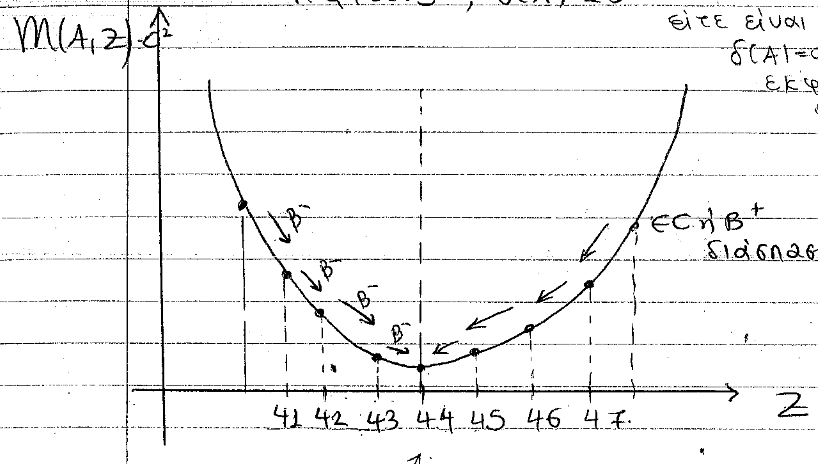
$$Z_{min} = \frac{A}{2}\cdot\frac{1}{1+0{,}008\cdot A^{2/3}}$$

↓

μου δίνει τη θέση που βρίσκεται ο σταθερότερος πυρήνας για ένα δεδομένο A

$A=103$

↳ περιττός, $\delta(A)=0$ → είτε το Z είναι άρτιος, είτε είναι περιττός, $\delta(A)=0$, άρα το $m\cdot c^2$ εκφράζεται από μία καμπύλη.



Ru

$A=103 \Rightarrow Z_{min} = 43{,}89 \rightarrow 44$

το ελάχιστο της καμπύλης είναι για $Z=44$.

για $Z=45$, η μάζα είναι μεγαλύτερη.

Οι πυρήνες που είναι πλούσιοι σε νετρόνια, και είναι ασταθείς, αρχίζουν τις διασπάσεις τύπου β^-, έως ότου φτάσουν στο ελάχιστο $M(A,Z)$

Οι πυρήνες με πολλά πρωτόνια, μετατρέπει τα πρωτόνια σε νετρόνια, μέσω β^+ ή EC διάσπασης.

$A=105$
$A=67$
$A=131$
} περιττοί μαζικοί αριθμοί, $\delta(A)=0$

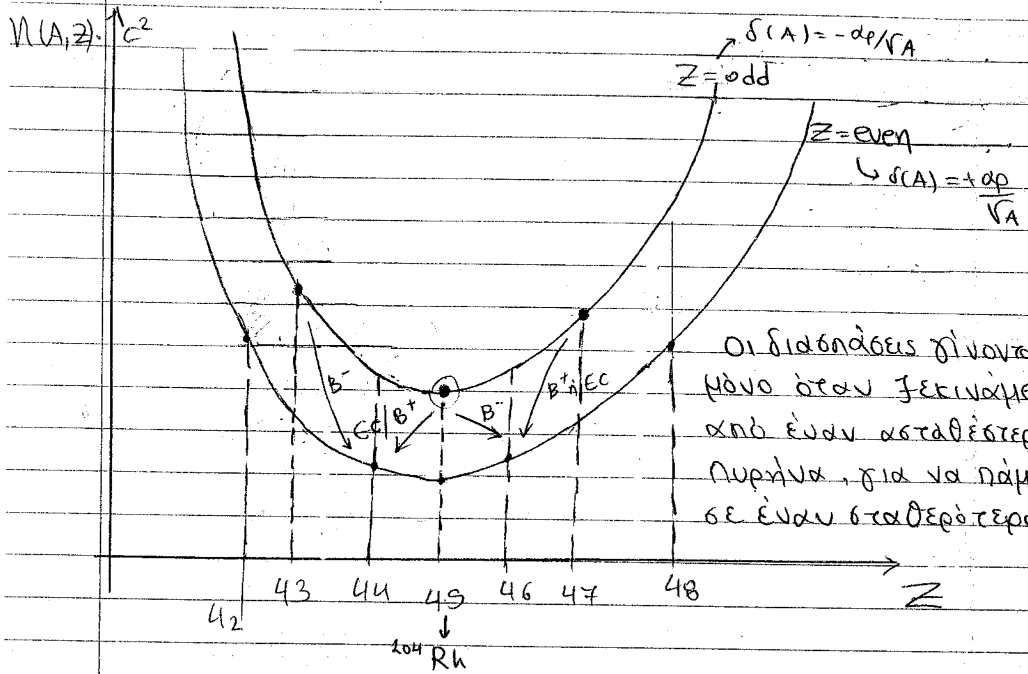
Το mc^2 εκφράζεται σε δύο καμπύλες, ανάλογα με το αν ο Z είναι άρτιος ή περιττός.

$A = 104$ → Άρτιος αριθμός

Υπάρχει η περίπτωση $\delta(A) = +\dfrac{a_p}{\sqrt{A}}$ $-\dfrac{a_p}{\sqrt{A}}$

$mc^2 \downarrow$ ← Z, N: even   Z, N: odd ↓ $mc^2 \uparrow$

Άρα θα υπάρχουν δύο παραβολές μαζών.



Οι διασπάσεις γίνονται μόνο όταν ξεκινάμε από έναν ασταθέστερο πυρήνα, για να πάμε σε έναν σταθερότερο!

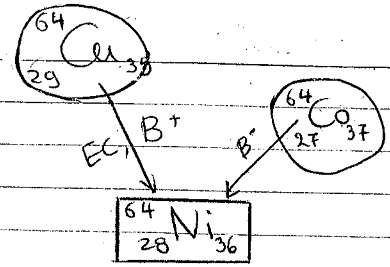
Όταν φτάσω στο ^{104}Rh, μπορεί να φτάσει είτε στο $Z = 44$, είτε στο $Z = 46$

EC ή β^+ β^- διάσπαση

Στη δεξιά πλευρά έχω β^+ διάσπαση, στην αριστερή πλευρά έχω β^- διάσπαση.

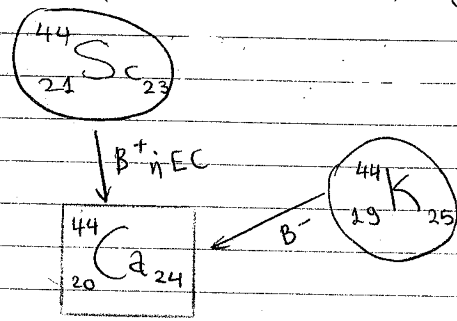
Το mc^2 είναι μικρότερο για $Z = 44$ ή $Z = 46$, γι' αυτό οι διεργασίες καταλήγουν εκεί.

1) Να βρεθεί το Z_{min} για: $A = 64 \rightarrow Z_{min} = 28$



υπάρχουν 2 περιπτώσεις για το Νικέλιο.

2) Να βρεθεί το Z_{min} για $A = 44 \rightarrow Z_{min} = 20$



$$Z_{min} = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{a_c}{a_a} \cdot A^{2/3}} = \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}008 \cdot A^{2/3}}$$

για $A = 64 \rightarrow Z_{min} \sim 28$ → Άρα για $A = 64$, ο σταθερότερος πυρήνας είναι αυτός με $Z = 28$, δηλαδή το νικέλιο, Ni.

για $A = 44 \rightarrow Z_{min} \sim 20$ → Άρα για $A = 44$, ο σταθερότερος πυρήνας είναι αυτός με $Z = 20$, δηλαδή το ασβέστιο, Ca.

Τρίτη 12 Νοεμβρίου 2019

Διάλεξη 11η:

Ενεργειακή Απόδοση των πυρηνικών διαδικασιών

Q-value μιας πυρηνικής διεργασίας

$\sum m_i \cdot c^2$ → συνολική αρχική ενέργεια μάζας του συστήματος

$\downarrow Q>0$

$\sum m_f \cdot c^2$ → συνολική τελική ενέργεια μάζας του συστήματος

$$Q = \sum m_i \cdot c^2 - \sum m_f \cdot c^2$$

→ η διαφορά μαζών μας δίνει το Q-value

Όταν $m_i c^2 > m_f c^2$, $Q>0$, άρα το σύστημά μας θα αποδώσει ενέργεια κατά τη διεργασία.

αντιστοιχία με ΔΗ:

$\Delta H = H_f - H_i$

εξώθερμη, $\Delta H < 0$

Ενδόθερμη, $\Delta H > 0$

Το Q δε σημαίνει θερμότητα. Είναι Q-value και τίποτα άλλο. Είναι η ενέργεια που αντιστοιχεί στη διαφορά μαζών.

Το ΔΗ δεν σχετίζεται με το Q-value.

α) $Q>0 \Rightarrow \sum m_i \cdot c^2 > \sum m_f \cdot c^2$ → Αυθόρμητη διεργασία
↓
Απελευθέρωση ενέργειας

β) $Q<0$: $\sum m_i \cdot c^2 < \sum m_f \cdot c^2$ → Μη Αυθόρμητη διεργασία, δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί από μόνη της.
Απαιτεί ενέργεια ←

γ) $Q=0$
ανάλογο της ελαστικής σκέδασης

$$Q = \sum m_i \cdot c^2 - \sum m_f \cdot c^2$$

Θα δείξουμε ότι: $Q = T_f - T_i$.

Απόδειξη:

Αρχή Διατήρησης Ενέργειας: $E_i = E_f$ (σχετικιστική ενέργεια)

$\Rightarrow \sum T_i + \sum m_i c^2 = \sum T_f + \sum m_f \cdot c^2$

$\Rightarrow \sum m_i \cdot c^2 - \sum m_f \cdot c^2 = \sum T_f - \sum T_i$

↓ φυσική σημασία

$\Rightarrow Q = \sum T_f - \sum T_i$ → Το Q-value μας δίνει την περίσσεια κινητικής ενέργειας των προϊόντων σε σχέση με τα αντιδρώντα

Πυρηνική Διάσπαση:

$A \rightarrow B + C$

$Q = m_A \cdot c^2 - (m_B \cdot c^2 + m_C \cdot c^2) = (T_B + T_C) - \cancel{T_A}^{\,0}$

θεωρούμε ότι είναι ακίνητο.

Για μια διάσπαση, η Q-value δίνει την κινητική ενέργεια των προϊόντων. Θεωρούμε ότι το A δεν έχει αρχική κινητική ενέργεια.

Πυρηνική Αντίδραση:

$$\underset{\text{βλήμα}}{A} + \underset{\text{στόχος}}{B} \longrightarrow C + D$$

$$Q = (m_A \cdot c^2 + m_B \cdot c^2) - (m_C \cdot c^2 + m_D \cdot c^2) = T_C + T_D - T_A - T_B$$

Ρίχνω το "βλήμα" στον πυρήνα-στόχο.
Άρα $T_B = 0$, δηλαδή ο στόχος δεν έχει κινητική ενέργεια.

$$Q = (T_C + T_D) - T_A$$

Εφαρμογή των σχέσεων:
β-διάσπαση:

- β^-: $n \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

mc^2: 939,6 938,3 0,511 $\cancel{0}$ (MeV)

$\hookrightarrow Q = 0{,}8$ MeV $> 0 \rightarrow$ Αυθόρμητη Διεργασία

Η Q-value γίνεται κινητική ενέργεια των προϊόντων της αντιδράσεως.
Τα e^- έχουν αποκτήσει πολύ μεγάλη ενέργεια κινητική και γι' αυτό είναι πολύ δραστικά → Προκαλούν ιονισμούς, κόβουν χημικούς δεσμούς.

- β^+-διάσπαση: $p^+ \longrightarrow n + e^+ + \nu_e$

mc^2: 938,3 939,6 0,5 0 (MeV)

$\hookrightarrow Q = -1{,}8$ MeV < 0

↓

Δεν μπορεί να γίνει η διεργασία, απαιτεί ενέργεια για να γίνει. Την ενέργεια αυτή, την παίρνει από την αστάθεια του πυρήνα, που ωθεί προς την β^+-διάσπαση.

- EC-διεργασία: $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$

$\hookrightarrow Q = -0{,}8$ MeV < 0

↓

Απαιτεί ενέργεια για να γίνει. Την παίρνει από τους ασταθείς πυρήνες που είναι πλούσιοι σε πρωτόνια.

β^--διάσπαση:

$$Q_{\beta^-} = \underset{\text{αρχική ενέργεια μάζας}}{m(A,Z) \cdot c^2} - \underbrace{[m(A,Z+1) \cdot c^2 + m_e \cdot c^2]}_{\text{τελική ενέργεια μάζας}} \quad (1)$$

$$\underset{\text{ατομική μάζα}}{M(A,Z)} \cdot c^2 = \underset{\text{πυρηνική μάζα}}{m(A,Z)} \cdot c^2 + Z \cdot m_e \cdot c^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow[(2)]{(1)} Q_{\beta^-} = M(A,Z) \cdot c^2 - M(A,Z+1) \cdot c^2 \quad (3)$$

Απόδειξη:

$$Q_{\beta^-} = m(A,Z) \cdot c^2 - (m(A,Z+1) \cdot c^2 + m_e \cdot c^2)$$

$$Q_{\beta^-} = m(A,Z) \cdot c^2 + Z \cdot m_e \cdot c^2 - m(A,Z+1) \cdot c^2 - Z \cdot m_e \cdot c^2 - m_e \cdot c^2$$

$$\Rightarrow Q_{\beta^-} = M(A,Z) \cdot c^2 - m(A,Z+1) \cdot c^2 - (Z+1) m_e \cdot c^2$$

$$\Rightarrow Q_{\beta^-} = M(A,Z) \cdot c^2 - M(A,Z+1) \cdot c^2$$

Έλλειμμα μάζας, $\Delta(A,Z)$:

$$\Delta(A,Z) = [M(A,Z) - A]\cdot c^2$$ → εκφράζονται σε amu (ατομικές μονάδες μάζας, u)

$$\Rightarrow \Delta(A,Z) = M(A,Z)\cdot c^2 - Ac^2 \quad (4)$$

M: μάζα ατόμου σε u. A: αριθμός νουκλεονίων, εκφρασμένος σε u.

Άρα από τις σχ. (3), (4):

$$Q_{\beta^-} = \Delta(A,Z) - \Delta(A,Z+1)$$

<u>β^+-διάσπαση:</u>

$$Q_{\beta^+} = m(A,Z)\cdot c^2 - \left(m(A,Z-1)\cdot c^2 + m_e\cdot c^2\right)$$

e^+ (ποζιτρόνιο).

$$Q_{\beta^+} = M(A,Z)\cdot c^2 - M(A,Z-1)\cdot c^2 - 2m_e\cdot c^2$$

<u>EC-διεργασία:</u>

$$Q_{EC} = \left[m(A,Z)\cdot c^2 + m_e\cdot c^2\right] - m(A,Z-1)\cdot c^2$$

$$\Rightarrow Q_{EC} = M(A,Z)\cdot c^2 - M(A,Z-1)\cdot c^2$$

<u>α-διάσπαση:</u>

$$Q_\alpha = m(A,Z)\cdot c^2 - \left(m(4,2)\cdot c^2 + m(A-4,Z-2)\cdot c^2\right)$$

$$\Rightarrow Q_\alpha = m(A,Z)\cdot c^2 + Zm_e\cdot c^2 - Zm_e\cdot c^2 - m(4,2)\cdot c^2 - m(A-4,Z-2)\cdot c^2$$

$$\Rightarrow Q_\alpha = M(A,Z)\cdot c^2 - (Z-2)\cdot m_e\cdot c^2 - 2m_e\cdot c^2 - m(4,2)\cdot c^2 - m(A-4,Z-2)\cdot c^2$$

$$\Rightarrow Q_\alpha = M(A,Z)\cdot c^2 - M(A-4,Z-2)\cdot c^2 - \underbrace{M(4,2)}_{M(He)}$$

για β^+, β^-, EC, $Q \sim 1$ MeV (για τις β-διασπάσεις)

για α, $Q_\alpha \sim 5$ MeV (για την α-διάσπαση).

Για την σχάση:

$$\underset{Z_0}{\overset{A_0}{}}\;{}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1}X + {}^{A_2}_{Z_2}Y + 2n$$

ο πυρήνας μπορεί να κοπεί συμμετρικά και ασύμμετρα.

$$Z_1 + Z_2 = Z_0$$
$$A_1 + A_2 + 2 = A_0$$

Q-value ~ 200 MeV → Είναι πάρα πολύ μεγάλο.

Αυτή η ενέργεια θα πάει στους νέους πυρήνες και στα νετρόνια.

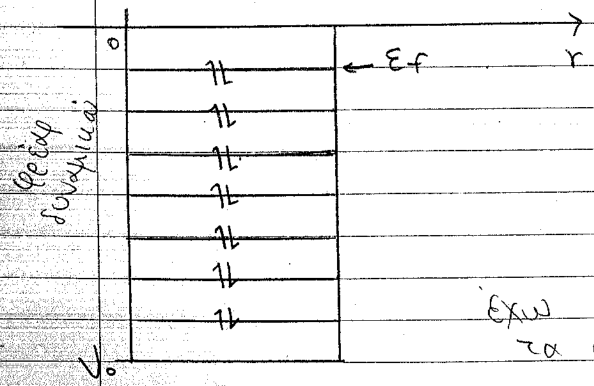
$n \rightarrow 2$ MeV

${}^{A_1}X$, ${}^{A_2}Y$ → περίπου 100 MeV ο καθένας.

Όλη αυτή η ενέργεια, εναποτίθεται στην ύλη ως θερμότητα.
Στους πυρηνικούς αντιδραστήρες, αποθηκεύεται στο νερό.

Σύστημα N-φερμιονίων: αέριο fermi → τα σωματίδια δεν αλληλεπιδρούν

→ N-όμοια φερμιόνια (N-νετρόνια ή N-πρωτόνια ή N-e^-)

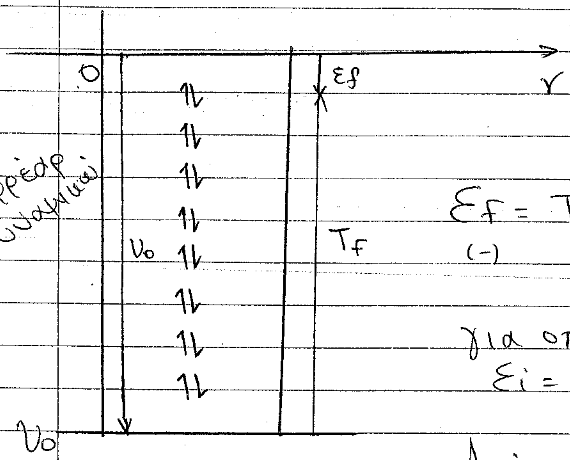


Στα φερμιόνια επιβάλλεται η αρχή του Pauli

Έχω αέριο fermi, δηλαδή τα σωματίδια δεν αλληλεπιδρούν.

Επειδή στα νουκλεόνια, $\Sigma\vec{F}=0$, θεωρώ τον πυρήνα ως αέριο fermi.

ε_f: ενεργειακό επίπεδο fermi → τελευταίο ενεργειακό επίπεδο

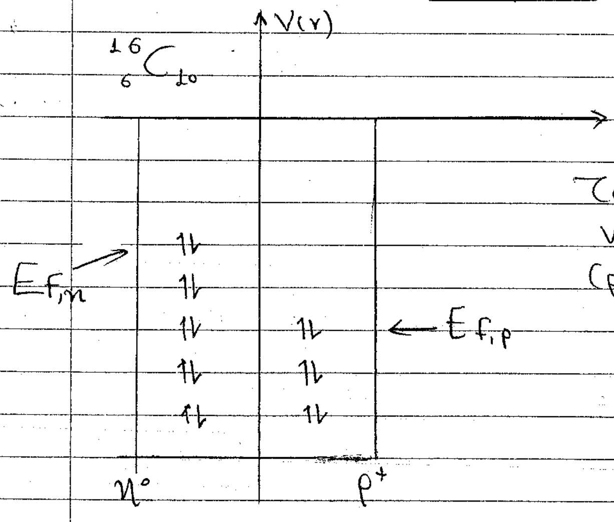


$\varepsilon_f = T_f + V_0$ → ενέργεια fermi
(−) (+) (−)

για οποιοδήποτε επίπεδο:
$\varepsilon_i = T_i + V_0$

Αυτό που αλλάζει στο φρέαρ είναι η <u>κινητική ενέργεια</u>.

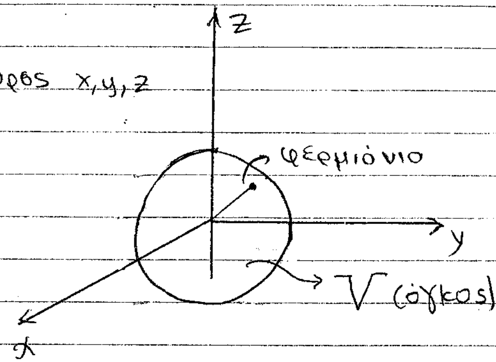
$^{16}_{6}C_{10}$



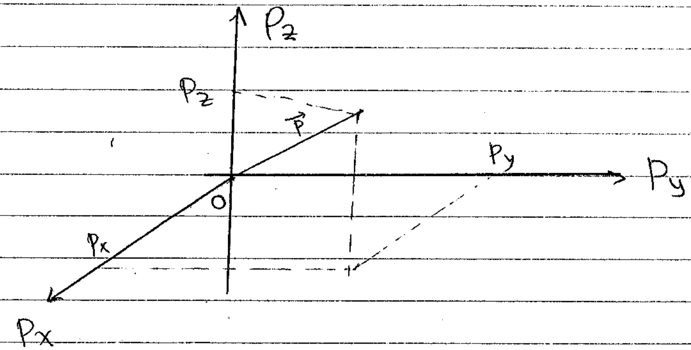
Τα συστήματα νουκλεονίων (p^+, n^o) είναι διαφορετικά.

Υπολογισμός της T_f (κινητικής ενέργειας φερμιονίων):

Χώρος x, y, z

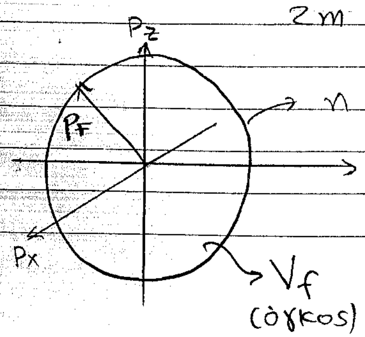


Χώρος ορμών, px, py, pz



Στο ενεργειακό επίπεδο fermi, έχουν τη μέγιστη κινητική ενέργεια:

$T_f = \frac{p_f^2}{2m}$ → ορμή fermi (μέγιστη δυνατή ορμή των φερμιονίων)



η ακτίνα της σφαίρας, οδηγεί σε ορμές fermi (είναι η σφαίρα με τη μεγαλύτερη δυνατή ακτίνα)

Ο συνδυασμένος χώρος ορμών & θέσεων, λέγεται χώρος φάσεων:
(x, y, z, p_x, p_y, p_z).
Είναι χώρος με 6 διαστάσεις

$$V_{\text{χώρος φάσεων}} = V \cdot V_f = V \cdot \left(\frac{4}{3}\pi p_f^3\right)$$

μπορεί να είναι σφαίρα, κύβος κλπ. — μέγιστος όγκος

$$\Rightarrow V_\varphi = V \cdot \left(\frac{4}{3}\pi p_f^3\right)$$

Από την κβαντική μηχανική

Ενεργειακό επίπεδο → στον χώρο των φάσεων, ένα ενεργειακό επίπεδο, καταλαμβάνει χώρο ίσο με h^3.

Έχω N φερμιόνια → $\frac{N}{2}$ ενεργειακά επίπεδα

1 ενεργειακό επίπεδο → h^3

$\frac{N}{2}$ ενεργειακά επίπεδα → $V \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi p_f^3$

$$\Rightarrow \frac{N}{2} \cdot h^3 = V \cdot \frac{4}{3}\pi p_f^3 \Rightarrow \frac{N}{2} = \frac{V \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot p_f^3}{h^3}$$

$$\Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{2 \cdot 4}{3} \cdot \frac{\pi \cdot p_f^3}{h^3}$$

ρ, αριθμητική πυκνότητα του συστήματος

$$\rho = \frac{8}{3}\pi \cdot \frac{p_f^2}{h^3} \Rightarrow \boxed{p_f = \hbar \cdot (3\pi^2)^{1/3} \cdot \rho^{1/3}}$$

ορμή fermi

Αν γνωρίζω την πυκνότητα του συστήματος των σωματιδίων μπορώ να βγάλω την ορμή fermi.

$\rho_0 = 0{,}16$ νουκλεόνια$/fm^3$ → αριθμητική πυκνότητα πυρήνα

Έστω $N = Z$:

$$\rho_0 = \frac{A}{V} = \frac{N+Z}{V} = \frac{2N}{V} = \frac{2Z}{V} = 0{,}16 \text{ νουκλ}/fm^3$$

$\rho_n = 0{,}08$ νετρόνια$/fm^3$

$\rho_p = 0{,}08$ πρωτόνια$/fm^3$

χωρίς αλληλεπιδράσεις!!

Ο πυρήνας θεωρείται Αέριο fermi, δύο συστατικών (πρωτονίων & νετρονίων)

$$p_f \cdot c = \hbar c \,(3\pi^2)^{1/3} \cdot \rho^{1/3} = 197{,}3\ MeV \cdot fm \cdot (3\pi^2)^{1/3} \cdot \rho^{1/3}$$

$\rho = 0{,}08$

αφορά ομοειδή νουκλεόνια (είτε πρωτόνια, είτε νετρόνια) $\rho = \rho_p = \rho_n$: $p_f \cdot c = 250\ MeV$.

$$\Rightarrow p_f = 250\ MeV/c$$

$$T_f = \frac{p_f^2}{2m_n} = \frac{p_f^2 \cdot c^2}{2m_n \cdot c^2} = \frac{(p_f \cdot c)^2}{2m_n \cdot c^2} \rightarrow$$

m_n: νουκλεόνιο, n

$$\Rightarrow T_f = \frac{(P_f \cdot c)^2}{2 m_n \cdot c^2} = \dots = 33 \text{ MeV}.$$

$m_n c^2$ ↳ 931,5 MeV (δέσμιο Νουκλεόνιο)

T_f: κινητική ενέργεια fermi νουκλεονίων στον πυρήνα.

$$\langle T \rangle = \frac{3}{5} T_F \simeq 20 \text{ MeV}$$

$\langle T \rangle$: Μέση κινητική ενέργεια συστήματος.

Ταχύτητες:

$$T_f = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 \Rightarrow \dots \Rightarrow v_f \simeq 0{,}27c$$

v_f: ταχύτητα fermi

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2} m \cdot \langle v^2 \rangle \Rightarrow \dots \Rightarrow \sqrt{\langle v^2 \rangle} \sim 0{,}2c$$

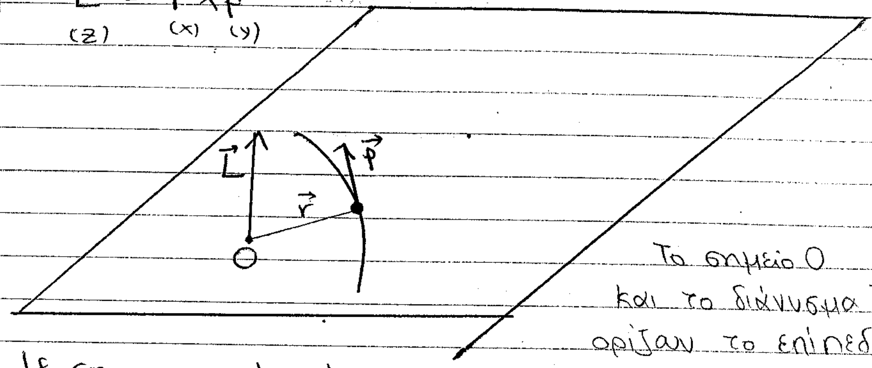
Εξαιρετικά μεγάλες οι ταχύτητες κινήσεων των νουκλεονίων εντός του πυρήνα

Τετάρτη 13 Νοεμβρίου 2019

Διάλεξη 12η:

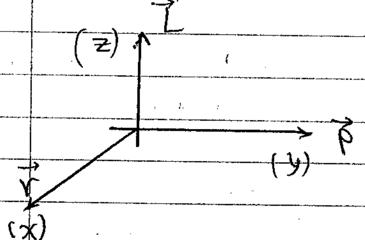
Στροφορμή – Σύνδεση στροφορμών:

$$\underset{(z)}{\vec{L}} = \underset{(x)}{\vec{r}} \times \underset{(y)}{\vec{p}}$$



Το σημείο O και το διάνυσμα $\vec r$ ορίζουν το επίπεδο

Η στροφορμή είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που φτιάχνουν το σημείο O και το διάνυσμα $\vec r$.



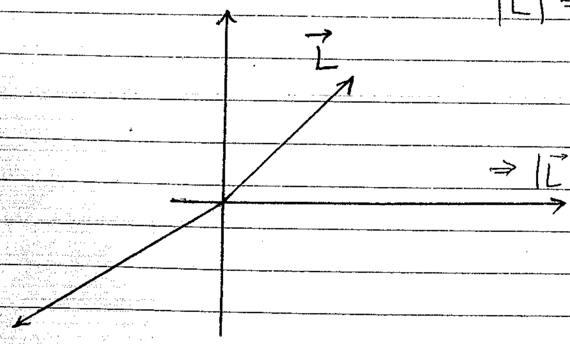
$$|\vec L| = |\vec r| \cdot |\vec p| \cdot \sin(\widehat{\vec r, \vec p})$$

αν $\vec r \perp \vec p \Rightarrow |\vec L| = r \cdot p = m \cdot u \cdot r$

Κβαντική Στροφορμή:

$$|\vec L|^2 = \hbar^2 \cdot \ell(\ell+1),$$

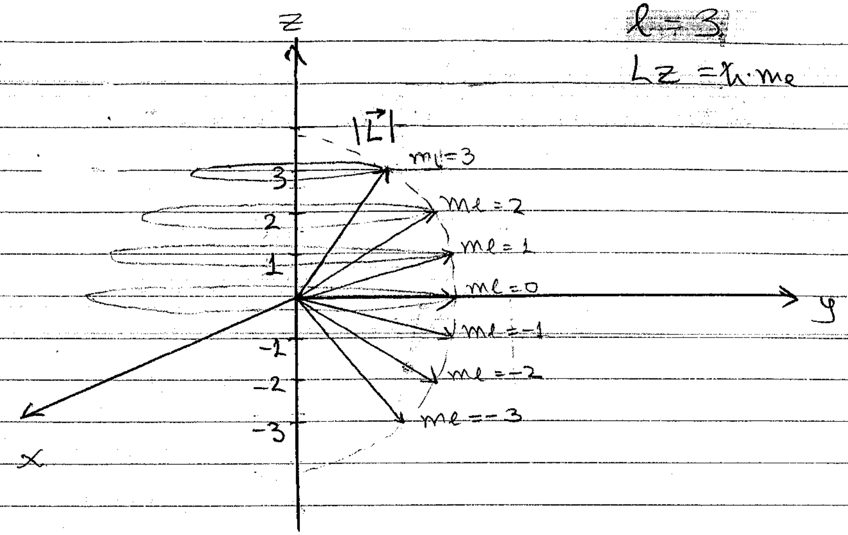
$\ell = 0, 1, 2, 3, \dots$ → s, p, d, f



$$\Rightarrow |\vec L| = \hbar \cdot \sqrt{\ell(\ell+1)}$$

$l = 3$

$L_z = \hbar \cdot m_l$



προβολή της στροφορμής στον άξονα z

$$L_z = \hbar \cdot m_l \quad , \forall l , \quad m_l = -l, \dots, 0, \dots, +l$$

Το m_l καθορίζει την κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{L}$.

Πλήθος τιμών m_l: $2l+1$

για $l = 3$: $m_l = -3, \dots, 0, \dots +3$

$$|\vec{L}| = \hbar \cdot \sqrt{3(3+1)} = \hbar\sqrt{12} = 3{,}46\hbar \sim 3{,}5\,\hbar$$

μέτρο της στροφορμής

$L_z = m_l \hbar$, όπου $m_l = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$

Για τη στροφορμή ενός σωματιδίου μπορώ να προσδιορίσω το μέτρο και την προβολή στον άξονα z.

Spin:

$S = 0, 1, 2, \dots$ ή $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

$|\vec{S}| = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ → μέτρο του spin

$S_z = \hbar \cdot m_s$ → προβολή του spin στον άξονα z.

$m_s = -S, -S+1, \dots, +S$

$S = 0, +1, 2, 3, \dots$ → Ακέραιο Spin
↳ Μποζόνια

$S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$ → Ημιακέραιο Spin
↳ Φερμιόνια

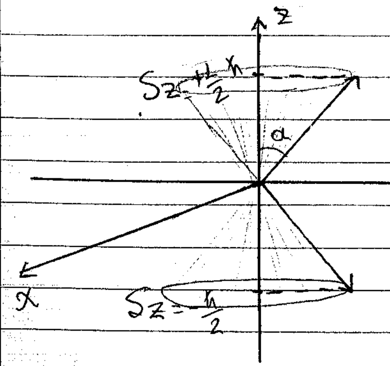
κυρίως $1/2$ για τα σωματίδια της ύλης (πρωτόνια, νετρόνια, ηλεκτρόνια).

$S = \frac{1}{2}$ → κβαντικός αριθμός spin για φερμιόνια (n, p, e)

$$|\vec{S}| = \hbar \cdot \sqrt{1/2\,(1/2+1)} = \sqrt{3/4}\,\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

$S_z = \hbar \cdot m_s = -\frac{1}{2}\hbar$ ή $+\frac{1}{2}\hbar$ → Προβολές στον άξονα των z

$-1/2 \quad +1/2$



→ η αβεβαιότητα για το spin εκφράζεται με τον κώνο αυτό

Υπάρχουν άπειρες κατευθύνσεις για το διάνυσμα $\vec{S}$ (spin)

$$\cos a = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \alpha \simeq 55°$$

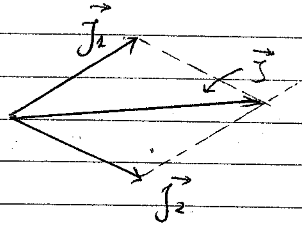
Κινείται απροσδιορίστως γύρω από τον άξονα των z, χωρίς να ξέρω την ακριβή κατεύθυνσή του.

→ γενικός ορισμός στροφορμής

$\vec{J_1}$ ($\vec{L}$ ή $\vec{S}$ ή $\vec{L}+\vec{S}$)

Κλασικώς: $\vec{J_1}, \vec{J_2}$

$$\vec{J} = \vec{J_1} + \vec{J_2}$$



• Σύνθεση 2 στροφορμών $\vec{J_1}, \vec{J_2}$:

$\vec{J_1}$: $|\vec{J_1}| = \hbar\sqrt{j_1(j_1+1)}$

$J_{1z} = \hbar \cdot m_{j_1}$

όπου $m_{j_1} = -j_1, \ldots, +j_1$

$\vec{J_2}$: $|\vec{J_2}| = \hbar\sqrt{j_2(j_2+1)}$

$J_{2z} = \hbar \cdot m_{j_2}$

όπου $m_{j_2} = -j_2, \ldots, +j_2$

Συνολική Στροφορμή, $\vec{J}$:

$$\vec{J} = \vec{J_1} + \vec{J_2}$$

$$j = |j_1-j_2|, |j_1-j_2|+1, \ldots, (j_1+j_2)$$

κβαντικός αριθμός j του αθροίσματος των στροφορμών $\vec{J_1}, \vec{J_2}$

$$|\vec{J}| = \hbar\sqrt{j(j+1)}$$

$$J_z = \hbar \cdot m_j$$

όπου $m_j = -j, -j+1, \ldots, +j$

Τα φυσικά μεγέθη μας τα δίνουν οι αναμενόμενες τιμές. (Οι οποίες προσδιορίζονται από την χρήση τελεστών πάνω στις κυματοσυναρτήσεις).

$|\vec{J}|, J_z$: Είναι οι αναμενόμενες τιμές των κβαντικών τελεστών. Μας δίνουν φυσικά μεγέθη.

• Σύνθεση $\vec{L}, \vec{S}$ (για $s=\frac{1}{2}$):

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$j = \left|l-\frac{1}{2}\right|, \left|l-\frac{1}{2}\right|+1, \ldots (l+1/2)$$

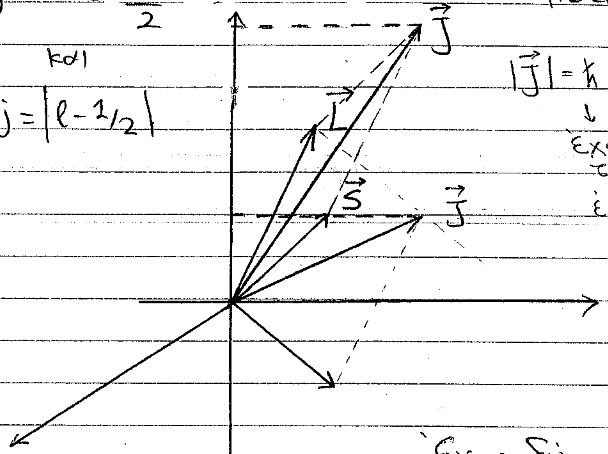
$$j = \underbrace{|l-1/2|, (l+1/2)}_{+1} = |l-1/2|, l+1/2$$

Μόνο 2 οι τιμές του κβαντικού αριθμού j.
↳ Άρα ορίζονται 2 διανύσματα $\vec{J}$ (με διαφορετικά μέτρα)

$j = l + \frac{1}{2}$

και

$j = |l - 1/2|$



$|\vec{J}| = \hbar\sqrt{j(j+1)}$
↓
έχω δύο διαφορετικά j, άρα θα έχω δύο διαφορετικές στροφορμές, $\vec{J}$.

Έχω δύο διαφορετικά μέτρα, για το διάνυσμα της στροφορμής $\vec{J}$.

$j = l + 1/2 \rightarrow \vec{L} \uparrow\uparrow \vec{S}$ (είναι στην ίδια κατεύθυνση)

$j = |l - 1/2| \rightarrow \vec{L} \downarrow\uparrow \vec{S}$ (είναι σε αντίθετη κατεύθυνση)
↓
Η τιμή του $\vec{J}$ είναι μικρότερη.

Χρονικώς εξαρτημένη Ψ:

$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ → Εξαρτάται από τη θέση και το χρόνο (μπορώ να περιγράψω οποιαδήποτε κατάσταση)
↳ $\Psi(\vec{r}, t)$

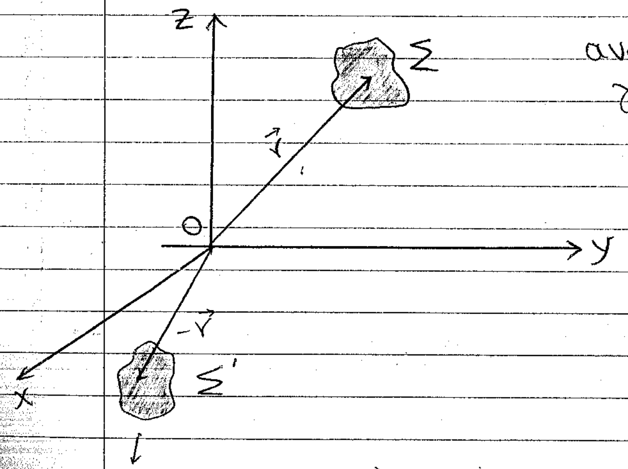
$H = T + V$

Χρονικώς Ανεξάρτητη Ψ : $\Psi(\vec{r})$
↳ στάσιμη κατάσταση

$\Psi(\vec{r},t) = \Psi(\vec{r}) \cdot e^{iE\cdot t/\hbar}$

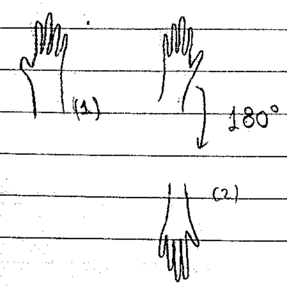
$\hat{H}\Psi = E\cdot\Psi$

Parity (Ομοτιμία)
↓
Είναι ιδιότητα της κυματοσυναρτήσεως.
Δεν έχει κλασικό ανάλογο.



αναστροφή χώρου: για κάθε σωμάτιο παίρνουμε το $\vec{r}$ του και το αντιστρέφουμε.
$(\vec{r} \rightarrow -\vec{r})$

↓
Θα προκύψει ένα κατοπτρικό σύστημα



τα (1), (2) είναι ανεστραμμένα κατά $\vec{r}$.

$|\psi(\vec{r})|^2 \rightarrow$ Πυκνότητα πιθανότητας

$|\psi|^2 = \psi^* \psi \longrightarrow$ πιθανότητα.

μιγαδική συζυγής

$|\psi(-\vec{r})|^2 = |\psi(\vec{r})|^2 \rightarrow$ Το ανεστραμμένο σύστημα συμπεριφέρεται όπως το κανονικό σύστημα.

$$\Rightarrow \begin{cases} \psi(-\vec{r}) = +\psi(\vec{r}) \rightarrow \text{η } \psi \text{ έχει θετική Parity: } \pi = +1 \\ \psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}) \rightarrow \text{η } \psi \text{ έχει αρνητική Parity: } \pi = -1 \end{cases}$$

$\psi(x) = \alpha \cdot x^2 \rightarrow$ Ικανοποιεί την 1η περίπτωση

$\psi(x) = Bx \rightarrow$ Ικανοποιεί τη 2η περίπτωση

$\psi(x) = \alpha x^2 + Bx \rightarrow$ Δεν ικανοποιεί καμία περίπτωση.

π: συμβολίζει την Parity.

Κβαντικός αριθμός της Parity.
Έχει δύο ιδιοτιμές, $\pi = +1$ ή $\pi = -1$.

Τα δύο συστήματα συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο.

ασθενής πυρηνική αλληλεπίδραση → β^- διάσπαση.

Η ασθενής αλληλεπίδραση δεν ικανοποιεί την απαίτηση $|\psi(-\vec{r})|^2 = |\psi(\vec{r})|^2$

Έστω n- σωματίδια: $\psi = \psi_1 \cdot \psi_2 \cdot \ldots \cdot \psi_i \ldots \psi_n$

ανεξάρτητα

Δηλαδή η συνισταμένη των δυνάμεων είναι 0.
(όπως τα νουκλεόνια εντός του πυρήνα, που τα θεωρούμε ανεξάρτητα)

πολλαπλασιαστικός νόμος των πιθανοτήτων

$E = E_1 + E_2 + \ldots + E_i + \ldots + E_n$

$\Pi = \Pi_1 \cdot \Pi_2 \cdot \ldots \cdot \Pi_i \cdot \ldots \cdot \Pi_n \rightarrow$ Πολλαπλασιαστικός όρος.

$\psi_i \longrightarrow \Pi_i = (-1)^l$

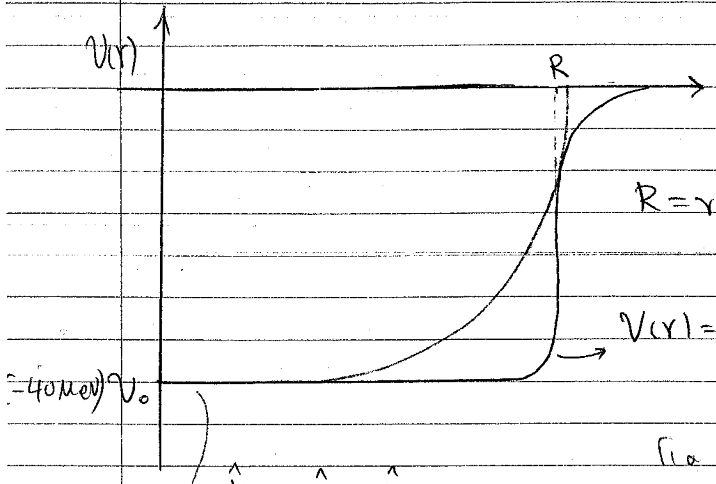
για ένα σωματίδιο

αν ξέρω το l του σωματιδίου, ξέρω την Parity του ψ_i, όπου l: στροφορμή σωματιδίου.

Όταν ένα σύστημα είναι απομονωμένο, η Parity του συστήματος παραμένει σταθερή (αρχική Parity = τελική Parity).

Νόμος Διατήρησης της Parity

Πυρηνικό μοντέλο φλοιών (shell model):



$$R = r_0 \cdot A^{1/3} \quad (r_0 = 1{,}12\ fm)$$

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

↓

Για το δυναμικό αυτό δεν μπορούμε να πάρουμε αριθμητικές λύσεις. Χρειάζονται υπολογισμοί. Γι'αυτό θα προσεγγίσω το V(r), ως Αρμονικό ταλαντωτή.

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$$

$$\hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m} \cdot \nabla^2 + V(r)$$

Παραβολή Αρμονικού ταλαντωτή.

Αρμονικός Ταλαντωτής:

$F = k \cdot x$ (1 διάσταση x).

$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$E_n = \hbar\omega\left(n + 1/2\right)$, n: κβαντικός αριθμός ταλαντωτή

$n = 0, 1, 2, \ldots$

↓
συνολική ενέργεια αρμονικού ταλαντωτή

Στις 3 διαστάσεις:

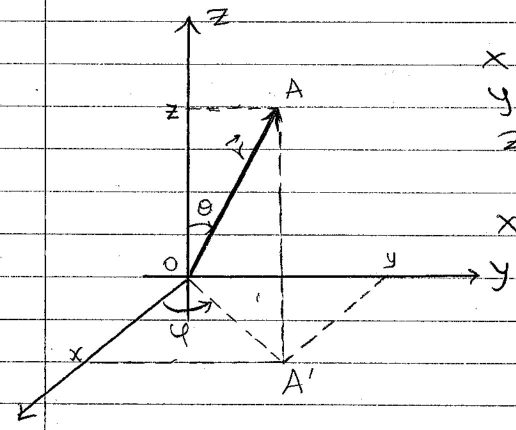
$$F = k \cdot r$$

$$V(r) = \frac{1}{2} k \cdot r^2, \quad k = m\omega^2$$

$$E_n = \hbar\omega\left(n + 3/2\right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

$$\boxed{V(r) = V_0 + \frac{1}{2} k r^2} \rightarrow \text{Αρμονικός ταλαντωτής}$$

περιγραφή του πυρήνα ως



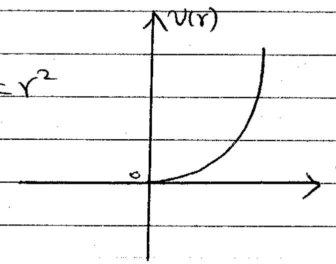
$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi$

$y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi$

$z = r \cdot \cos\theta$.

$x, y, z \rightarrow r, \theta, \varphi$.

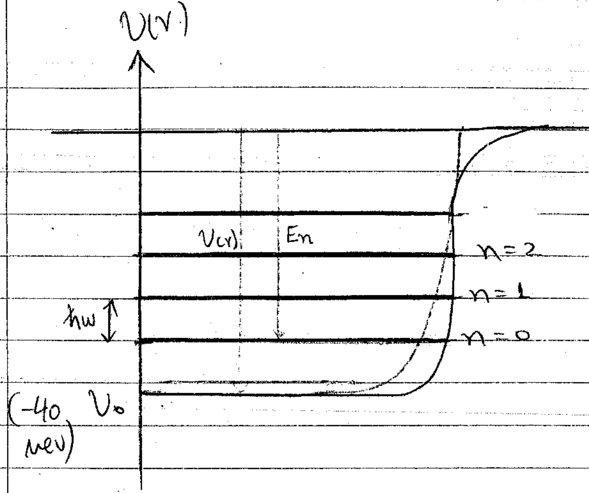
$$V(r) = \frac{1}{2} k r^2$$



τρισδιάστατος αρμονικός ταλαντωτής

$$V(r) = V_0 + \frac{1}{2} k r^2 = -40\,MeV + \frac{1}{2} k r^2$$

δυναμική ενέργεια νουκλεονίων, όταν θεωρήσω το σύστημα αρμονικό ταλαντωτή.



Δυναμική Ενέργεια:
$V(r) = V_0 + \frac{1}{2} k r^2$

Ενεργειακό επίπεδο:
$E_n = V_0 + \hbar\omega \cdot \left(n + \frac{3}{2}\right) \to$ Ενέργεια της κάθε κατάστασης, n.

$\Psi(r,\theta,\varphi) = R_{n,l}(r) \cdot \underbrace{Y_{l,m_l}(\theta,\varphi)}_{\text{σφαιρικές αρμονικές}}$

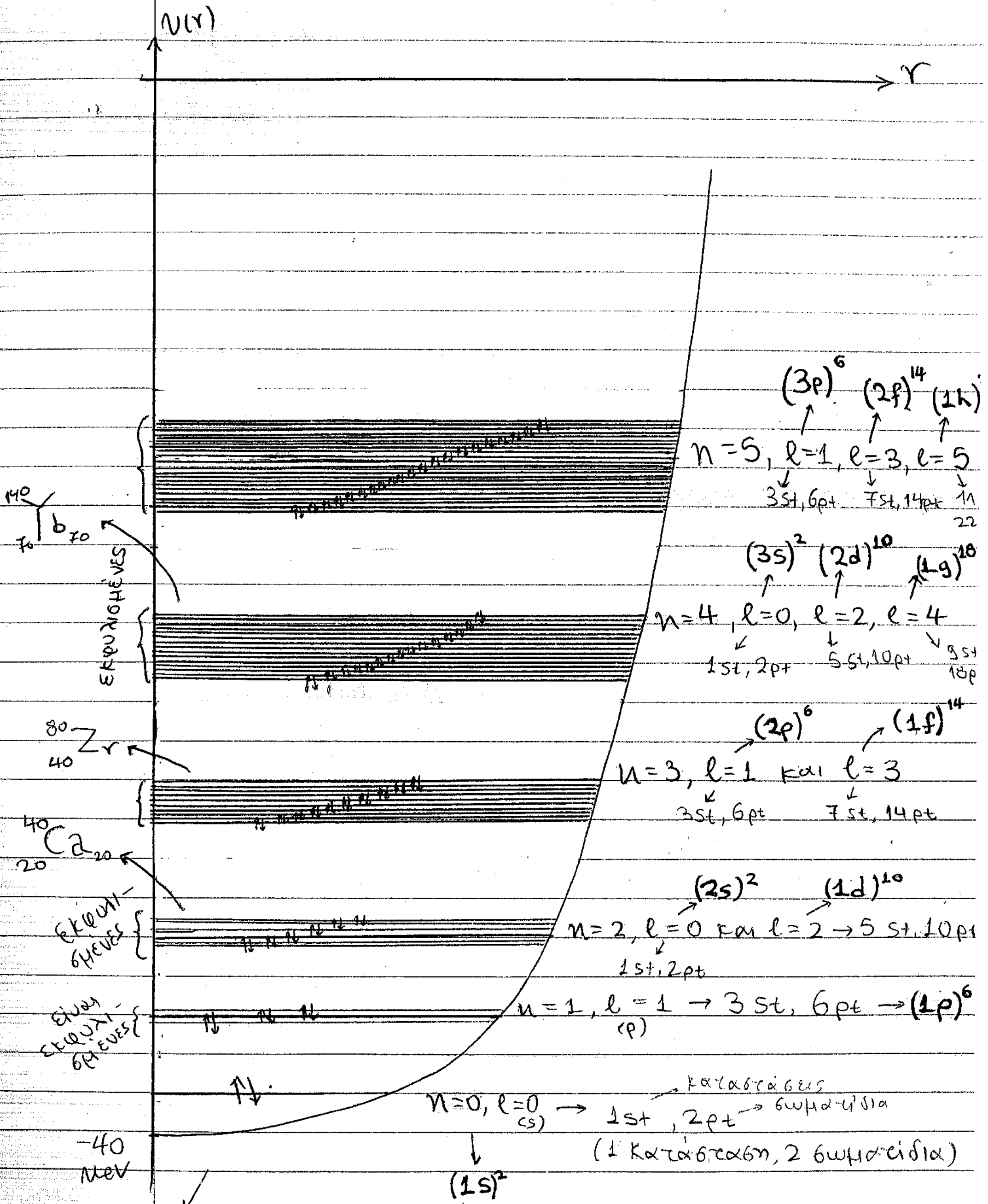
κβαντικός αριθμός βαθμός (για την ενέργεια)
τροχιακή στροφορμή

n − l : άρτιος αριθμός (και $l \leq n$)
(στον αρμονικό ταλαντωτή)

α) αν n-άρτιος: $l = 0, 2, 4, 6, \ldots, n$
επιτρεπτές τιμές

β) αν n-περιττός: $l = 1, 3, 5, \ldots n$

Η ενέργεια στον αρμονικό ταλαντωτή, εξαρτάται μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό, n.



Πρωτόνια
ή
Νετρόνια

το 1 εννοεί το 1° τροχιακό που συνάντησα, δεν εννοώ το n.

$\ell = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

"τροχιακό" → s p d f g h

ℓ	0	1	2	3	4	5
"τροχιακό"	s	p	d	f	g	h
αριθμός καταστάσεων: $(2\ell+1)$	1	3	5	7	9	11
αριθμός σωματιδίων:	2	6	10	14	18	22

$\ell = 1 \longrightarrow$ τροχιακό p $\longrightarrow$ 3 καταστάσεις & 6 σωματίδια.

Η ενέργεια εξαρτάται μόνο από το n.

Όταν $\vec{L} \uparrow\uparrow \vec{s}$, η πυρηνική αλληλεπίδραση είναι λίγο πιο ελκτική.
Εμφανίζεται, λοιπόν, μια διάσχιση.

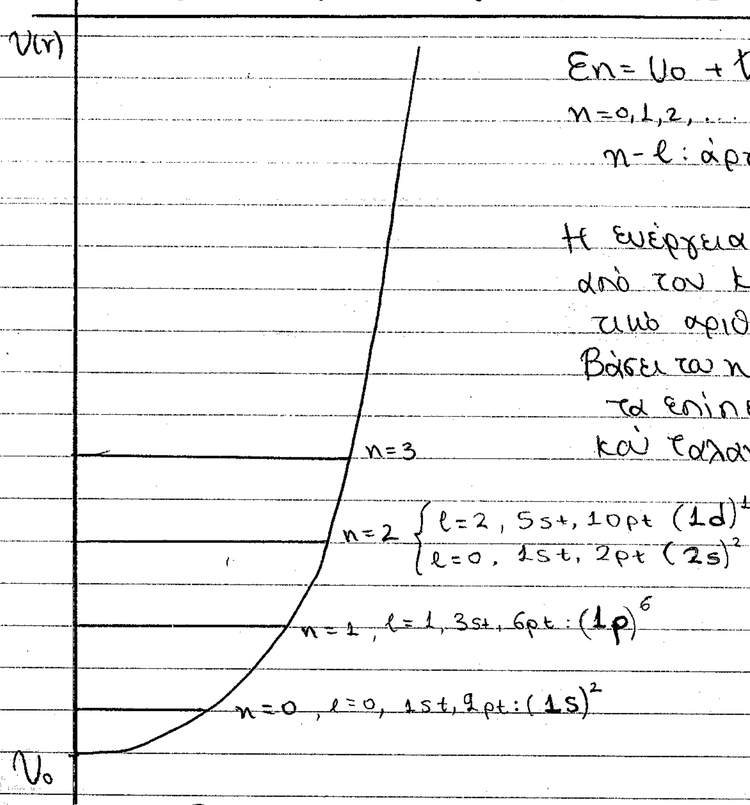
↓

Spin Orbit
(Αλληλεπίδραση $\vec{L}\vec{S}$).

Τρίτη 19 Νοεμβρίου 2019

Διάλεξη 13η:

Πυρηνικό μοντέλο φλοιών (Shell model).



$E_n = V_0 + \hbar\omega(n + 3/2)$

$n = 0, 1, 2, \ldots, \ \ell \leq n$

$n - \ell$: άρτιος

Η ενέργεια εξαρτάτα[ι] από τον κύριο ταλα[ντωτικό] αριθμό, n.
Βάσει του n προκύπτα[ουν] τα επίπεδα του αρ[μονικού] ταλαντωτή.

Για κάθε τιμή του ℓ, $m_\ell = \underbrace{-\ell, -\ell+1, \ldots,}_{2\ell+1 \text{ σε πλήθος}}$

(ε... ο αριθμός καταστάσ[εων] για κάθε ℓ

Για $n = 3$:
- $\ell = 3$: 7st, 14pt: $(1f)^{14}$
- $\ell = 1$: 3st, 6pt: $(2p)^{6}$

Για $n = 4$:
- $\ell = 4$: 9st, 18pt: $(1g)^{18}$
- $\ell = 2$: 5st, 10pt: $(2d)^{10}$
- $\ell = 0$: 1st, 2pt: $(3s)^{2}$

Για $n = 5$:

$l=5$: 11 st, 22 pt $(1h)^{22}$

$l=3$: 7 st, 14 pt $(2f)^{14}$

$l=1$: 3 st, 6 pt: $(3p)^{6}$

$$n - l = 2(N-1)$$

$N = 1, 2, \ldots$: είναι ο αύξων αριθμός του τροχιακού

$N = \frac{n-l}{2} + 1$ → οι τιμές για το κάθε τροχιακό.

Ανεξάρτητα του l, η E_n είναι η ίδια. Εξαρτάται μόνο από το n. Αυτό στην πραγματικότητα δεν ισχύει. Υπάρχει η <u>αλληλεπίδραση τροχιακής στροφορμής και spin του σωματιδίου</u>. Πρέπει να εξετάσαμε τις αλληλεπιδράσεις των διανυσμάτων των στροφορμών.

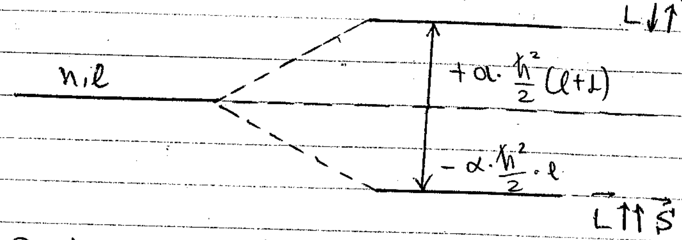
Άρα:

$$\boxed{E_n = V_0 + \hbar\omega\left(3/2 + n\right) - \alpha\,\vec{L}\cdot\vec{S}}$$

$\vec{L}\cdot\vec{S} = |\vec{L}|\,|\vec{S}|\cos(\vec{L},\vec{S})$ → Εσωτερικό γινόμενο

Αν $\vec{L} \uparrow\uparrow \vec{S}$ → το εσωτερικό γινόμενο έχει μέγιστη τιμή. Η ενέργεια $E_n \downarrow$. Αν $\vec{L} \downarrow\uparrow \vec{S}$, η ενέργεια E_n είναι μεγαλύτερη.

Η διαφορά στις ενέργει… οφείλεται στον εκφυλ… των καταστάσεων.



Πρέπει να λάβω υπόψην τη σχετική κατεύθυνση του $\vec{S}$ ως προς το $\vec{L}$. Τα $\vec{L}, \vec{S}$ είναι διανύσματα (τελεστές) σ… φορμής. Έχουν ιδιοτιμές.

$\boxed{\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}}$ → Σύνθεση των δύο στροφορμών

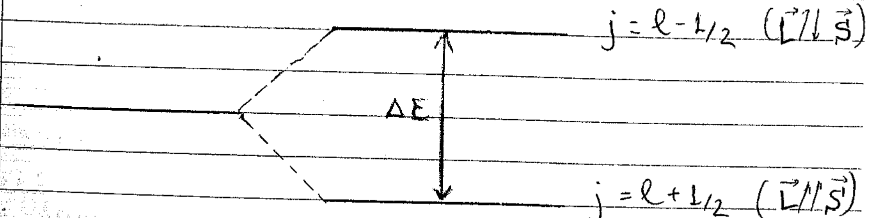
$j = \left|l - \frac{1}{2}\right|,\ l + \frac{1}{2}$

$\vec{L}\downarrow\uparrow\vec{S}$ (έχουν αντίθετες κατευθύνσεις) — $\vec{L}\uparrow\uparrow\vec{S}$ (έχουν παράλληλες κατευθύνσεις).

$j = l + \frac{1}{2}$ $(\vec{L}\uparrow\uparrow\vec{S})$

$j = \left|l - \frac{1}{2}\right|$ $(\vec{L}\downarrow\uparrow\vec{S})$.

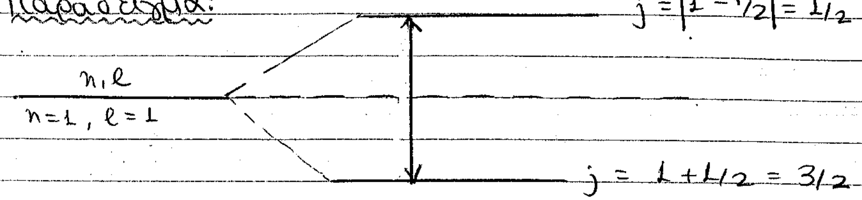
Το $+\frac{1}{2}$ σημαίνει ότι το $\vec{S}$ είναι παράλλ… στο $\vec{L}$.



$$\Delta E = \alpha\frac{\hbar^2}{2}(2l+1)$$

Τα διάκενα στο διάγραμμα είναι οι πυρηνικοί φλοιοί (φυλλάδιο).

Παράδειγμα:



Για κάθε τιμή του ℓ, λαμβάνω υπόψη και τις δυνατές τιμές j.

Πόσα νουκλεόνια θα τοποθετήσω;

για $\ell = 1$, αν δεν είχα τη διάσχιση, θα τοποθετούσα 6 σωματίδια στην στάθμη $n=1, \ell=1$.

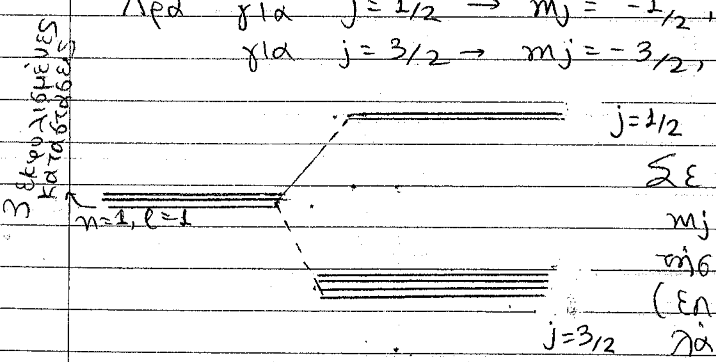
Τώρα που έχω διάσχιση, πώς θα τα τοποθετήσω;

Για κάθε τιμή του j, έχω $2j+1$ ενεργειακά επίπεδα.

$\forall j : m_j = -j, -j+1, \dots, +j \rightarrow 2j+1$ προβολές

Άρα για $j = 1/2 \rightarrow m_j = -1/2, +1/2$

για $j = 3/2 \rightarrow m_j = -3/2, -1/2, +1/2, +3/2$



Σε κάθε επίπεδο m_j θα τοποθετήσω 1 νουκλεόνιο. (Επειδή έχουμε λάβει υπόψη το spin).

Η ενέργεια δεν εξαρτάται από το m_j, δηλαδή για j σταθερό, η ενέργεια είναι εκφυλισμένη.

Αν θέσω στους πυρήνες μαγνητικό πεδίο, θα υπάρχει εξάρτηση της ενέργειας και από το m_j.

Πυρηνικό Τροχιακό:

$(N \ell_j)^{2j+1}$ → Συμβολισμός τροχιακού

$j = \ell - 1/2$ και $\ell + 1/2$

$s, p, d, f, \dots$

N: Αύξων αριθμός του τροχιακού

Σειρά πλήρωσης (πυρηνικών) τροχιακών:

για τα Ζ, Ν:

$(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 (1d_{3/2}$

$\rightarrow (1f_{7/2})^8 (2p_{3/2})^4 (1f_{5/2})^6 (2p_{1/2})^2 (1g_{9/2})^{10}$

$\underbrace{(1s_{1/2})^2}_{2} \underbrace{(1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2}_{8} (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 \underbrace{(1d_{3/2})^4}_{20} \underbrace{(1f_{7/2})^8}_{28} (2p_{3/2})^4 (1f_{5/2})^6 (2p_{1/2})^2 \underbrace{(1g_{9/2})}_{50}$

Αυτοί είναι οι μαγικοί αριθμοί.

Σε αυτούς τους αριθμούς συμπληρώνεται ένας φλοιός. Οι πυρήνες που έχουν αυτούς τους μαγικούς αριθμούς είναι ιδιαίτερα σταθεροί πυρήνες.

Οι αριθμοί αφορούν πρωτόνια ή νετρόνια.

Αν έχω μαγικό αριθμό πρωτονίων, έχω σταθερά πρωτόνια. Αντίστοιχα στα νετρόνια.

Αν και τα νετρόνια και τα πρωτόνια είναι μαγικοί αριθμοί, έχω διπλά μαγικό πυρήνα.

Μαγικοί αριθμοί: 2, 8, 20, 28, 50

$^{4}_{2}He_2$ $\quad ^{16}_{8}O_8$ $\quad ^{40}_{20}Ca_{20}$ $\quad ^{48}_{20}Ca_{28}$

Όλοι αυτοί οι πυρήνες είναι εξαιρετικά σταθεροί

Ο πυρήνας $^{100}_{50}Sn_{50}$ είναι μαγικός, όμως δεν είναι καθόλου σταθερός. Άρα ο κανόνας ισχύει υπό όρους. ($t_{1/2} \sim 1\,sec$).

Δομή $^{12}_{6}C_6$:

- 6 Πρωτόνια:

$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4 \rightarrow$ Δομή πρωτονίων

Spin πυρήνα $\longrightarrow \vec{J}$ (στροφορμή πυρήνα)

↓

αθροίζω τα $\vec{J}$ όλων των νουκλεονίων, και βρίσκω τη συνολική στροφορμή ενός πυρήνα.

Τροχιακό: n, ℓ, j

π.χ.:

$j = 3/2$

↓

4 νουκλεόνια

$(2j+1 \rightarrow$ αριθμός τιμών του $m_j)$.

$\overset{\shortparallel}{4}$

m_j: $+3/2$, $+1/2$, $-1/2$, $-3/2$

Πώς θα τοποθετήσω τα 4 σωματίδια;

(∵ Οι στάθμες m_j είναι εκφυλισμένες).

Όταν έχω ζευγάρια νουκλεονίων, το συνολικό $\vec{J}$ είναι μηδέν.

π.χ: Αν είχα δύο σωματίδια (νουκλεόνια)

$+3/2$, $+1/2$, $-1/2$, $-3/2$ } Το συνολικό $\vec{J}$ είναι 0.

Τα επόμενα 2 νουκλεόνια θα πάνε στα στάθμες $m_j = -\frac{1}{2}$ και $+\frac{1}{2}$, έτσι ώστε η συνολική συνεισφορά στο $\vec{J}$ να είναι 0.

$\sum_p \vec{J} = 0$

↓

συνολική στροφορμή νουκλεονίων.

Άρα $J_p = 0$.

(πρωτονίων).

- 6 νετρόνια:

$(1s_{1/2})^2(1p_{3/2})^4 \rightarrow$ Δομή νετρονίων

$J_n = 0$. (νετρονίων).

Άρα το συνολικό σπιν του πυρήνα, είναι μηδέν.

$J_{πυρήνα} = 0.\ (= \vec{J}_p + \vec{J}_n)$

Parity:

$\Pi_p = +1$

$\Pi_n = +1$

parity νουκλεονίων σε ένα τροχιακό: $\Pi = (-1)^{\ell}$

για το κάθε νουκλεόνιο

$(N\ell_j)$

$\ell = 0,\ 1,\ 2,\ 3$
s p d f

Ζευγάρια νουκλεονίων, δίνουν parity +1
Μονήρη νουκλεόνια δίνουν parity, $\pi = (-1)^{\ell}$

$$\left.\begin{array}{l} J_p = 0,\ \Pi_p = +1 \\ J_n = 0,\ \Pi_n = +1 \end{array}\right\} \underbrace{J}_{\text{στροφορμή}}^{\overbrace{\pi}^{\text{parity}}} = 0^+$$

Δομή ${}^{13}_{6}C_7$:

Πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4$

νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 ; (1p_{1/2})^1$ → j

Υπάρχει ένα μονήρες νουκλεόνιο.
Το j του μονήρους νουκλεονίου θα δώσει το J της απεικόνισης.

$j = \frac{1}{2}$ (για το νετρόνιο)

ο κβαντικός αριθμός της στροφορμής J, είναι 1/2.

Δίνει J στην απεικόνιση των νετρονίων

$J_n = \frac{1}{2}$, $\Pi_n = -1$ → Αφού $\ell = 1$.

είναι σαν να γράφω την προβολή στον άξονα z, και όχι το μέτρο του διανύσματος J (όπως στο spin).

$$\left.\begin{array}{l} J_p = 0,\ \Pi_p = +1 \\ J_n = \frac{1}{2},\ \Pi_n = -1 \end{array}\right\} J = \frac{1}{2} \text{ (πυρήνα)}$$

$\Pi = \Pi_p \cdot \Pi_n = (+1)\cdot(-1) = -1$

Άρα $J^{\pi} = \left(\frac{1}{2}\right)^-$

Κανόνες:

1) Όταν τα τροχιακά είναι συμπληρωμένα (υποφλοιός)
$J = 0,\ \pi > 0.\ (0^+)$

2) Αν υπάρχει μονήρες νουκλεόνιο → $J = j_i$
$\pi = \pi_i$
i-νουκλεόνιο (πρωτόνιο ή νετρόνιο)

3) Οπή Νουκλεονίου:
Ως προς τον αριθμό πληρότητας, έχουμε ένα νουκλεόνιο λιγότερο, $\pi = \pi_i$ (i)

Το j του τροχιακού με την οπή μου δίνει το J και το π_i δίνει την Parity.

π.χ.:
$(1d_{5/2})^5$ → οπή νουκλεονίου (j)
$J = \frac{5}{2}$, $\pi = +1 = \pi_i$

Αν είχα $(1d_{5/2})^3$, το έλλειμμα είναι μεγάλο. Δε θα ασχοληθούμε.

- Για $\ell = 0$, η στάθμη παραμένει ίδια
- ${}^{18}_{8}O_{10}$: νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2$

τα θεωρώ συζευγμένα

Τετάρτη 20 Νοεμβρίου 2019

Διάλεξη 14η:

Σειρά πληρώσεως τροχιακών

$$(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 (1d_{3/2})^4 \ldots$$

2 8 20

1) ${}^{12}_{6}C_6$: πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4$

νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4$

$(N\ell_j)^{2j+1}$ → Συμβολισμός τροχιακού

2) ${}^{11}_{6}C_5$: πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 \to J_p = 0,\ \pi_p = +1$

νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^3 \to J_n = j_n = 3/2$

$p_n = (-1)^1 = -1$

Χρησιμοποιείται στην απεικόνιση PET

οπή ως προς τον αριθμό πληρότητας 4

$\ell = 0, 1, 2, 3, 4$

s p d f g

$\pi = +1, -1, +1, -1, +1$

parity, $\pi = (-1)^\ell$

Άρα για τον ${}^{11}_{6}C_5$: $J^\pi = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

($\Pi_{\text{συνολική}} = \Pi_p \cdot \Pi_n = -1$)

3) ${}^{14}_{7}N_7$: πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^1$

νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^1$

Έχω μονήρες πρωτόνιο και μονήρες νετρόνιο.

Πρωτόνια: $J_p = 1/2$, $\Pi_p = -1$

Νετρόνια: $J_n = j_n = 1/2$, $\Pi_n = -1$

$$\vec{J} = \vec{J_1} + \vec{J_2}$$

$$J = |j_1 - j_2|, \ldots, j_1 + j_2$$

$j_p = \frac{1}{2}$, $j_n = \frac{1}{2}$.

Άρα $J = \cancel{0}, 1$ → όταν αθροίζω τις στροφορμές πρωτονίων και νετρονίων, έχω δύο τιμές για το $\vec{J}$.

παίρνω πάντα τη στροφορμή με το μεγαλύτερο J.

$\Pi = \Pi_p \cdot \Pi_n = (-1) \cdot (-1) = +1$.

Το συνολικό spin λοιπόν θα είναι:

$J = \cancel{0}, 1$ (σβήνω το 0)

και η συνολική parity, θα είναι:

$\Pi = \Pi_p \cdot \Pi_n = +1$.

Ασκήσεις:

${}^{14}C$, ${}^{15}C$, ${}^{22}C$

${}^{15}O$, ${}^{16}O$, ${}^{17}O$, ${}^{18}O$

${}^{17}F$, ${}^{18}F$, ${}^{19}F$

${}^{40}Ca$, ${}^{41}Ca$, ${}^{60}Ca$

${}^{14}_{6}C_8$: πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4$, $J_p = 0$, $\Pi_p = +1$
νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2$, $J_n = 0$, $\Pi n = +1$

Άρα $J^{\pi}_{πυρήνα} = 0^+$

${}^{15}_{6}C_9$: νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^1$
$J_n = \frac{5}{2}$, $\Pi_n = (-1)^2 = +1$ $(\ell = 2)$

Άρα $J^{\pi}_{πυρήνα} = \left(\frac{5}{2}\right)^+$

${}^{22}_{6}C_{16}$: νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2$
$J_n = 0$, $\Pi_n = +1 \Rightarrow J^{\pi} = 0^+$

${}^{15}_{8}O_7$: πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 \rightarrow J_p = 0, \Pi_p = +1$
νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^1 \rightarrow J_n = \frac{1}{2}, \Pi_n = -1$
Άρα $J^{\pi} = \left(\frac{1}{2}\right)^-$

${}^{16}_{8}O_8$: $J_p = 0$, $\Pi_p = +1$, ομοίως $J_n = 0$, $\Pi_n = +1 \Rightarrow J^{\pi} = 0^+$

${}^{17}_{8}O_9$: νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^1 \rightarrow J_n = \frac{5}{2}, \Pi_n = +1$
Άρα $J^{\pi} = \left(\frac{5}{2}\right)^+$

${}^{18}_{8}O_{10}$: νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^2 \rightarrow J_n = 0, \Pi_n = +1$
Άρα $J^{\pi} = 0^+$

${}^{17}_{9}F_8$: πρωτόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^1$, $J_p = \frac{5}{2}$, $\Pi_p = +1$
νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2$, $J_n = 0$, $\Pi_p = +1$
Άρα $J^{\pi} = \left(\frac{5}{2}\right)^+$

${}^{18}_{9}F_9$: $\vec{J} = \vec{J_p} + \vec{J_n}$, $J_p = J_n = \frac{5}{2}$
$j = |j_p - j_n|, \ldots, (j_p + j_n) = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow J^{\pi} = 5^+$

${}^{19}_{9}F_{10}$: νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^3 \rightarrow J_n = 0, \Pi_n = +1$
Άρα $J^{\pi} = \left(\frac{5}{2}\right)^+$

${}^{40}_{20}Ca_{20}$: πρωτόνια/νετρόνια: $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2 (1d_{3/2})^4$
$J_p = J_n = 0$, $\Pi_p = \Pi_n = +1 \Rightarrow J^{\pi} = 0^+$

${}^{41}_{20}Ca_{21}$: νετρόνια: $\ldots (1d_{3/2})^4 (1f_{7/2})^1 \rightarrow J_n = 7/2, \Pi = -1 \rightarrow J^{\pi} = \left(\frac{7}{2}\right)^-$

${}^{60}_{20}Ca_{40}$: νετρόνια: $\ldots (1g_{9/2})^{10} (1g_{7/2})^8 (2d_{\frac{5}{2}})^2 \rightarrow J_n = 0, \Pi = +1$
$J^{\pi} = 0^+$

Άτομο:
Κβαντικοί αριθμοί:
$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \rightarrow$ Κύριος
$\forall n$, $\ell = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \rightarrow$ Δευτερεύον
$\forall \ell$, $m_\ell = -\ell, -\ell+1, \ldots 0, \ldots +\ell \rightarrow$ Μαγνητικό
$\hookrightarrow 2\ell + 1$ - τιμές

$\boxed{n\ell^{(2\ell+1)\cdot 2}} \rightarrow$ Συμβολισμός ατομικών τροχιακών.

Διαφέρει από τον πυρήνα.
Η διαφορά τους οφείλεται στις αλληλεπιδράσεις που διέπουν τα ηλεκτρόνια, τα νετρόνια και τα πρωτόνια.
$e^- \rightarrow$ Αλληλεπιδράσεις Coulomb
$p^+, n \rightarrow$ Πυρηνικές αλληλεπιδράσεις

Ραδιενέργεια:
Τα ενεργά σωματίδια που εκπέμπονται από ασταθείς πυρήνες, καλούνται Ραδιενέργεια.
Η ενέργεια των σωματιδίων είναι πολύ υψηλή, γι'αυτό προκαλεί ιοντισμούς και διασπάσεις δεσμών.
Άλλοτε είναι χρήσιμη, άλλοτε είναι βλαπτική.

Η ραδιενέργεια συνδέεται με τις ραδιενεργές διασπάσεις. (α, β^-, β^+, EC).
Μπορούμε να επηρεάσουμε τις ραδιεν. διασπάσεις (π.χ. την ταχύτητα);
Γενικά, όχι, γιατί συμβαίνει στον πυρήνα που είναι ένα απομονωμένο θερμοδυναμικό σύστημα.

1) EC- ηλεκτρονιακή σύλληψη.
Μπορούμε όμως να επηρεάσουμε την ηλεκτρονιακή σύλληψη (EC).

$EC: \; p^+ + e^- \longrightarrow n + \nu_e$

$^{7}_{4}Be + e^- \longrightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu_e$, $t_{1/2} = 53,3$ ημέρες
ή 1280 h.

BeF_2 : :F̈:Be:F̈:

Απομακρύνει κατά το δυνατόν την ηλεκτρονιακή πυκνότητα.

Για το BeF_2, $t_{1/2} = 1280 + 1,3$ h
(μείωσα τη "συγκέντρωση" των e^-, και αύξησα τον χρόνο ροής κατά μία ώρα)
↳ 1‰ μόνο.

Σε αστρικά περιβάλλοντα, υπάρχουν εκτεταμένες ηλεκτρονιακές συλλήψεις.
Στο κέντρο κάποιου μεγάλου αστέρα, έχει φτιαχτεί εκτεταμένως ^{56}Fe.
(δεν έχουμε μεμονωμένα άτομα, έχουμε πυρήνες Fe και e^- (σαν πλάσμα))

$M \sim 10 M_\odot$ ↳ ηλιακή μάζα
↓
αστέρας

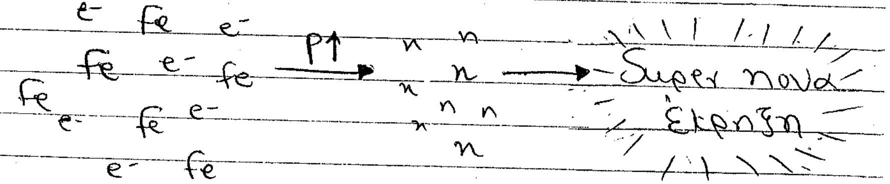
$^{56}_{26}Fe + e^- \xrightarrow[EC]{P\uparrow} {}^{56}_{25}Mn \xrightarrow[EC]{e^-} {}^{56}_{24}Cr \xrightarrow{e^-} {}^{56}_{23}V$
P↑
$\downarrow e^-$
$^{56}_{22}Ti \xrightarrow{e^-}$

$\xrightarrow[EC]{e^-} {}_{21}Sc \xrightarrow[EC]{e^-} {}_{20}Ca \xrightarrow[EC]{e^-} \longrightarrow {}^{56}_{2}He_{54} \xrightarrow{e^-} {}^{56}_{1}H_{55}$
$\downarrow e^-$
56 n (!)

Λόγω εξαιρετικής πίεσης, όλα τα διαθέσιμα e^- του πυρήνα σιδήρου, απορροφήθηκαν και έδωσαν εκτεταμένα ηλεκτρονιακές συλλήψεις.
Όταν τα e^- καταναλώνονται, παράγονται νετρόνια. Ο χώρος μένει σχεδόν κενός, γι' αυτό οδηγείται σε κατάρρευση ο αστέρας ⟶ Έκρηξη Supernova

Η ηλεκτρονιακή σύλληψη επηρεάζεται στα αστρικά περιβάλλοντα, λόγω πολύ μεγάλης πίεσης. Δεν μπορεί στη Γη, να επηρεάσουμε τόσο πολύ την ηλεκτρονιακή σύλληψη.

Στους αστέρες:



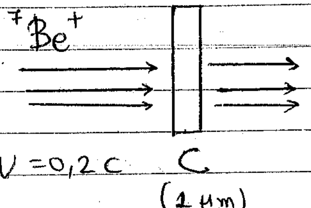
2) α-διάσπαση.
↗ Βασικό ισότοπο στους ανιχνευτές καπνού

$^{241}_{95}Am \longrightarrow {}^{237}_{93}Np + {}^{4}_{2}He_2$

$t_{1/2} \sim 433$ years

Σε υγρό He μπορούμε να επηρεάσουμε την α-διάσπαση (αρχή Le Chatelier).

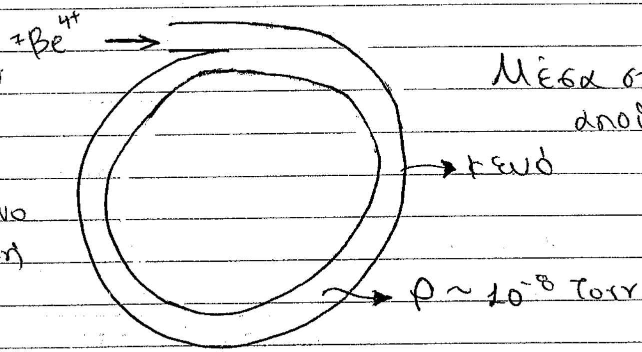
Μπορούμε ένα ισότοπο που υφίσταται EC, να το κάνουμε να ζήσει για πάντα;
Μόνο αν του πάρουμε όλα τα ηλεκτρόνιά του. Τότε το άτομο είναι δυνατόν να ζήσει για πάντα.
↳ ο πυρήνας



$^7Be^{4+}$ (διώχνουμε όλα τα e^- του πυρήνα)

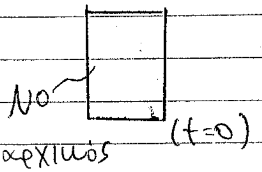
ο πυρήνας $^7Be^{4+}$ αν αφεθεί σε κενό, ζει για πάντα,
Δακτύλιος αποθήκευσης

το Be^{4+} δεν μπορεί να κάνει β^+-διάσπαση, μόνο ηλεκτρονιακή σύλληψη.



Μέσα στον δακτύλιο αποθήκευσης, ο πυρήνας ζει για πάντα.

Νόμος Ραδιενεργού διασπάσεως:
Η κινητική της είναι $1^{ης}$ τάξεως.



t=0: Είναι η στιγμή που αρχίζω τις μετρήσεις.

αρχικός πληθυσμός στο δείγμα, No.

$-\dfrac{dN}{dt}$ → ρυθμός διασπάσεως των πυρήνων

$\Delta N = N_{τελ} - N_{αρχ} = N_f - N_i$

Ο ρυθμός διασπάσεως είναι ανάλογος του αριθμού των πυρήνων που είναι παρόντες:

$$-\frac{dN}{dt} \propto N$$

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N$$

N: αριθμός των πυρήνων που είναι παρόντες την οποιαδήποτε χρονική στιγμή, t.

λ: σταθερά της ραδιενεργού διασπάσεως (εξαρτάται από την πυρηνική δομή)

dN: διασπώμενοι πυρήνες στο dt

$-\dfrac{dN}{N}$: πιθανότητα διασπάσεως στο χρόνο dt

N: παρόντες πυρήνες

$$\lambda = \frac{-\frac{dN}{N}}{dt} \xrightarrow{dt=1} \lambda = -dN/N$$

λ: Φυσική σημασία: Είναι η πιθανότητα διασπάσεως των πυρήνων ανά μονάδα χρόνου

Διαφορική μορφή του Νόμου Ραδιενεργού διασπάσεως:

$$\boxed{-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N}$$

$$-\frac{dN}{N} = \lambda dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_{t=0}^{t} -\lambda dt$$

$$\Rightarrow \ln\frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t$$

$$\Rightarrow \ln N = \ln N_0 - \lambda \cdot t$$

$$\Rightarrow N = e^{\ln N_0 - \lambda \cdot t} = \frac{e^{\ln N_0}}{e^{\lambda t}} = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Άρα: $\boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$ → η ποσότητα N είναι συνάρτηση του χρόνου

↓

Νόμος Εκθετικής Μείωσης

Ολοκληρωμένη μορφή του Νόμου Ραδιενεργού διασπάσεως:

$$\boxed{N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

N: πυρήνες πού δεν διασπάστηκαν σε χρόνο t

Άρα $N_0 - N$, είναι ο πληθυσμός των πυρήνων που διασπάστηκαν, σε χρόνο t.

$$\hookrightarrow N_0 - N = N_0 - N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$$

$N \equiv N(t)$ → Είναι συνάρτηση του χρόνου

Χρόνος υποδιπλασιασμού:

$t_{1/2}$: Είναι ο χρόνος που απαιτείται για να υποδιπλασιαστεί ο αριθμός των πυρήνων.

$$t = t_{1/2} \longrightarrow N = \frac{N_0}{2}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \longrightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot t_{1/2} \Rightarrow \boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\underbrace{\lambda}_{s^{-1}\ (\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma^{-1})}}}$$

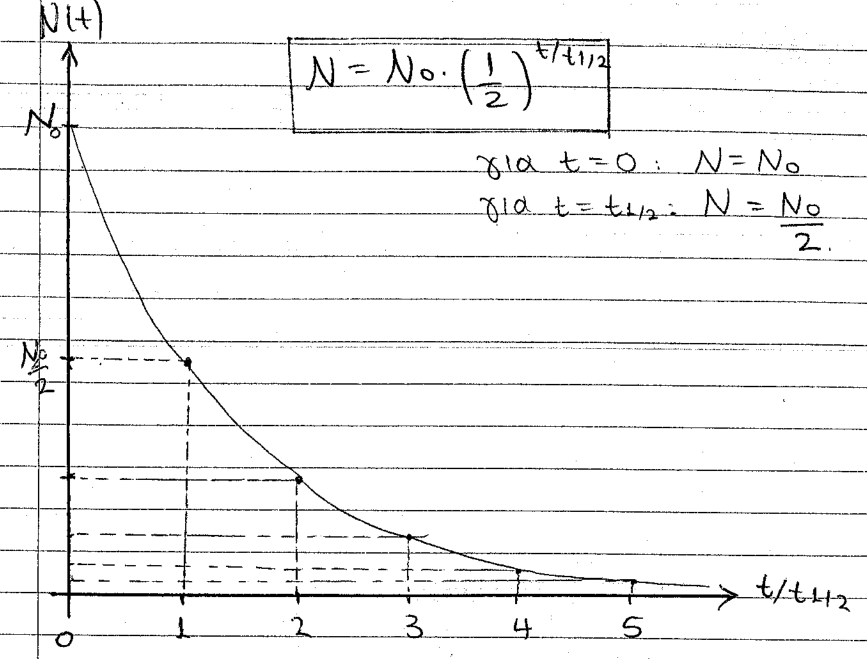
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Longleftrightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad (1)$$

→ Αν ξέρω τον χρόνο υποδιπλασιασμού, βρίσκω το λ.

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Rightarrow}} N = N_0 \cdot e^{-\ln 2 \cdot t/t_{1/2}} \\ X^{\alpha\beta} = (X^{\alpha})^{\beta} \end{array}\right\} \Rightarrow N = N_0 \cdot (e^{-\ln 2})^{t/t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow N = N_0 \cdot \left(e^{\ln(2^{-1})}\right)^{t/t_{1/2}} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$



$$\boxed{N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}}$$

για $t=0$: $N = N_0$

για $t = t_{1/2}$: $N = \frac{N_0}{2}$

$$N = N_0 \cdot \frac{1}{2^{t/t_{1/2}}} = \frac{N_0}{2^{t/t_{1/2}}}$$

$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32 \leftarrow$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$
$2^{11} = 2.048$
$2^{12} = 4096$

• για $t = t_{1/2} \Rightarrow \frac{t}{t_{1/2}} = 1 \Rightarrow 2^1 = 2$

Άρα $N = N_0/2$

• για $t = 2t_{1/2} \Rightarrow \frac{t}{t_{1/2}} = 2 \Rightarrow 2^2 = 4$

Άρα $N = N_0/4$

• για $t = 3t_{1/2} \Rightarrow \frac{t}{t_{1/2}} = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

Άρα $N = \frac{N_0}{8}$

• για $t = 4t_{1/2} \Rightarrow \frac{t}{t_{1/2}} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

Άρα $N = \frac{N_0}{16}$

και πάει λέγοντας

Ενεργότητα μιας ραδιενεργού "πηγής": A

Είναι ο αριθμός των διασπάσεων ανά μονάδα χρόνου

$$A = \lambda \cdot N = -\frac{dN}{dt} = \frac{N_0 -}{dt}$$

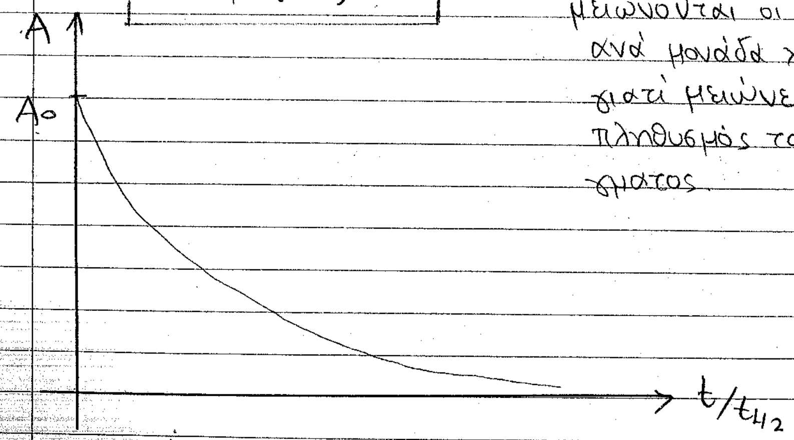
$$A = \lambda \cdot N$$

$$A = \underbrace{A_0}_{\text{αρχική ενεργότητα δείγματος}} \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} = -\frac{dN}{dt}$$

Καθώς μειώνεται ο πληθυσμός του δείγματος, μειώνεται και η ενεργότητα του δείγματος.

$$\boxed{A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}}$$

Όσο περνάει ο χρόνος μειώνονται οι διασπάσεις ανά μονάδα χρόνου, γιατί μειώνεται ο πληθυσμός του δείγματος.



Μονάδες ενεργότητας:

1 Bq = 1 διάσπαση/sec (1 dps) → disintegration per second
(Becquerel)
1 kBq
1 MBq

$1\,Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ Bq = 37 \cdot 10^9\ Bq = 37\ GBq$

Curie

είναι μονάδα που αναφέρεται στην ενεργότητα ενός γραμμαρίου του $^{226}_{88}Ra$

Άρα $1\,g\ ^{226}_{88}Ra$, αντιστοιχεί σε $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq.

η ραδιενέργεια του είναι τεράστια!

Χρήσιμα υποπολλαπλάσια του Curie:

$1\,\mu Ci = 3{,}7 \cdot 10^4\ Bq = 37\ kBq$

$1\,mCi = 3{,}7 \cdot 10^7\ Bq = 37\ MBq$

έχει σημασία σε δείγματα πυρηνικής ιατρικής

(1 - 10 mCi → για λόγους διαγνώσεως)

(10 - 100 mCi → για λόγους θεραπείας)

Ασκήσεις: (προσοχή στις μετατροπές μονάδων)

Να βρεθεί το No και η ποσότητα (mol), των παρακάτω δειγμάτων:

α) Δείγμα ^3H ($t_{1/2} = 12{,}3\,y$)

$A_0 = 1\,MBq$

β) Δείγμα ^{14}C ($t_{1/2} = 5730\,y$)

$A_0 = 1\,MBq$

Λύση:

(1) Μετατρέπω τα χρόνια → sec

(2) $\lambda = \ln 2 / t_{1/2}$

(3) $A_0 = \lambda \cdot N_0 \Rightarrow N_0 = A_0/\lambda$

(4) $N_0 \rightarrow$ moles

1 mole → $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ μόρια

x moles → No

^{nat}C (nat → φυσική αφθονία) :

^{12}C	98,9 %	
^{13}C	~1,1 %	
^{14}C	10^{-12}	(στα έμβια όντα)

^{nat}K :

^{39}K	93,3 %	
^{41}K	6,7 %	
^{40}K	0,012 %	, $t_{1/2} = 1{,}3 \cdot 10^9$ χρόνια → ραδιενεργό

Άσκηση 1η:

Να χαρακτηριστεί η ενεργότητα μιας μπανάνας: ($^{nat}K \rightarrow 0{,}5\,g$)

Το κάλιο ως στοιχείο, έχει αυτά τα τρία ισότοπα. (K-39, K-40, K-41)

Φυσική ποσότητα καλίου, 0,5 gr.

^{nat}K : AW = 39,1 g/mol

ατομικό βάρος φυσικού καλίου (μέσος όρος)

$N(^{40}K)$; $t_{1/2}(K\text{-}40) = 1{,}3 \cdot 10^9\,y = 40.996\,800 \cdot 10^9\,sec$

$A(^{40}K)$;

$\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$, $A = \lambda \cdot N$

Λύση:

$n = \dfrac{m}{MB} = \dfrac{m}{AB} = \dfrac{0{,}5\,g}{39{,}1\,g/mol} = 0{,}012787723$ moles.

1 mole → NA, 0,01278 moles → x $\Rightarrow x = 0{,}01278 \cdot NA$ μόρια $\Rightarrow x = 0{,}077 \cdot 10^{23}$ μόρια

Άρα, $N_{ολ} = 0{,}077 \cdot 10^{23} = 77 \cdot 10^{20}$ μόρια

Από αυτά τα $77 \cdot 10^{20}$ μόρια, το 0,012 % είναι ^{40}K,

$\Rightarrow N = 77 \cdot 10^{20} \cdot \dfrac{0{,}012}{100} = 9{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{20} = 9{,}24 \cdot 10^{17}$

$N = A/\lambda \Rightarrow A = \lambda \cdot N = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}(^{40}K)} \cdot N = 1{,}69 \cdot 10^{-17} \cdot 9{,}24 \cdot 10^{17}$ διασπάσεις/sec

$\Rightarrow A = 15{,}6$ διασπάσεις/sec.

Άσκηση $2^η$:

Το εσωτερικό της γης είναι θερμό, βρίσκεται στην κατάσταση τήγματος. Ο λόγος που διατηρείται η υψηλή θερμοκρασία, είναι οι διασπάσεις του ${}_{92}U$ και του ${}_{90}Th$, οι οποίες απελευθερώνουν ενέργεια και αυξάνουν τη θερμοκρασία.

Να υπολογιστεί η ενεργότητα ενός κιλού φυσικού ουρανίου, ${}^{238}_{92}U$, καθώς και το ποσό θερμότητας που εκλύεται κατά την διάσπαση.

(για το ${}^{238}U$, $t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$ χρόνια)

Λύση:

$t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9$ χρόνια $= 141.912.000 \cdot 10^9$ sec

$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 4,88 \cdot 10^{-18}$ διασπ/sec

$1\ kg\ {}^{238}U \longrightarrow n = \frac{m}{AB} = \frac{1000\,g}{238,03\ g/mol} = 4,2$ moles

$\Rightarrow N = 25,29 \cdot 10^{23}$ πυρήνες ${}^{238}U$

$A = \lambda \cdot N = 4,88 \cdot 10^{-18} \frac{\text{διασπ}}{\text{sec}} \cdot 25,29 \cdot 10^{23}$

$\Rightarrow A = 123,42 \cdot 10^5$ διασπάσεις/sec

Διάσπαση ${}^{238}_{92}U$:

$${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He_2$$

Q-value: ενέργεια που απελευθερώνεται.

Η ενέργεια των σωματιδίων α (ηλίου) είναι 4 MeV.
Άρα κάθε διάσπαση δίνει 4 MeV.

Ανά sec $\longrightarrow 123,42 \cdot 10^5$ διασπάσεις

Άρα ανά sec $\longrightarrow$ παράγονται $4 \cdot 123,42 \cdot 10^5$ MeV

Άρα: $E = 493,68 \cdot 10^5$ MeV/sec

$1\ MeV = 1,6 \cdot 10^{-13} J \Rightarrow E = 789,888 \cdot 10^{-8}$ J/sec

Επομένως, η ενέργεια που εκλύεται από τη ραδιενεργό διάσπαση του ουρανίου ${}^{238}_{92}U$, ανά sec, είναι:

$E \sim 790 \cdot 10^{-8}$ Watt $\Rightarrow E \sim 7,9 \cdot 10^{-6}$ Watt

Η τεράστια θερμοκρασία στο εσωτερικό της Γης οφείλεται στους τόνους θερμότητας που παράγονται από τις διασπάσεις ${}_{90}Th$ και ${}_{92}U$.

Τρίτη 26 Νοεμβρίου 2019
Διάλεξη 15η.

Ραδιενεργός διάσπαση:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

Το λ εκφράζει την πιθανότητα ραδιενεργού διασπάσεως ανά μονάδα χρόνου. (φυσική σημασία)

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

Ενεργότητα:

$A = \lambda \cdot N$

$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$

Μονάδες: Bq, Ci

Διακλαδιζόμενη ραδιενεργή διάσπαση:

$A \rightarrow B$ (π.χ. 60%)

$\rightarrow \Gamma$ (π.χ. 40%)

Μπορεί να υπάρχουν και 3 πιθανοί κλάδοι διασπάσεων, (και περισσότεροι).

Έννοιες πιθανότητας:

Έστω ένα δείγμα εσπεριδοειδών με συνολικό πληθυσμό, $N = 100$. (έχουμε μείγμα από πορτοκάλια, μανταρίνια, γκρέιπφρουτ)

$N\pi = 20 \rightarrow P_\pi = N\pi/N = 20/100 = 0,2$

$N\mu = 30 \rightarrow P_\mu = N\mu/N = 30/100 = 0,3$

$N\gamma = 50 \rightarrow P_\gamma = N\gamma/N = 50/100 = 0,5$

Προσθετικός Νόμος Πιθανοτήτων:

$P_{\mu/\pi} = P_\mu + P_\pi = 0,5$

πιθανότητα να έχω μανταρίνι ή πορτοκάλι

$P_{\mu/\pi/\gamma} = P_\mu + P_\pi + P_\gamma = 1,0$

πιθανότητα να έχω πορτοκάλι ή μανταρίνι ή γκρέιπ-φρουτ.

Πολλαπλασιαστικός Νόμος Πιθανοτήτων:

Ας υποθέσουμε ότι το εσπεριδοειδές μπορεί να είναι είτε όρθιο, είτε ανάποδα.

όρθιο: $P_\uparrow = 0,5$

ανάποδα: $P_\downarrow = 0,5$ γιατί είναι μόνο δύο οι πιθανότητες

Ποιά η πιθανότητα να πάρω όρθιο πορτοκάλι;

$P_{\pi\uparrow} = P_\pi \cdot P_\uparrow = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1$

Παίρνω το γινόμενο των πιθανοτήτων

ή → Προσθετικός νόμος

και → Πολλαπλασιαστικός νόμος.

Άσκηση:

1) Να βρεθεί η πιθανότητα να είναι πορτοκάλι ή μανταρίνι και να είναι πάνω (όρθιο);

$P(\pi/\mu, \uparrow) = ;$

2) Ποιά η πιθανότητα να είναι μανταρίνι ή γκρέιπ-φρουτ και να είναι κάτω (ανάποδα);

$P(\mu/\gamma, \downarrow) = ;$

1) $P_{\pi/\mu,\uparrow} = (P_\pi + P_\mu) \cdot P_\uparrow = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 = 25\%$

2) $P_{\mu/\gamma,\downarrow} = (P_\mu + P_\gamma) \cdot P_\downarrow = 0,8 \cdot 0,5 = 0,40 = 40\%$

Τρόποι Διασπάσεως: 1, 2, ..., i, ..., n

$\lambda_{tot} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_i + \dots + \lambda_n$ (1) → Προσθετικός Νόμος Πιθανοτήτων

↓ η συνολική σταθερά της ραδιενεργού διασπάσεως είναι άθροισμα των πιθανοτήτων των επιμέρους κλάδων που μπορεί να ακολουθήσει η διάσπαση του πυρήνα. (είναι η συνολική πιθανότητα διάσπασης στη μονάδα του χρόνου).

Κλάσμα διασπάσεως ή λόγος διασπάσεως:

εκφράζει την πιθανότητα να γίνει η i-διάσπαση ← $f_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_{tot}}$ (2) → τι ποσοστό διασπάται σε έναν συγκεκριμένο κλάδο ($\forall i$)

(1), (2): $\lambda_{tot} = f_1 \cdot \lambda_{tot} + f_2 \cdot \lambda_{tot} + \dots + f_i \cdot \lambda_{tot} + \dots + f_n \cdot \lambda_{tot}$

$\div \lambda_{tot} \Rightarrow \boxed{1 = f_1 + f_2 + \dots + f_i + \dots + f_n}$ → το άθροισμα των πιθανοτήτων της κάθε διάσπασης, είναι πιθανότητα 1.

Αν ξέρω το $t_{1/2}$ για ένα δείγμα, αυτό θα αναφέρεται στο λ_{tot}!

Παράδειγμα:

$^{64}_{29}Cu_{35}$, $t_{1/2} = 12,7$ h

↓ υπόκειται σε β^+-διάσπαση σε ποσοστό 60% και σε β^- διάσπαση σε ποσοστό 40%.

Να βρεθούν: τα f_{β^+}, f_{β^-} και τα λ_{β^+}, λ_{β^-}

↑↑ πιθανότητες

$f_{\beta^+} = 0,6$ → Πιθανότητα να συμβεί η β^+-διάσπαση

$f_{\beta^-} = 0,4$ → Πιθανότητα να συμβεί η β^--διάσπαση

$f_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_{tot}} \Rightarrow \lambda_i = f_i \cdot \lambda_{tot}$

$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_{\beta^+} = f_{\beta^+} \cdot \lambda_{tot} & (3) \\ \lambda_{\beta^-} = f_{\beta^-} \cdot \lambda_{tot} & (4) \end{cases}$

$t_{1/2} = 12,7$ h → $\lambda_{tot} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 1,516 \cdot 10^{-6}$ (5)

↳ 45.720 sec

(3), (4) $\xrightarrow{(5)}$ $\lambda_{\beta^+} = 9,1 \cdot 10^{-6}$ [s^{-1}] → πιθανότητα ανά μονάδα χρόνου να γίνει η διάσπαση β^+

$\lambda_{\beta^-} = 0,61 \cdot 10^{-6}$ [s^{-1}]

↓ πιθανότητα ανά μονάδα χρόνου να γίνει η β^--διάσπαση, για θεραπευτική χρήση

β^-: $^{64}_{29}Cu_{35} \longrightarrow ^{64}_{30}Zn_{34} + e^- + \bar{\nu}_e$ (40%)

β^+: $^{64}_{29}Cu_{35} \longrightarrow ^{64}_{28}Ni_{36} + e^+ + \nu_e$ (60%)

↓ Χρήση τους (διάγνωση) στη μέθοδο PET

Τα ισότοπα αυτά (π.χ. $^{64}_{29}Cu$) καλούνται θεραγνωστικά (έχουν διαγνωστική & θεραπευτική χρήση).

Οποιοδήποτε ισότοπο είναι odd-odd, μπορεί να υποστεί αυτές τις δύο διασπάσεις, έτσι είναι θεραπευτικά και διαγνωστικά.

Ραδιοχρονολόγηση, ^{14}C:

$^{14}_{6}C_8$: σε οποιοδήποτε δείγμα C εμβίου όντος υπάρχει μία μικρή ποσότητα ^{14}C.

$t_{1/2} = 5730$ years.

Ο ^{14}C παράγεται στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, όταν το $_7N$ βομβαρδίζεται από πρωτόνια.

Στην ατμόσφαιρα, έχουμε:

$$\frac{N(^{14}C)}{N(^{nat}C)} \sim 10^{-12}$$

↓

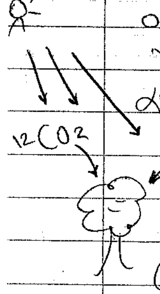
οποιοδήποτε δείγμα

^{nat}C (στη φυσική του αφθονία)

Ο ρυθμός παραγωγής και ο ρυθμός διασπάσεως του ^{14}C είναι ίδιοι, γι' αυτό ο λόγος 10^{-12} είναι σταθερός.

Οποιοδήποτε έμβιο ον έχει αυτήν την περιεκτικότητα σε ^{14}C

Αν κόψουμε ένα δέντρο, μετά ο 6.000 χρόνια, ο άνθρακας ^{14}C θα έχει μείνει ο μισός, γιατί απομονώθηκε από την τροφική αλυσίδα.



φυτό (φωτοσύνθεση) ⟶ Ζώα ⟶ Άνθρωπος

$^{14}C \sim 10^{-12}$

Η κοσμική ακτινοβολία του ήλιου παράγει ^{14}C, σε αναλογία $N(^{14}C)/N(^{nat}C) = 10^{-12}$!

Έχουμε δεδομένη περιεκτικότητα στα έμβια όντα, άρα σε ένα έμβιο ον που έγινε άβιο, μπορώ μετρώντας την περιεκτικότητα σε ^{14}C να βρω πριν πόσα χρόνια ήταν έμβιο.

Προσδιορισμός ^{14}C σε δείγμα:

1) Μπορώ να μετρήσω το A και από εκεί να βρω το N. Από την ενεργότητα υπολογίζω την ποσότητα των ραδιενεργών πυρήνων.

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda}$$

$\boxed{^{14}_{6}C_8 \xrightarrow{\beta^-} {}^{14}_{7}N_7 + e^- + \bar{\nu}_e}$ → Η διάσπαση είναι β^-.

Το Q-value ~ 0,8 MeV (κινητική ενέργεια των προϊόντων $e^-, \bar{\nu}_e$).

είναι ελαφρύτερα, άρα λόγω διατήρησης της ορμής η κινητική ενέργεια θα είναι μεγαλύτερη στα σωματίδια με τη μικρότερη μάζα.

Ουσιαστικά, Q~value, θα είναι η κινητική ενέργεια των e^-. Αυτή η ενέργεια είναι δυνατόν να προκαλέσει λύση χημικών δεσμών. Είναι λοιπόν επικίνδυνος, ο ^{14}C

2) Φασματομετρία μάζας.

Ιοντίζουμε τους άνθρακες και διαχωρίζουμε τα ιόντα με αναλυτή μαζών. Από το φάσμα, κάνουμε ποσοτικοποίηση.

Αρχή μεθόδου της ραδιοχρονολόγησης:

1) $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \longrightarrow \dfrac{N}{N_r} = \dfrac{N_0}{N_r} \cdot e^{-\lambda t}$

πυρήνες αναφοράς

N_r: αριθμός πυρήνων αναφοράς. (το N_r δεν αλλάζει, είναι π.χ. ο αριθμός των ^{12}C).

2) $\dfrac{N_0}{N_r} \rightarrow$ για $t = 0$

$\dfrac{N}{N_r} \rightarrow$ για t

3) Για τη ραδιοχρονολόγηση, θεωρούμε $t=0$, όταν το έμβιο ον απέθανε, κόπηκε από την τροφική αλυσίδα.

$$\frac{N}{N_r} = \left(\frac{N_0}{N_r}\right) \cdot e^{-\lambda t}$$

t (σήμερα)

$t=0$ (όταν έπαψε ο οργανισμός να είναι έμβιος)

4) για ^{14}C: $\dfrac{N}{N_r} = (10^{-12}) \cdot e^{-\lambda t}$

Λύνω ως προς t, για να βρω πριν πόσα χρόνια ζούσε το ον:

$$\frac{N/N_r}{N_0/N_r} = e^{-\lambda t} = k, \text{ όπου } k = \frac{N/N_r}{N_0/N_r} = \frac{N}{N_0}$$

$\Rightarrow k = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln k = -\lambda t \Rightarrow t = \dfrac{-\ln k}{\lambda}$

χρόνος ζωής του δείγματος

$k < 1 \Rightarrow \ln k < 0$

Άσκηση:

Προϊστορικό δείγμα δέντρου, έχει περιεκτικότητα σε άνθρακα ($^{nat}C \approx {}^{12}C$) $= 10$ mg.
Μετρήθηκε η ενεργότητα και βρέθηκε ότι είναι 20 διασπάσεις/μέρα.

(α) $A =$; (Bq)

(β) Να βρεθεί ο αριθμός πυρήνων ^{14}C που έχει το δείγμα

(γ) Να βρεθεί ο λόγος $N(^{14}C)/N(^{12}C)$ ↳ ^{nat}C

(δ) Ηλικία δείγματος

Λύση:

(α) 20 διασπάσεις → 1 ημέρα = 86.400 sec

x διασπάσεις → 1 sec

$x = \dfrac{20}{86400} = \dfrac{1}{4320} = 2{,}315 \cdot 10^{-4}$ διασπάσεις

Άρα $A = 2{,}315 \cdot 10^{-4}$ διασπάσεις/sec

(β) $A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = A/\lambda = \dfrac{A}{\ln 2} \cdot t_{1/2}$

$\Rightarrow N = \dfrac{2{,}315 \cdot 10^{-4}}{0{,}6931} \cdot 1{,}81 \cdot 10^{11} = 6{,}036 \cdot 10^{7}$ πυρήνες ^{14}C βρίσκονται στο δείγμα

(γ) $m^{12}C = 10$ mg $= 10 \cdot 10^{-3}$ g $\Rightarrow n \cdot AB = 10^{-2}$ g

$\Rightarrow n(^{12}C) = 10^{-2}\text{ g} / 12 \text{ g/mole} = 8{,}33 \cdot 10^{-4}$ moles

1 mole → $6{,}023 \cdot 10^{23}$ μόρια
$8{,}33 \cdot 10^{-4}$ moles → y
$\Rightarrow y = 5{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{23}$ πυρήνες ^{12}C

$\Rightarrow N(^{12}C) = 5{,}02 \cdot 10^{20}$ πυρήνες

→

$$\frac{N(^{14}C)}{N(^{12}C)} = \frac{6{,}036\cdot 10^{7}}{5{,}02\cdot 10^{20}} = 1{,}2024\cdot 10^{-13}$$

(δ) $t = ;$

$$\frac{N}{N_{Y}} = \frac{N_0}{N_{Y}}\cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow 1{,}2024\cdot 10^{-13} = 10^{-12}\cdot e^{-\lambda t}$$

↳ $5{,}02\cdot 10^{20}$ πυρήνες ^{12}C

$\Rightarrow 1{,}2024\cdot 10^{-1} = e^{-\lambda t}$

$\Rightarrow 0{,}12024 = e^{-\lambda t}$

$\Rightarrow \ln(0{,}12024) = -\lambda\cdot t$

$\Rightarrow -2{,}118 = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\cdot t$

$\Rightarrow t = \frac{2{,}118\cdot t_{1/2}}{0{,}69} = 3{,}07\cdot t_{1/2} = 3{,}07\cdot 5730$ χρόνια

$\Rightarrow t = 17.590{,}8$ χρόνια ζωής, δηλαδή πέρασαν περίπου 17.590 χρόνια από τότε που "απεβίωσε" το δείγμα.

Όρια Ευαισθησίας για τη Ραδιοχρονολόγηση:

$0{,}1\cdot t_{1/2} - 10\cdot t_{1/2}$.

για τον ^{14}C: ~500 χρόνια – 50.000 χρόνια

↓

Σε αυτό το διάστημα χρόνων μπορούμε να δουλέψουμε με ραδιοχρονολόγηση, με ^{14}C.

Το $^{3}_{1}H$ και ο ^{14}C είναι πανταχού παρόντα ραδιονουκλίδια που σχηματίζονται στην ανώτερη ατμόσφαιρα με αλληλεπίδραση του ^{14}N με νετρόνια που παράγονται από την κοσμική ακτινοβολία.

Αυτά τα νουκλίδια εξισορροπούν ταχέως στην ατμόσφαιρα, φτάνουν στην επιφάνεια της Γης και τελικά ενσωματώνονται στους ζωντανούς οργανισμούς.

Στην περίπτωση των οίνων, έχει καθιερωθεί ότι η περιεκτικότητα σε τρίτιο συσχετίζεται καλά με την ηλικία του κρασιού, καθώς δεν υπάρχει πλέον ανταλλαγή τριτίου μετά τη συγκομιδή και ο χρόνος ημίσειας ζωής 12,3 ετών είναι ιδανικός για τον τύπο του προσδιορισμού της ηλικίας.

Παραγωγή τριτίου:

$$^{14}_{7}N + \underset{(fast)}{n} \longrightarrow \,^{12}_{6}C + \,^{3}_{1}H.$$

(η παγκόσμια ισορροπία παραγωγής-διάσπασης τριτίου είναι ακριβώς σταθερή, εξαιτίας ενός σταθερού ρυθμού παραγωγής και διάσπασης).

Διάσπαση τριτίου:

$$^{3}_{1}H_2 \longrightarrow \,^{3}_{2}He_1 + e^- + \bar{\nu}_e \quad (\beta^- \text{-διάσπαση})$$

$^{3}_{1}H$: $t_{1/2} = 12{,}3\ y$

Υπολογίζεται ότι το τρίτιο στο νερό κάνει περίπου 0,37 διασπάσεις/sec ανά litre H_2O.

↳ $0{,}37\ Bq/L_{H_2O}$.

H_2O : ~0,37 Bq/Litre H_2O (^3_1H)

Πόσο τρίτιο έχει το νερό;

$A = 0,37$ διασπ/sec

$A = N\cdot\lambda = 0,37$

$\Rightarrow N = \frac{0,37}{\ln 2}\cdot t_{1/2}$

$\Rightarrow N = \frac{0,37 \text{ διασπ/sec}}{0,69}\cdot 387.892800 \text{ sec/διασπ}$

$\Rightarrow N = 208.000.487$ πυρήνες τριτίου περιέχονται σε 1 λίτρο νερού.

↳ $0,21\cdot 10^9$ ^3H

Δόση Ραδιενέργειας:

Τι ποσό απορροφά ένα δείγμα από την ραδιενέργεια που εκπέμπει μία πηγή.

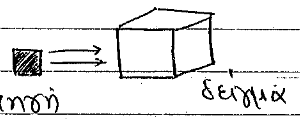
Δόση είναι η απορροφώμενη ακτινοβολία (ενέργεια) από μία μονάδα μάζας.

$$\text{Απορροφώμενη δόση} = \frac{\text{ενέργεια}}{1\,kg}$$

→ ενέργεια που απορροφήθηκε

Έστω μία β^--διάσπαση:

$A \rightarrow B + e^- + \bar{\nu}_e$ Q-value = 1 MeV (μέγιστη ενέργεια e^-)



Η πηγή εκπέμπει ραδιενέργεια

Το δείγμα απορροφά ραδιενέργεια.

$$\left(\text{Απορροφώμενη δόση}\right) = \frac{\text{Joule}}{1\,kg} \rightarrow \text{Μονάδα: } 1\,Gy \text{ (Gray)}$$

$1\,Gy = 1\,J/kg$

78

$1\,J = 6,25\cdot 10^{12}$ MeV

για να εναποθέσω 1 J ενέργεια από τα e^- της ραδιενεργού διασπάσεως, ($E_e \sim 1$ MeV) πρέπει να ρίξουμε: $N = 6,25\cdot 10^{12}$ e^- στο δείγμα.

Ενέργεια δεσμού: 1-2 eV

Άρα $1e^- \rightarrow$ κόβει $10^5 - 10^6$ χημικούς δεσμούς

↳ ~10^6 δεσμούς/$1e^-$

Έχω κόψει ~10^6 δεσμούς ανά $1e^-$.

Άρα τα $6,25\cdot 10^{12}$ e^-, θα κόψουν ~10^{18} χημικούς δεσμούς.

Το νούμερο είναι πολύ μεγάλο.

$1\,\mu Gy$ → χρήσιμη μονάδα

Ισοδύναμη Δόση:

$$\left(\text{Ισοδύναμη δόση}\right) = \left(\text{απορροφώμενη δόση}\right) \times W_R$$

Μονάδα: $1\,Sv = 1\,Gy\cdot W_R$ (Sievert)

W_R: παράγοντας επικινδυνότητας

$W_R = 1$, για e^-, γ

$W_R = 20$, για τα σωματίδια α (είναι πολύ πιο επικίνδυνα)

Χρησιμοποιούμε το μSv

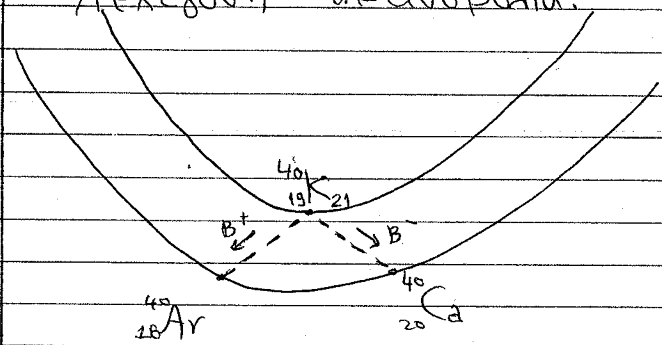
179

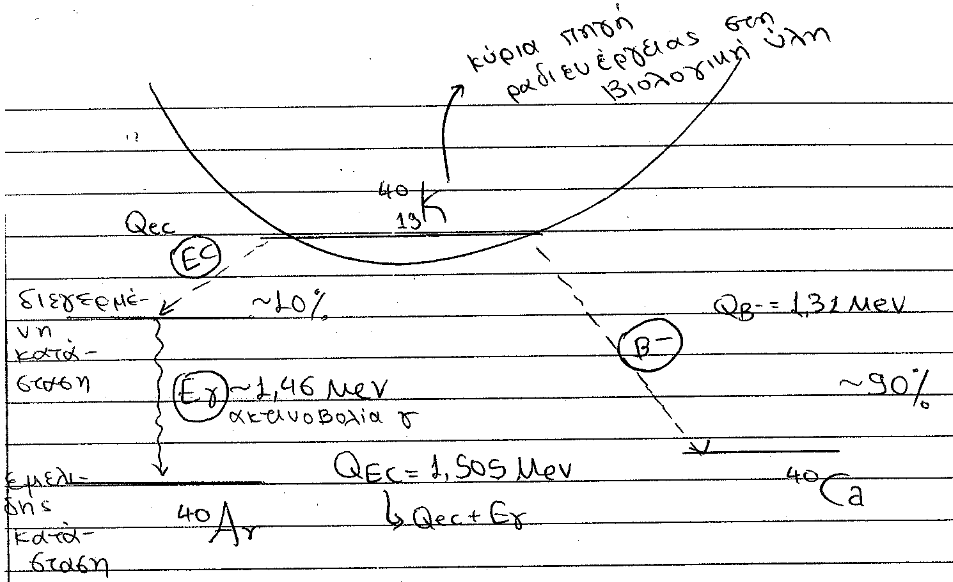
Τετάρτη 27 Νοεμβρίου 2019
Διάλεξη 16η:
Δόση Ραδιενέργειας:
α) Απορροφώμενη δόση:
$$D = \frac{\text{ενέργεια}}{\text{μάζα}} , 1\,Gy = 1\,J/1\,kg$$
β) Ισοδύναμη δόση: καθορίζει το βιολογικό αποτέλεσμα ορισμένης ακτινοβολία.
$$De = D \cdot W_R , 1\,Sv$$

Η δόση αναφέρεται σε κάποιον που απορροφά την ραδιενέργεια.
Η απορροφώμενη δόση αφορά την ενέργεια ανά μονάδα μάζας. Η ενέργεια προέρχεται από την ακτινοβολία που παράγει το ραδιενεργό υλικό.

Φυλλάδιο 3Α: Πηγές Ραδιενέργειας (ή είδη Ραδιενέργειας):
α) Φυσική Ραδιενέργεια
- Αρχέγονη: εκείνη που οφείλεται στα εξαιρετικά μακρόβια ισότοπα που υπάρχουν στον κόσμο που μας περιβάλλει.
- Κοσμογενής: οφείλεται στην κοσμική ακτινοβολία

Αρχέγονη ακτινοβολία:





Το ^{40}K βρίσκεται κυρίως στην τροφική αλυσίδα. Οι επιβλαβείς τα συνέπειες οφείλονται στα e^- της β^- και στην ακτινοβολία γ.

Η ραδιενέργειά του είναι αρχέγονη.
$t_{1/2} = 1,28 \cdot 10^9$ χρόνια

αυτοί είναι οι αρχέγονοι πυρήνες!

Αρχέγονη ραδιενέργεια: $^{40}_{19}K$, $^{238}_{92}U$, $^{235}_{92}U$, $^{232}_{90}Th$

είναι σε ελάχιστες ποσότητες στο φλοιό της γης, όμως θα παραμείνει για πολλά χρόνια γιατί έχει πολύ μεγάλο χρόνο ημιζωής

Οι πυρήνες με μεγάλο αριθμό νετρονίων (^{238}U, ^{232}Th), κάποια στιγμή φτάνουν στο ράδιο (Ra):

βαρέα στοιχεία

$$^{226}_{88}Ra \xrightarrow[t_{1/2}\sim 1600y]{\alpha-} {}^{222}_{86}Rn \xrightarrow[t_{1/2}\sim 4d]{} {}^{218}Po$$

αλκαλική γαία

αέριο

Τα ^{238}U, ^{235}U, ^{232}Th είναι μακρόβια, γι' αυτό τα θεωρούμε σχετικά σταθερά. Τα σταθερά στοιχεία φτάνουν μέχρι Z=83 (Βισμούθιο)

Το Rn (ραδόνιο) όταν παραχθεί από τη ραδιενεργή διάσπαση, είναι αέριο γι' αυτό και το εισπνέουμε. Βρίσκεται κυρίως στα πετρώματα.
Σε κλειστούς υπόγειους χώρους, η ποσότητα ραδονίου είναι πολύ υψηλή. (βγαίνει από τους πόρους των δομικών υλικών)
Είναι επικίνδυνο στοιχείο.

Κοσμική ακτινοβολία: ό,τι ακτινοβολία φτάνει από τον ήλιο. (στον ήλιο υπάρχει κυρίως υδρογόνο και κατά μείζονα λόγο έχουμε πρωτόνια στην κοσμική ακτινοβολία.

Θρυμματισμός: "spallation"

$$p + {}^{14}_{7}N_7 \longrightarrow [{}^{15}_{8}O_7]^* \longrightarrow {}^{13}C + 2p$$
$${}^{12}C + 2p + n$$
$${}^{11}C + {}^{4}He$$
$$4\alpha + 1n$$

τα πρωτόνια της κοσμικής ακτινοβολίας, βομβαρδίζουν το άζωτο της ατμόσφαιρας, και προκύπτουν διάφορα προϊόντα

έχει ενέργεια 1-2 MeV

- $n(slow) + {}^{14}N \rightarrow {}^{14}C + p$
  $E_n \sim 1-2$ MeV

όταν $E_n > 10$ MeV → n(fast)

- $n(fast) + {}^{14}N \longrightarrow {}^{12}C + {}^{3}_{1}H$ (τρίτιο)
  $E_n > 10$ MeV

Το p^+(πρωτόνιο) έχει τεράστια ενέργεια, γι'αυτό θρυμματίζει το ^{14}N σε διάφορα κομμάτια.

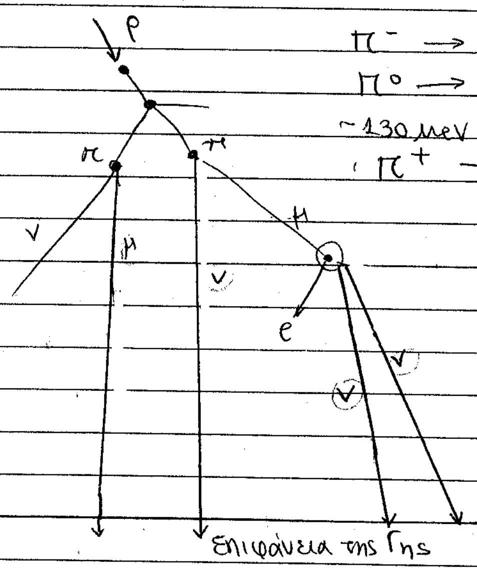
$$n(slow) + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{14}_{6}C + p$$

αποσπά πρωτόνιο

$$n(fast) + {}^{14}N \rightarrow {}^{12}C + {}^{3}_{1}H$$

αποσπάται τρίτιο (βρίσκεται στο νερό)

Η spallation αντίδραση μπορεί να μας δώσει και πιόνια, δηλαδή στοιχειώδη σωμάτια: π^0, π^-, π^+ (μεσόνια)



$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$

$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$

~130 MeV ~65 MeV το κάθε φωτόνιο

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

Στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας υπάρχει μία πληθώρα σωματιδίων. Μόνο τα μιόνια φτάνουν στην επιφάνεια της γης.

Μέσα στα αεροπλάνα, οι άνθρωποι εκτίθενται σε περισσότερη ραδιενέργεια (κυρίως νετρόνια). Σε ορεινά χωριά επίσης φτάνουν νετρόνια.

Στην επιφάνεια της θάλασσας φτάνουν μιόνια.

Ετήσια δόση ραδιενέργειας για το μέσο άνθρωπο: ~ 4 mSv

2 mSv οφείλονται στο Rn, στον αέρα που αναπνέουμε. (50%) το οποίο προέρχεται από τα πετρώματα

τα υπόλοιπα οφείλονται στην τροφή, την τηλεόραση, τις ακτινογραφίες, τα ταξίδια με αεροπλάνο κλπ. (καθώς και στην αυτοακτινοβόληση).

Έχουμε 2 ραδιοϊσότοπα μέσα μας, που καθένα από αυτά προσδίδει τη μισή δόση από τη ραδιενέργεια που απορροφάται και παράγεται από εμάς.

^{40}K → 0,2 mSv/χρόνο

^{14}C → 0,2 mSv/χρόνο

Συνολική δόση αυτοακτινοβόλησης ~ 0,4 mSv/χρόνο

το 10% της συνολικής δόσης της ακτινοβολίας που λαμβάνει ο άνθρωπος

Ενεργότητα Ραδονίου στον αέρα

Rn ~ 5,6 Bq/m^3

εμείς προσλαμβάνουμε 2 mSv ακτινοβολίας ανά χρόνο.

1) Φυσιολογικό άτομο ~ 5 mSv/y
2) άνθρωποι σε νοσοκομεία ή σε πυρηνικά εργοστάσια ~ 20 mSv/y
3) Αν κάποιος εκτεθεί σε 1 Sv μακροχρόνια έχει 2% πιθανότητα να πάθει καρκίνο στο υπόλοιπο της ζωής του.
4) Η έκθεση σε 1 - 5 Sv είναι θανατηφόρες δόσεις.

Ατμόσφαιρα: 78% N_2
20% O_2
0,9% Ar
0,035% CO_2 ← είναι πολύ μικρό

p → κοσμική ακτινοβολία → ^{16}O → ^{14}N → p, ^{14}C → $^{14}CO_2$ → φωτοσύνθεση → τροφική αλυσίδα
$^{14}CO_2$ → απορροφάμενο CO_2

Λόγω κοσμικής ακτινοβολίας παράγεται ^{14}C στην ατμόσφαιρα και περνάει στην τροφική αλυσίδα

Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας με την ύλη:
↓
ακτινοβολία που σχετίζεται με τη ραδιενέργεια (ιοντίζουσα ακτινοβολία)

(1) Φορτισμένα σωματίδια & πυρήνες → η ακτινοβολία είναι σωματίδια
$p^+, e^-, e^+, \mu^-, \mu^+, \ldots$
${}^4_2He_2^{2+}$, ${}^{12}_6C^{6+}$, ${}^{56}_{26}Fe^{26+}$, ... → πυρήνες
↓
$Q = Z$ (έχουν αποσπαστεί όλα τα e^-)

Πώς αλληλεπιδρούν αυτά με την ύλη;
Θα συναντήσουν το ηλεκτρονιακό νέφος και θα αλληλεπιδράσουν με δυνάμεις Coulomb, καθώς τα φορτισμένα σωματίδια συναντούν την ύλη.

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} \propto \frac{Z^2}{v^2}$$

Z → ατομικός αριθμός των πυρήνων της ύλης
→ τρόπος που φρενάρουν τα φορτισμένα σωματίδια όταν συναντούν την ύλη

$S = -dE/dx$ (ισχύς πέδησης, stopping power)

v: ταχύτητα φορτισμένου σωματιδίου, η οποία συνέχεια μειώνεται λόγω του ότι το σωματίδιο αλληλεπιδρά με το νέφος με δυνάμεις Coulomb και χάνει ενέργεια.

(2) Αφόρτιστα σωματίδια:
Νετρόνια (τα νετρίνα δεν αλληλεπιδρούν με την ύλη).
Διαπερνούν συγκεκριμένα πάχη τοιχωμάτων. Είναι δυνατόν να χτυπήσουν πυρήνες όταν τους συναντήσουν. Το ηλ. νέφος δεν τους κάνει τίποτα. Σταματούν μόνο όταν δουν πυρήνες! Έχουν μεγάλη διεισδυτικότητα.

$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT$ → Μέση ενέργεια κινητική σωματιδίων σε αέριο.

Το ίδιο συμβαίνει και με το νετρόνιο μέσα σε ένα στερεό, ή υγρό. Δηλαδή το νετρόνιο παγιδεύεται σε ένα στερεό ή υγρό και φέρεται ως αέριο.

Θερμικά Νετρόνια: είναι τα νετρόνια που τα "σταματήσαμε" σε κάποιο υλικό. Δεν τα σταματήσαμε για την ακρίβεια.

για τα $\underset{\text{θερμικά}}{\text{νετρόνια}}$, $\langle E \rangle \sim kT$

$\underset{\text{σταθερά Boltzmann}}{k} = 8,6 \cdot 10^{-5}$ eV/K

ενέργεια θερμικών νετρονίων

για $T = 300\ K \Rightarrow \langle E \rangle \sim 0,025$ eV

μέση κινητική ενέργεια νετρονίου οποιοδήποτε το έχω φρενάρει.

$\Rightarrow \langle \upsilon \rangle \sim 7 \cdot 10^{-6} c \sim 2$ km/sec

Δεν μπορούμε να σταματήσουμε το νετρόνιο, λόγω της θερμικής κινήσεως.

Άσκηση:

Να βρεθεί η $\langle E \rangle$ και $\langle \upsilon \rangle$, όταν $T = 3\ K$ (υγρό He)

• $\langle E \rangle = k \cdot T = 8,6 \cdot 10^{-5}\ eV/\cancel{K} \cdot 3\ K = 25,8 \cdot 10^{-5}$ eV

• $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{\langle E \rangle \cdot 2}{m}} = \sqrt{\frac{51,6 \cdot 10^{-5}\ eV}{939,565\ MeV/c^2}} = 0,234 \cdot c \sqrt{\frac{10^{-5}\ \cancel{eV}}{10^{6}\ \cancel{eV}}}$

$\Rightarrow \langle \upsilon \rangle = 0,234 \cdot 10^{-5} \cdot c \sqrt{10^{-1}} = 0,074 \cdot 10^{-5} \cdot c = 7,4 \cdot 10^{-7} c$

(3) Φωτόνια: → ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. → υψηλής ενέργειας (x ή γ)

Πώς αλληλεπιδρούν με την ύλη;

Με 3 τρόπους:

- φωτοηλεκτρικό φαινόμενο
- Φαινόμενο Compton
- Δίδυμη γένεση.

(α) Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο:

Το φωτόνιο δίνει την ενέργειά του σε e^-.

$\gamma + \underset{\text{άτομο}}{A} \longrightarrow \underset{\text{ιόν}}{A^+} + e^-$

$E_\gamma = \underset{\text{κινητική ενέργεια } e^-}{T_e} + BE_e$ (διατήρηση ενέργειας)

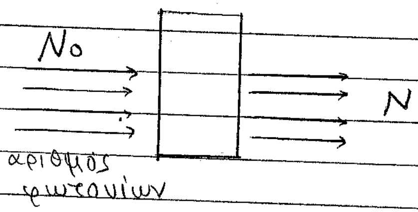
BE_e → ενέργεια που απαιτείται για την απόσπαση του φωτονίου

για ακτίνες X, γ, αποσπάμε e^- (1s), δηλαδή από την 1η στιβάδα.

Αν θεωρήσω $BE_e \sim 0 \Rightarrow E_\gamma = T_e$

Η όραση βασίζεται στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, γι' αυτό μπορούμε να δούμε μόνο το ορατό, και όχι το υπέρυθρο.

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο βρίσκεται και στις κάμερες των κινητών.

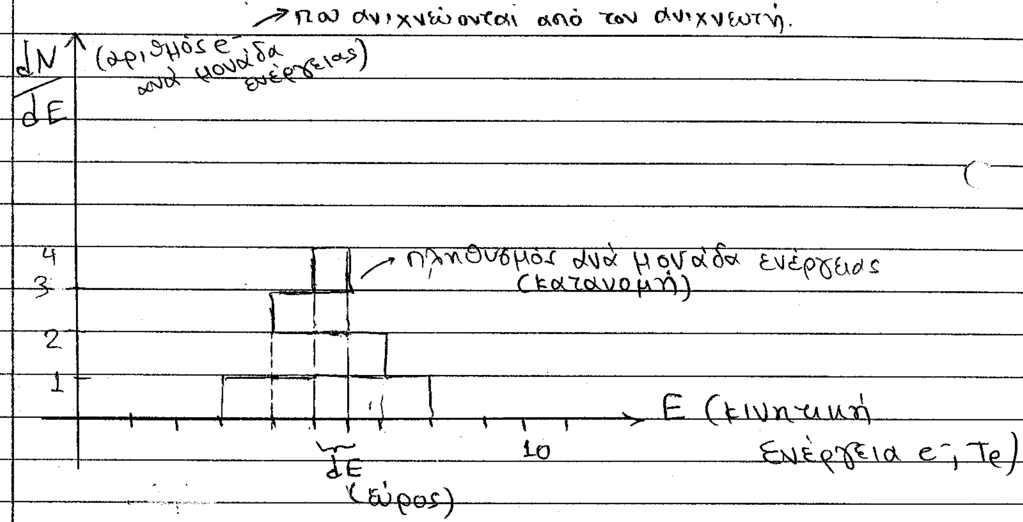


τα φωτόνια θα βγουν με ενέργεια ίση με E_γ.

$N < N_0$.

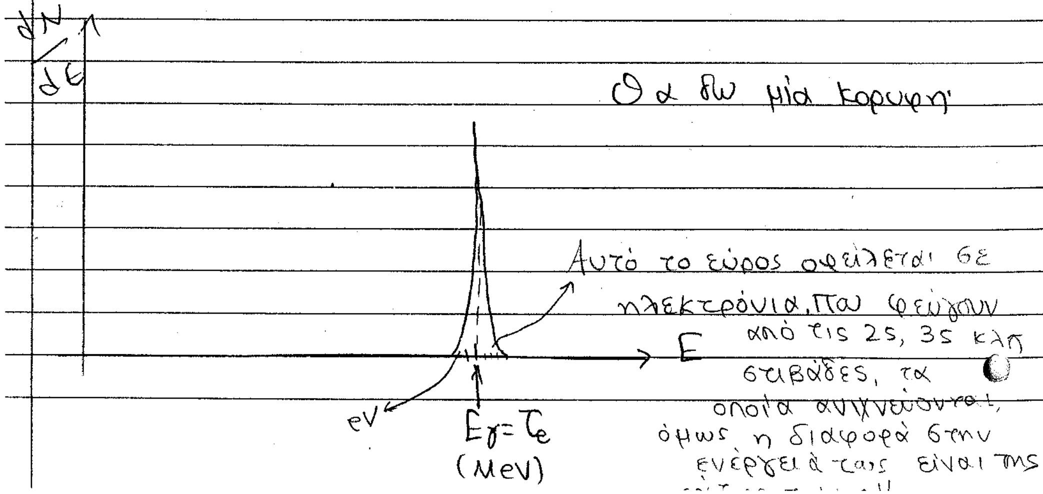
(η ενέργειά τους θα πάει στα e; όσα δεν απορροφηθούν, θα περάσουν από την άλλη πλευρά.

Ανιχνευτής: είναι ένα υλικό που θα ανταποκριθεί στα φωτόνια/σωματίδια.
Εάν το φωτόνιο αλληλεπιδράσει, απορροφάται και η ενέργειά του μεταφέρεται στα e-!!
($E_\gamma = T_e$).



Τι φάσμα e⁻ θα δει ο ανιχνευτής από μία δέσμη e⁻ με ενέργεια E_γ;

Θα δω μία κορυφή

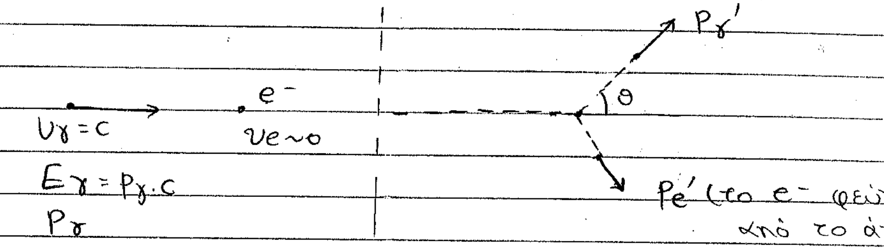


(β) Φαινόμενο Compton: ανελαστική σκέδαση φωτονίων από e
ατόμ

$\gamma + e^- \longrightarrow \gamma' + e^{-\prime}$

↳ κύριος μηχανισμός για $E_\gamma > \sim 0{,}5$ Me

πριν: | μετά:



Διατήρηση Ενέργειας: $E_\gamma = E_{\gamma'} + T_e'$
για το φωτόνιο: $E = p \cdot c$

για τα φωτόνια: $E_\gamma = h \cdot \nu$ (φωτοηλεκτρικό φαι-
νόμενο: μας υποδεικνύει τη κβάντωση της ενέργειας των φωτονίων).
Τα φωτόνια έχουν ταχύτητα c, και ορμή P_γ

Το φαινόμενο Compton αποδεικνύει τη σωματι-
φύση των φωτονίων. (σκεδάζεται όπως ένα μπα-
λάκι) Αποδεικνύεται λοιπόν ότι τα φωτόνια
έχουν σωματιδιακό χαρακτήρα. Έχουν και μετα-
φέρουν ορμή.
Το e⁻ εγκαταλείπει το άτομο προέλευσής του, με
ρεια ίση με την ενέργεια, που του απέδωσε το
τόνιο, μειωμένη κατά την ενέργεια συνδέσεώς
Η ενέργεια του φωτονίου μειώνεται, λόγω σύγκρου-
σης με τα e⁻.

Σε ένα δείγμα δε θα συμβούν και οι 3 περιπτώσεις.
(συνήθως)

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma}{1+\frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1-\cos\theta)}$$ → Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας

θ	E_γ'	$T_e = E_\gamma - E_\gamma'$
0°	E_γ	0
90°	$\frac{E_\gamma}{(1+E_\gamma/m_e c^2)}$	$E_\gamma / (1 + m_e c^2/E_\gamma)$
180°	$\frac{E_\gamma}{\left(1+\frac{2E_\gamma}{m_e c^2}\right)}$	$E_\gamma / \left(1+\frac{m_e c^2}{2E_\gamma}\right)$

Ο ανιχνευτής μπορεί να ανιχνεύσει τα e⁻ όταν λέω βλέπω, μετατρέπω το φως σε ηλεκτρόνια.

Αν έχω $\boxed{E_\gamma >> m_e c^2}$ → για φωτόνια μεγάλης ενέργειας

↓ π.χ. 1 MeV $m_e c^2 \simeq 0{,}511$ MeV

Κινητική Ενέργεια ηλεκτρονίου

$E_\gamma' = m_e c^2 \ (\theta = 90°) \Rightarrow T_e = E_\gamma - m_e c^2$

$E_\gamma' = \frac{m_e c^2}{2} \ (\theta = 180°) \Rightarrow T_e = E_\gamma - \frac{m_e c^2}{2}$.

Με ποιον τρόπο ένα φωτόνιο που σκεδάζεται αφήνει το μεγαλύτερο ποσό της ενέργειάς του στην ύλη;

Όταν το φωτόνιο σκεδάζεται με $\theta = 180°$, θα φύγει με ενέργεια $\frac{m_e c^2}{2}$. Η υπόλοιπη ενέργεια θα πάει στο ηλεκτρόνιο ($T_e = E_\gamma - m_e c^2/2$), και θα το ανιχνεύσει ο ανιχνευτής.

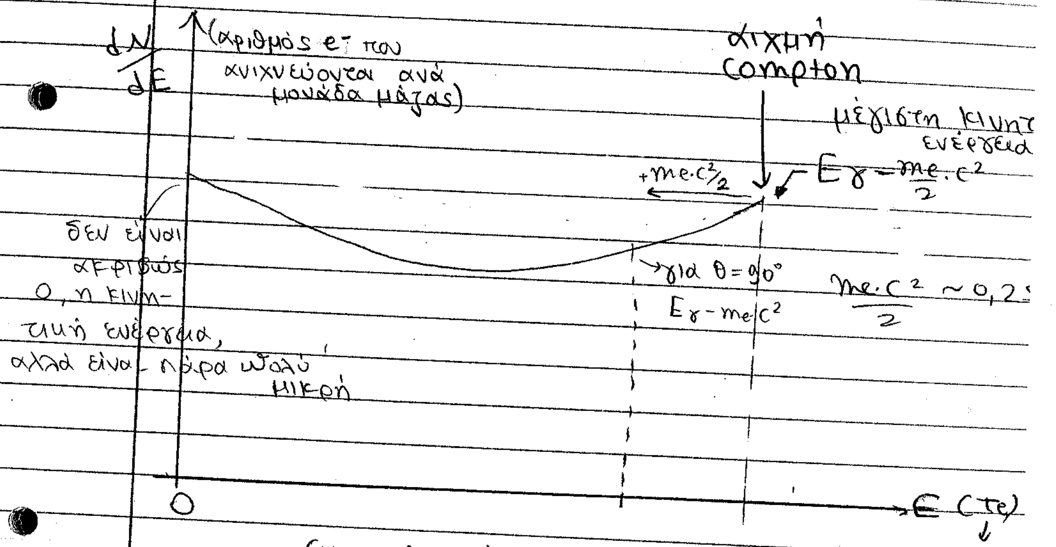
Το φωτόνιο θα αποθέσει την περισσότερη ενέργεια στο e⁻, όταν θα αποκτήσει τη μικρότερη ενέργεια και επιστρέφει με γω(νία) $\theta = 180°$

<u>Υπόθεση:</u>

Ένας ανιχνευτής αποκρίνεται μόνο στο Compton

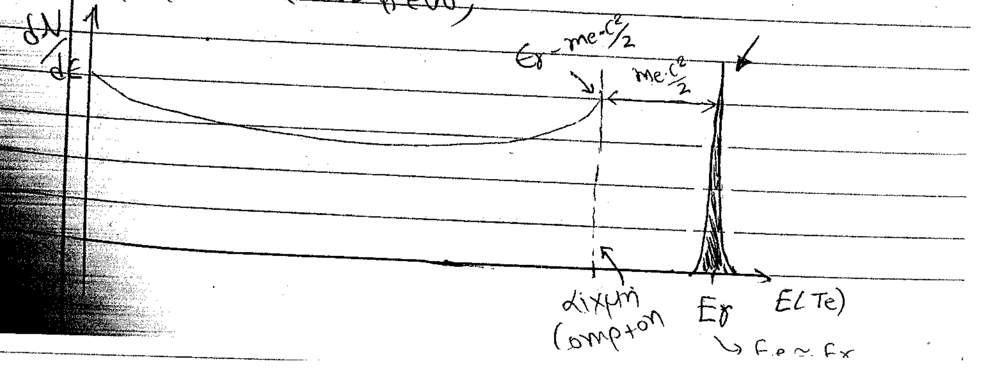
$\gamma + e^- \rightarrow \gamma' + e^{-\prime}$

$T_e = E_\gamma - E_\gamma'$



συνεχές φάσμα Compton

Πώς θα ήταν το φάσμα αν ο ανιχνευτής αποκρινόταν και σε Compton και σε φωτοηλεκτρικό φαινόμενο;



Η κορυφή στο E_γ είναι η επιθυμητή περιοχή. Σε φάσματα ακτίνων γ, η μορφή τους είναι κάπως έτσι.

(γ) Δίδυμη Γένεση: (Pair Production)

$$\gamma + A \longrightarrow A + \underbrace{e^- + e^+}_{\text{ζεύγος σωματιδίου-αντισωματιδίου}}$$

γ: φωτόνιο υψηλής ενέργειας, > 1 MeV

A: πυρήνας

Ο πυρήνας δεν επηρεάζεται. Παρέχει ηλεκτρομαγνητικό πεδίο στο φωτόνιο, που μετατρέπει το γ σε e^-, e^+, και απορροφά την ορμή, γιατί η διαδικασία $\gamma \to e^+ + e^-$ απαγορεύεται από την Αρχή Διατήρησης ορμής.

Εάν δε συναντήσει τίποτα στο δρόμο της, η δέσμη φωτονίων ζει για πάντα. Όταν περάσει κοντά από άτομο δίνει αυτή την αντίδραση:

$$\gamma + A \to A + e^+ + e^-$$

$$E_\gamma = 2m_e c^2 + (T_{e^-} + T_{e^+})$$

$2m_e c^2$: παράγει σωματίδια e^-, e^+, με κινητική ενέργεια T_{e^-}, T_{e^+}.

Τρίτη 3 Δεκεμβρίου 2019

Διάλεξη 17η:

Αλληλεπιδράσεις ακτινοβολίας και ύλης

1) Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

$$\gamma + A \to A^+ + e^- \quad , E_\gamma \simeq T_e$$

2) Φαινόμενο Compton

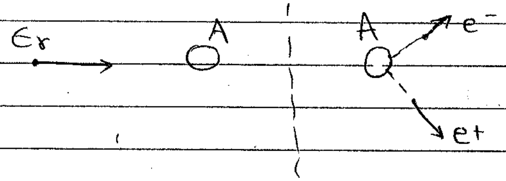
$$\gamma + e^- \to \gamma + e^- , \quad E_\gamma = E_\gamma' + T_e$$

$$T_e = E_\gamma - E_\gamma'$$

3) Δίδυμη γένεση (pair production)

$$\gamma + A \to A + (e^+ + e^-) \quad , E_\gamma = 2m_e c^2 + (T_e) + (T$$

Το φωτόνιο χάθηκε και έδωσε τη θέση του σε ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο.



Το e^- θα φρενάρει μετά από μερικά χιλιο μέσα στην ύλη

Το e^+ θα φρενάρει κι αυτό και κάποια στιγμή θα σταματήσει στην ύλη.

$$\underbrace{e^+}_{} + e^- \to \gamma + \gamma$$

θα βρει κάποιο ατομικό e^- και θα δώσε την αντίδραση εξαΰλωσης

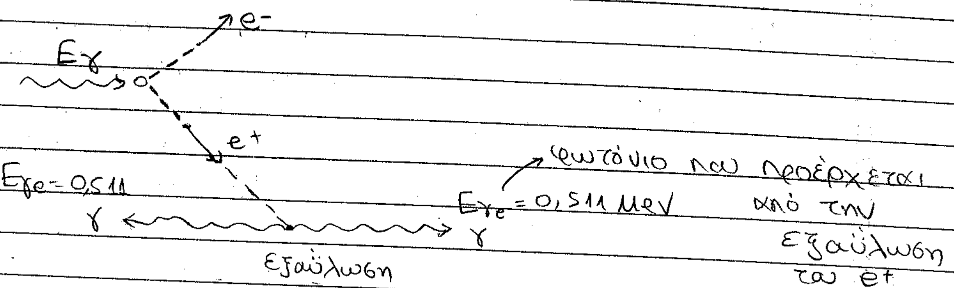
$$e^+ + \underbrace{e^-}_{\text{κάποιο ατομικό } e^-} \longrightarrow \underbrace{\gamma}_{0{,}511} + \underbrace{\gamma}_{0{,}511 \text{ MeV}}$$

Τα δύο φωτόνια που παράγονται κινούνται αντιδιαμετρικά

$E_\gamma > 2m_e \cdot c^2$ ενέργεια κατωφλίου

δηλαδή, $E_\gamma > 1{,}022$ MeV

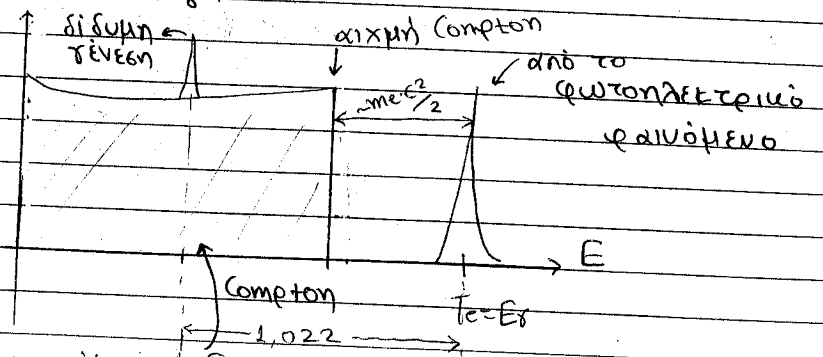
Δίδυμη γένεση:



$e^+ + e^- \to \gamma+\gamma$

Ανιχνευτής:

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, ο ανιχνευτής αποκρίνεται στο e^- που παράγεται, το οποίο έχει $T_e \approx E_\gamma$.



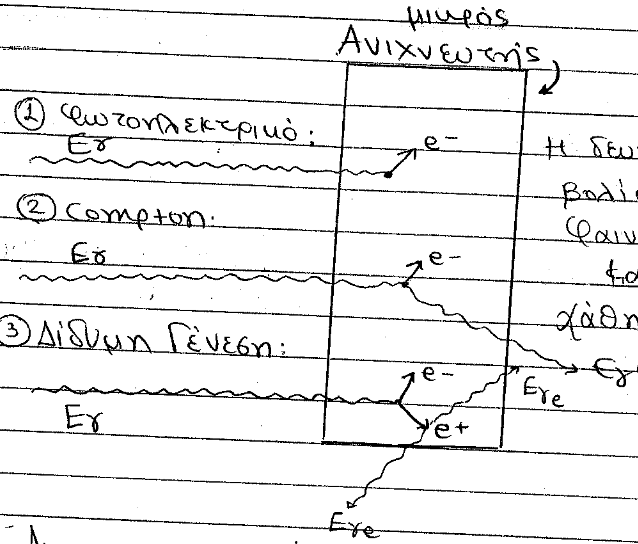
Στο φαινόμενο Compton, ανιχνεύονται τα e^- με την κινητική ενέργεια που αποκτούν, μετά τη σκέδαση.

$T_{e^-} + T_{e^+} = E_\gamma - 2m_e \cdot c^2 = E_\gamma - 1{,}022$ MeV

Δίδυμη γένεση

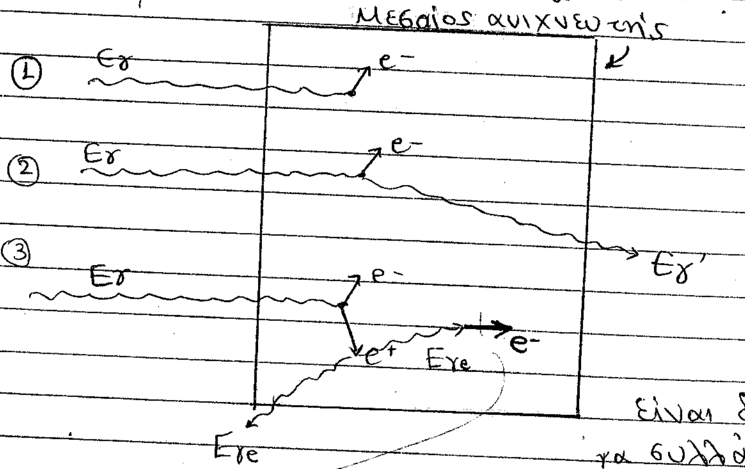
Στη δίδυμη γένεση:

$T_{e^+} + T_{e^-} = E_\gamma - 2m_e \cdot c^2$

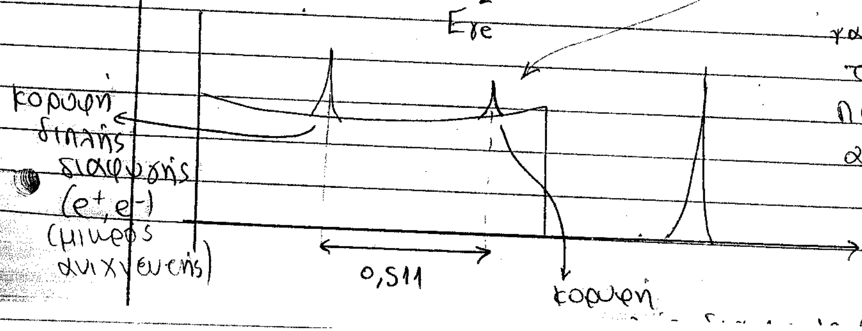


Η δευτερογενής ακτινοβολία γ στο φαινόμενο Compton και στην εξαΰλ[ωση] χάθηκε

Αν ο ανιχνευτής είναι λίγο μεγαλύτερος, τα φωτόνια E_γ' και $E_{\gamma e}$ καταγράφονται.

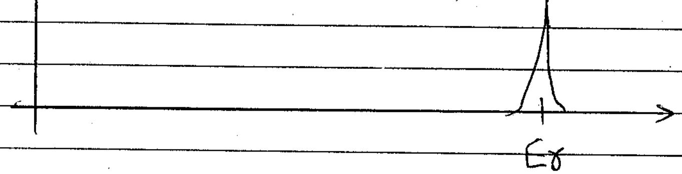


Είναι δυνατό να συλλάβει το φωτόνιο που παράγεται από την



Ο Ιδανικά μεγάλος ανιχνευτής, συλλέγει όλα τα e⁻ και τα φωτόνια

Λόγω των δευτερογενών αλληλεπιδράσεων που προλαβαίνουν και συμβαίνουν σε έναν μεγάλο ανιχνευτή, τελικά το μοναδικό σήμα του ανιχνευτή θα είναι η κορυφή, Εγ

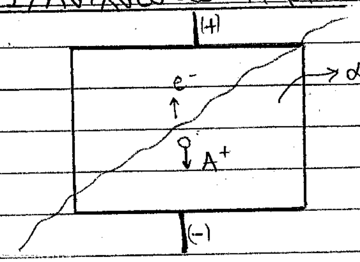


ο μικρός ανιχνευτής → διαφυγή ακτίνων γ → κορυφή διπλής διαφυγής
ο μεσαίος ανιχνευτής → κορυφή απλής διαφυγής
ο μεγάλος ανιχνευτής → κορυφή Εγ

Ανίχνευση:
Διαπιστώνω την παρουσία της ακτινοβολίας και μετράω την ενέργειά της. Επίσης, πρέπει να μπορεί να διακρίνει το είδος της ακτινοβολίας (ο ανιχνευτής).

Ανιχνευτής:
α) Διαπίστωση παρουσίας ακτινοβολίας
β) Ταυτοποίηση ακτινοβολίας
γ) Μέτρηση ενέργειας

Ανιχνευτής Ιοντίζουσας Ακτινοβολίας:
1) Ανιχνευτές Αερίου:



Αν η ακτινοβ... που εισέρχετ... ανιχνευτή εί... e⁻, τότε θα α... πιδράσει με τα... ιοντίζοντας τα ά...

τα φορτισμένα σωματίδια φρενάρουν και αφή... την ενέργειά τους, προκαλώντας Ιοντισμό.
τα φωτόνια μπορούν είτε να περάσουν ανεπηρ... είτε να πάθουν κάποιο από τα 3 φαινόμεν...

Από τη διέλευση ιοντίζουσας ακτινοβολίας θα παραχθούν ιόντα και e⁻ → θετικό ηλεκτρόδιο.
ιόντα → A^+ → Αρνητικό ηλεκτρόδιο

Η τάση πρέπει να είναι υψηλή, για να αποφύγουμε την επανασύνδεση A^+ και ...

Ζεύγη e^-, A^+ ⟹ σήμα ⟹ Ενέργεια ...

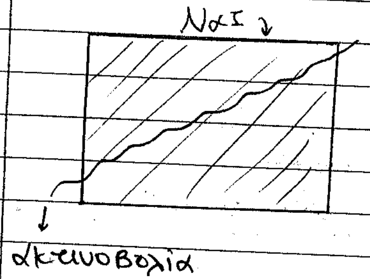
Είναι κυλινδρικής συμμετρίας, Μετράει σε ...

Ζεύγη e^-, A^+ ⟹ σήμα ⟹ (α) "ταυτοποίηση" σωμα...
(β) Μέτρηση Ε

2) Ανιχνευτές στερεάς καταστάσεως - Σπινθηριστές:

ανόργανοι: "κρύσταλλοι" π.χ. NaI, CsI, ..

οργανικοί (πλαστικοί)

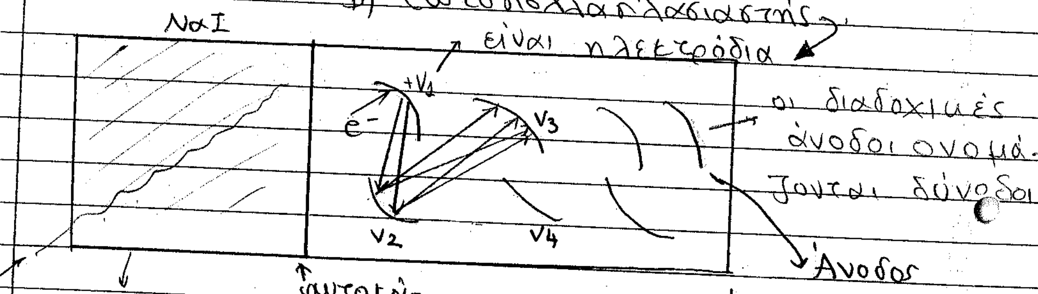


Περνάει η ακτινοβολία και αφήνει την ενέργεια του μέσα στον κρύσταλλο. Κατά την αποδιέγερση παίρνουμε ορατή ακτινοβολία σε αυτούς τους ανιχνευτές, και το καταγράφουμε.

Έχουμε δύο δυνατότητες:

α) Φωτοδίοδος

β) Φωτοπολλαπλασιαστής



Ο ανόργανος κρύσταλλος μετέτρεψε την ακτινοβολία σε ορατό φως

φωτοπολλαπλασιαστής

Το e^- χτυπάει στη δύνοδο και εκπέμπονται ηλεκτρόνια (π.χ. 2)

Το τελικό ηλεκτρόδιο που θα δεχθεί τα συνολικά e^- λέγεται Άνοδος.

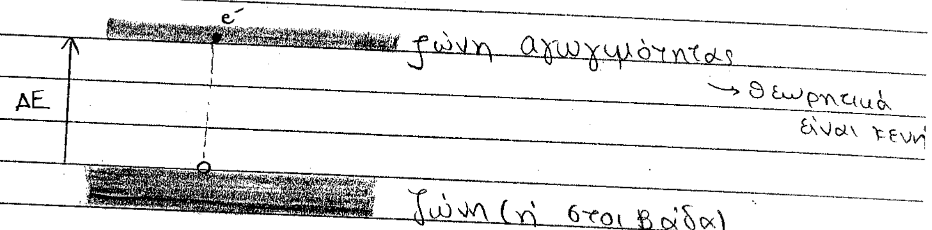
Αυτό το όργανο ονομάζεται Φωτοπολλαπλασιαστής.

3) Ανιχνευτές ημιαγωγοί Si ή Ge:

Κρύσταλλος Si

Ζώνη αγωγιμότητας

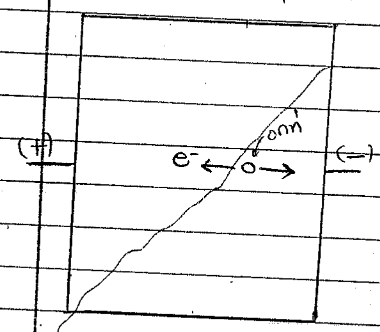
Ζώνη σθένους.



$\Delta E \sim 1\,eV$

Ένα e^- απορρόφησε ενέργεια, αποσπάστηκε από τη ζώνη σθένους και άφησε πίσω του μία οπή.

Η οπή μπορεί να ταξιδέψει.



Μέσω της ακτινοβολίας, δημιουργούνται e^- και οπές (η ενέργεια της μετατρέπεται σε ζεύγη e^- και οπών). Έτσι δημιουργείται ηλεκτρικό σήμα.

Το Ge είναι πιο ευαίσθητο. Χρησιμοποιείται για ακτινοβολίες γ.

Αποτελέσματα της Ιοντίζουσας ακτινοβολίας:

1) Διάσπαση χημικών δεσμών
2) Ιοντισμός των ατόμων
3) Μετατόπιση ιόντων στο κρυσταλλικό πλέγμα (Αν περάσει ένα σωματίδιο α, σε ένα κρυσταλλικό πλέγμα, θα μετατοπιστεί η θέση των ιόντων στον κρύσταλλο).

↳ Ο κρύσταλλος αλλάζει τη δομή του, καταστρέφεται.

Αυτό έχει τεράστια σημασία για τη σύγχρονη ζωή μας (δορυφόροι, επεξεργαστές, αεροπλάνα κλπ).

4) Μεταστοιχείωση (πυρηνική αντίδραση)

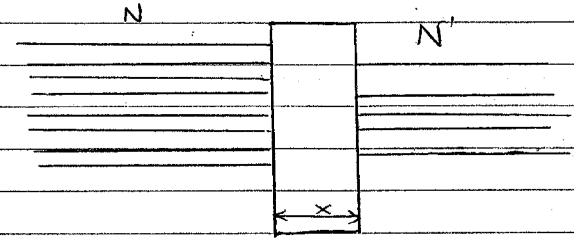
$${}_{14}Si \rightarrow {}_{15}P \rightarrow {}_{16}S$$

Τετάρτη 4 Δεκεμβρίου 2019

Διάλεξη 18η:

Ενεργός διατομή μιας αντίδρασης

- δέσμη σωματιδίων



Μεγάλη ενε
διατομή ση
νει μεγάλη
πιθανότητα
να συμβεί η
αντίδραση

"Λεπτός" στόχος

↳ όταν το N ελαττώνεται κατά 5-10%

x: πάχος στόχου

αριθμός των σωματιδίων που αντέδρασαν: $N-N'$

$\Delta N = N' - N \Rightarrow -\Delta N = N - N'$

↳ τελικό - αρχικό

Οι αντιδράσεις πυρηνικές! Είναι ταξύ πυρήνων!

Πιθανότητα αντίδρασης:

$$P = \frac{-\Delta N}{N}$$

πιθανότητα αντίδρασης

$P \propto x$ (η πιθανότητα είναι ανάλογη του πάχους του στόχου)

$P \propto n \cdot x$

↓ αριθμητική πυκνότητα (αριθμός πυρήνων του στόχου ανά μονάδα όγκου)

Άρα, $P = \sigma \cdot n \cdot x$

↳ ενεργός διατομή (είναι σταθερά αναλογίας)

$P = \sigma \cdot n \cdot x$ SOS

$$n = \frac{\text{αρ. πυρήνων (ατόμων) των υλικού}}{\text{όγκος}} = \frac{N}{V} = \frac{\text{αρ. mole} \cdot N_A}{V}$$

$$\Rightarrow n = \frac{m \cdot N_A}{A.B. \cdot V} = \frac{\rho \cdot N_A}{A.B.}$$

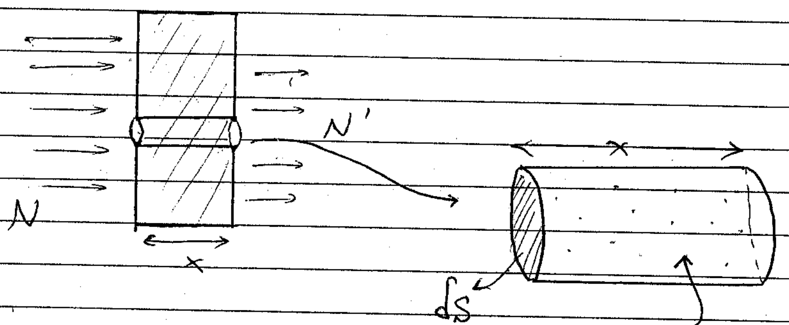
↳ πυκνότητα μάζας, ρ

Αριθμητική πυκνότητα → n } αφορούν τον στόχο (υλικό)
πυκνότητα μάζας → ρ

$$\boxed{n = \rho \cdot \frac{N_A}{A.B.}}$$

→ ή M.B. (ανάλογα με το αν είναι ατομικός ή μοριακός ο στόχος).

Τι εκφράζει το $n \cdot x$;



SOS

$n = $ αρ. ατόμων $/V$

$$n = \frac{\text{αρ. ατόμων}}{V} = \frac{\delta N}{\delta V}, \quad \delta V = x \cdot \delta S$$

$$n = \frac{\delta N}{x \cdot \delta S} \Rightarrow n \cdot x = \frac{\delta N \cdot x}{\delta S \cdot x} = \frac{\delta N}{\delta S}$$

→ αριθμός πυρήνων στον στόχο, ανά μονάδα επιφανείας

Διπλασιάζω το πάχος, διπλασιάζω το n.x, δηλαδή τον αριθμό των πυρήνων, ανά μονάδα επιφανείας

Ενεργός Διατομή, σ:

Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την ενεργό διατομή της αλληλεπίδρασης

$$\sigma = \frac{P}{n \cdot x}$$

αν $x \cdot n = 1$, δηλαδή έχω έναν πυρήνα ανά μονάδα επιφανείας, τότε $\sigma = P$.

Η ενεργός διατομή μου δίνει την πιθανότητα της αντίδρασης, ότ… ο πυρήνας μου ανά μονάδα επιφανείας είναι 1 (Δηλαδή όταν ο στόχος παρουσιάζει έναν πυρήνα ανά μονάδα επιφανείας).

Μονάδες σ (ενεργού διατομής):

$nx \longrightarrow cm^{-2}$
$\sigma \longrightarrow cm^2, m^2$
$\sigma \longrightarrow 1 \text{ barn} = 1 b$
$(1 \text{ barn} = 10^{-28} m^2 = 10^{-24} cm^2)$

$1 fm = 10^{-15} m$
$1 fm^2 = 10^{-30} m^2$
$100 fm^2 = 10^{-28} m^2$
άρα $1 b = 100 fm^2$
↳ barn → είναι η διατομή περίπου ενός "μεσοβαρούς" πυρήνα
π.χ. $A = 100$
$R = r_0 \cdot A^{1/3} = 5{,}2 fm$
$S = \pi \cdot R^2 \approx 85 fm^2$
διατομή του πυρήνα

Άρα 1 barn (b) εκφράζει τη διατομή ενός μεσοβαρούς πυρήνα.

$\sigma \to 1\,b = 10^{-24}\ cm^2$

" $1\,mb = 10^{-3}\,b$.

$1\,mb - 1\,b \to$ κλίμακα για τις πυρηνικές αλληλεπιδράσεις.

- Ποιό το εύρος τιμών για το σ, στις διάφορες αλληλεπιδράσεις;

$P = \sigma \cdot n \cdot x$

↓

την πληροφορία της αλληλεπίδρασης της δέσμης με το στόχο μας τη μεταδίδει η ενεργός διατομή.

Η πιθανότητα καθορίζεται και από το είδος της αλληλεπίδρασης, το οποίο εκφράζεται με το σ.

Τυπικές τιμές ενεργών διατομών:

1) Ατομικές συγκρούσεις : $\sigma \sim (1\,Å)^2 = 10^{8}\,b \to 1\,b$
2) Πυρηνικές συγκρούσεις : $\sigma \sim (1-1000\,mb)$

Οι πυρηνικές αντιδράσεις που χρησιμοποιούνται για να φτιάξουν τα βαριά στοιχεία, έχουν εξαιρετικά μικρές ενεργές διατομές.

Παραγωγή υπερβαρέων στοιχείων : $\sigma \sim 10^{-12} - 10^{-15}\,b$

π.χ.: Ουγκανέσιο (Og) → Z = 118

$^{48}_{20}Ca + {}^{249}_{98}Cf \longrightarrow {}^{294}_{118}Og + 3n$

(στόχος)

$t_{1/2} \sim 350$ χρόνια $t_{1/2} \sim 1\,msec$

Πρέπει να χτυπάω τον στόχο κάθε μέρα για 6 μήνες για να φτιάξουμε Og

3) Αλληλεπιδράσεις νετρίνων: $\sigma \to 10^{-20}\,b$

τα νετρίνα αλληλεπιδρούν με την ύλη με βαρύτητα και με ασθενείς αλληλεπιδράσεις μόνο!

πυρηνικές

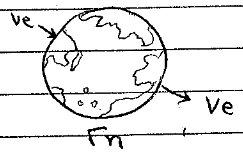
$\nu_e + n \to p^+ + e^-$ (σκέδαση νετρίνου πάνω σε νετρόνιο)

↓

στο εσωτερικό των αστέρων νετρονίων και σε εκρήξεις Super Nova

Τα νετρίνα μπορούν να διαπεράσουν τη γη με ελάχιστη πιθανότητα αλληλεπίδρασης.

↳ $P \simeq 10^{-15} - 10^{-1}$



Προβλήματα:

1) Δέσμη πρωτονίων που χτυπάει Al (στόχος).

$x = 1\,\mu m$ (πάχος στόχου)

$\sigma = 100\,mb$ (ενεργός διατομή)

Ποιά είναι η πιθανότητα αλληλεπίδρασης; και x

$\rho = 2{,}7\ g/cm^3 \to$ πυκνότητα αλουμινίου (υλικού)

Λύση:

$\sigma = 100\,mb = 0{,}1\,b = 0{,}1 \cdot 10^{-24}\,cm^2 = 10^{-25}\,cm^2$

$n \cdot x = \rho \cdot \frac{N_A}{A.B.} \cdot x = 2{,}7\,g/cm^3 \cdot \frac{6{,}023 \cdot 10^{23}\,mole^{-1}}{26{,}98\,g/mole} \cdot 10^{-6}\,m$

$\Rightarrow n \cdot x = \frac{2{,}7 \cdot 6{,}023}{26{,}98} \cdot 10^{17}\,\frac{m}{cm^3} = 0{,}60275 \cdot 10^{17} \cdot \frac{10^2\,cm}{cm^3}$

$\Rightarrow n \cdot x = 0{,}6028 \cdot 10^{19}\,cm^{-2}$

για για να αλληλεπιδράσει 1 πυρήνας. ($P = -\frac{\Delta N}{N} = 10^{-6} \Rightarrow -\Delta N = 10^{-6} \cdot N = 1 \Rightarrow N = 10^{6}$)

$P = \sigma \cdot n \cdot x = 100\ mb \cdot 0{,}6028 \cdot 10^{19}\ cm^{-2}$

$\Rightarrow P = 0{,}6028 \cdot 10^{19}\ cm^{-2} \cdot 10^{-25}\ cm^{2}$

$\Rightarrow P = 0{,}6028 \cdot 10^{-6} = 0{,}00000060287$

η πιθανότητα αλληλεπίδρασης είναι πάρα πολύ μικρή.

(β) $\bar{x} = \frac{1}{n \cdot \sigma} = 1{,}658 \cdot 10^{2}\ cm$

$\Rightarrow \bar{x} = 165{,}8\ cm$ → Μέση Ελεύθερη Διαδρομή

Σχέση $n \cdot x$, $\rho \cdot x$:

Το $\rho \cdot x$ ονομάζεται Επιφανειακή Πυκνότητα μάζας.

Ζυγίζω το υλικό με επιφάνεια $1 cm^2$, και βρίσκω τη μάζα. Έτσι υπολογίζω την Επιφανειακή πυκνότητα μάζας, $\rho \cdot x$.

αριθμός πυρήνων ανά μονάδα επιφανείας

$n \cdot x$: επιφανειακή αριθμητική πυκνότητα

$\rho \cdot x$: επιφανειακή πυκνότητα μάζας

μάζα ανά μονάδα επιφανείας (mg/cm^2)

$$\boxed{n \cdot x = \rho \cdot x \cdot \frac{N_A}{A.B}} \quad \left(n = \rho \cdot \frac{N_A}{A.B} \right)$$

2) Δέσμη p^+

Στόχος Al

$\rho \cdot x = 1\ mg/cm^2$, $P = ;$

Λύση:

$n x = \rho \cdot x \cdot \frac{N_A}{A.B}$ (1)

$\sigma = 100\ mb = 10^{-25}\ cm^2$ (2)

$P = \sigma \cdot n \cdot x$ (3)

$n \cdot x = \frac{1\ mg}{cm^2} \cdot \frac{N_A}{A.B} = \frac{1 mg \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}\ mole^{-1}}{cm^2 \cdot 26{,}98\ g \cdot mole^{-1}}$

$\Rightarrow n \cdot x = 0{,}2232 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-3}\ \cancel{g} \cdot \frac{1}{cm^2 \cdot \cancel{g}} = 0{,}2232 \cdot 10^{20}\ cm^{-2}$ (4)

Επιφανειακή αριθμητική πυκνότητα

(3): $P = \sigma \cdot n \cdot x \overset{(2)}{\underset{(4)}{=}} 10^{-25}\ \cancel{cm^2} \cdot 0{,}2232 \cdot 10^{20}\ \cancel{cm^{-2}}$

$\Rightarrow P = 0{,}22 \cdot 10^{-5} = 0{,}0000022$ → Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης

Πιθανότητα αντίδρασης νετρίνων:

3) Δέσμη νετρίνων.

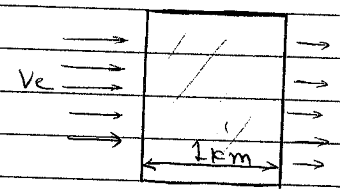
$X = 1 km$

πυκνότητα μάζας

• $\rho(H_2O) = 0{,}9\ g/cm^3$

• $\sigma = 10^{-20}\ b$

$\sigma = 10^{-20}\ b = 10^{-44}\ cm^2$.



πάγος H_2O

$n = \rho \cdot \frac{N_A}{M.B} = 0{,}3 \cdot 10^{23}$ μόρια H_2O / cm^3

M.B → H_2O

αριθμητική πυκνότητα για το H_2O.

Έχω $n = 0{,}3 \cdot 10^{23}$ άτομα O / cm^3

→ έχω ότι τα νετρίνα αλληλεπιδρούν μόνο με το Οξυγόνο.

$X = 1 km = 10^5\ cm$

$P = 0{,}3 \cdot 10^{-16}$ → Πιθανότητα αλληλεπίδρασης ανά km

ανά km

Δηλαδή πρέπει να περάσουν $0{,}3 \cdot 10^{16}$ νετρίνα, για να αλληλεπιδράσει 1.

Η σ εξαρτάται από τη φύση της αλληλεπίδρασης.

Αλληλεπίδραση φωτονίων με την ύλη:

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο:

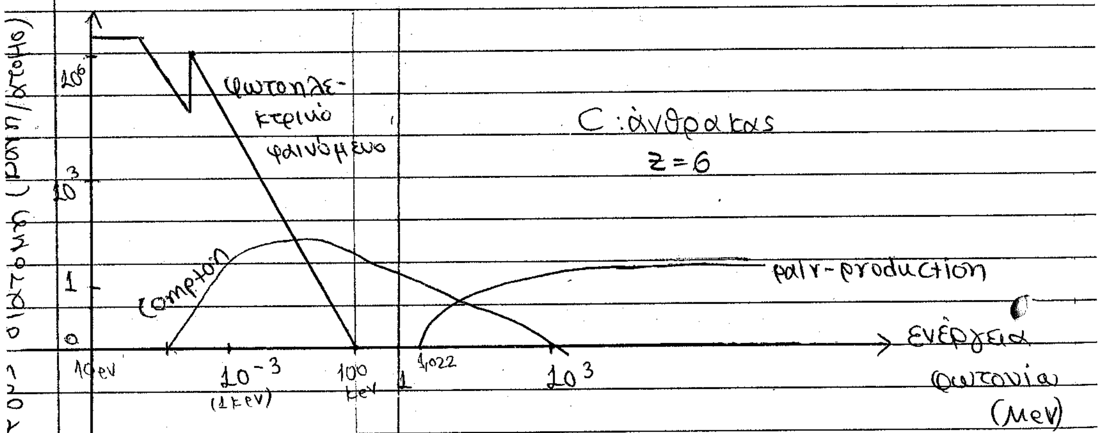
$$\boxed{\sigma_{photo} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}}}$$ → ατομικός αριθμός υλικού

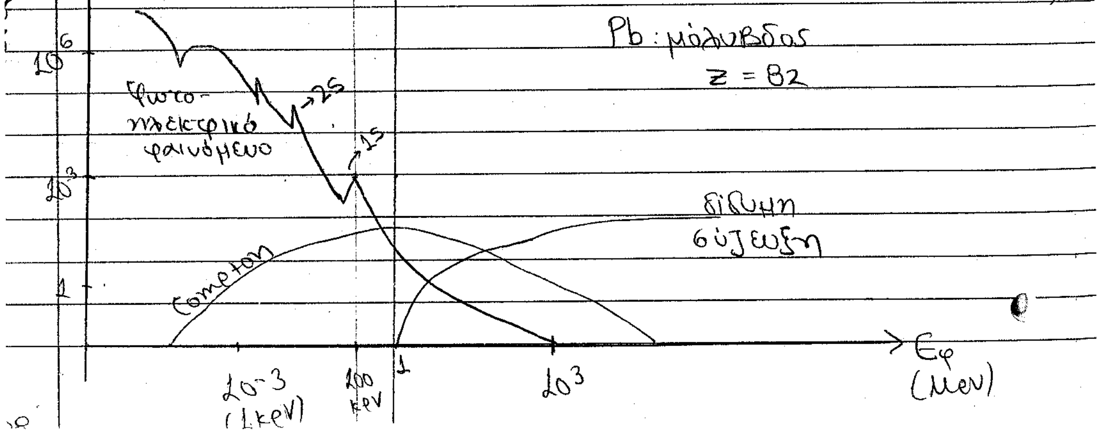
φαινόμενο Compton:

$$\boxed{\sigma_{compton} \propto Z \cdot f(E_\gamma)}$$

Pair Production:

$$\boxed{\sigma_{pair} \propto Z^2 \cdot \ln\left(\frac{E_\gamma}{m_e \cdot c^2}\right)}$$





Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο:

$$\sigma_{photo} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}}$$

$^{27}_{13}Al \rightarrow Z = 13$

$^{208}_{82}Pb \rightarrow Z = 82$

$$\frac{\sigma_{photo}(Pb)}{\sigma_{photo}(Al)} = \frac{82^5}{13^5}$$ (το E_γ είναι το ίδιο)

↳ 10,000!

Η πιθανότητα να αλληλεπιδράσουν τα φωτόνια με τον Pb είναι 10.000 φορ μεγαλύτερη. Ο Pb σταματά αποτελεσματ τα φωτόνια!

Γι' αυτό χρησιμοποιούμε μόλυβδο για να πρ τευτούμε από φωτόνια ακτινοβολίας γ.

Ολική Ενεργός Διατομή Αλληλεπίδρασης δέσ φωτονίων:

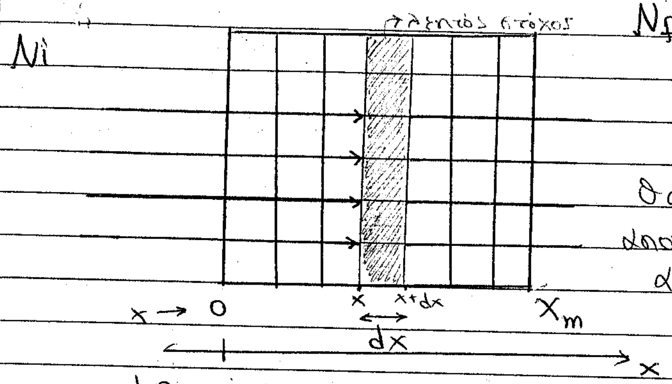
$$\sigma_{total} = \sigma_{photo} + \sigma_{compton} + \sigma_{pair}$$

↓ προσθετικός νόμος πιθανοτήτων!

Ποιά είναι η πιθανότητα να πάρω φωτοηλεκτρικό ή compton ή Pair Production;
Είναι το άθροισμα των Ενεργών Διατομών, δηλαδή των Πιθανοτήτων.

Από το $\sigma_{total} \rightarrow P_{total}$.
→ συνολική πιθανότητα

Παχύς Στόχος:



N_f : σημαντικά μικρότερο από το N_i

Θα θεωρήσαμε ότι αποτελείται από μία ακολουθία λεπτών φύλλων.

$dP = \sigma \cdot n \cdot dx$ → λεπτό φύλλο του στόχου (στοιχειώδες)

↓

πιθανότητα αντίδρασης σε κάποιο από τα διαδοχικά φύλλα, του στόχου.

Στη θέση x, έχουμε N σωματίδια.
Στη θέση $x+dx$, έχουμε N' σωματίδια $\Big\}\ -dN = N - N'$

$$\boxed{\frac{-dN}{N} = \sigma \cdot n \cdot dx} \rightarrow \text{είναι το } dp.$$

το N εξαρτάται από το βάθος, και το dN εξαρτάται από το N και από το βάθος.

$$\int_{N_i}^{N_f} -\frac{dN}{N} = \int_{x=0}^{x_m} \sigma n \cdot dx \Rightarrow \int_{N_i}^{N_f} \frac{dN}{N} = -\int_{x=0}^{x_m} \sigma \cdot n \cdot dx$$

Αν έχω ομογενές υλικό, τα σ, n είναι σταθερές.

$$\int_{N_i}^{N_f} d(\ln N) = -\sigma \cdot n \cdot x_m.$$

$$\Rightarrow [\ln N]_{N_i}^{N_f} = -\sigma \cdot n \cdot x_m.$$

$$\Rightarrow \ln \frac{N_f}{N_i} = -\sigma \cdot n \cdot x_m. \Rightarrow \boxed{\frac{N_f}{N_i} = e^{-\sigma \cdot n \cdot x_m}}$$

↓ κλάσμα σωματιδίων που εξέρχονται

Άρα:
$N_f = N_i \cdot e^{-\sigma \cdot n \cdot x_m}$.
↓
υπάρχει εκθετική μείωση του N.

Η σχέση είναι εκθετική. (η ελάττωση N_f από N_i είναι εκθετική)

Γενικά:

$$\boxed{N_f = N_i \cdot e^{\sigma \cdot n \cdot x}}$$

x → πάχος στόχου.

$$\boxed{\frac{dP}{dx} = \sigma \cdot n = \mu} \rightarrow \text{Γραμμικός συντελεστής εξασθένισης.}$$

↓
πιθανότητα αλληλεπίδρασης ανά μονάδα μήκους

Έχουμε πιθανότητα μ αλληλεπίδρασης σε μήκος 1
−//− 1 −//− $\bar{x}$

$\bar{x} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\sigma \cdot n}$ → Απόσταση που θα διανύσει για να αλληλεπιδράσει με πιθανότητα 1 το σωματίδιο

↓
Μέση ελεύθερη Διαδρομή

Αν θέσω $x = \bar{x} = \frac{1}{\sigma n}$

$$N_f = N_i \cdot e^{-\sigma \cdot n \cdot \bar{x}} = N_i \cdot e^{-1} = \frac{N_i}{e}$$

$$\frac{N_f}{N_i} = e^{-1} = \frac{1}{e} \simeq 0,37$$

Για μία ελεύθερη διαδρομή έχει αντιδράσει το 63%.

$$N_f = 0,37 \cdot N_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\sigma \cdot n}$$ → Μέση ελεύθερη διαδρομή

Παράδειγμα με νετρίνα:

1 έτος φωτός = 1 ly = 10^{14} km

- $\sigma = 10^{-20}\,b = 10^{-44}\,cm^2$
- $n = 0,3 \cdot 10^{23}$ άτομα/cm^3

$$\bar{x} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{n \cdot \sigma}$$ → Μέση ελεύθερη διαδρομή, δηλαδή η διαδρομή που θα διανύσει ένα νετρίνο για να αλληλεπιδράσει

$$\bar{x} = \frac{1}{0,3 \cdot 10^{23}\,cm^{-3} \cdot 10^{-44}\,cm^2}$$

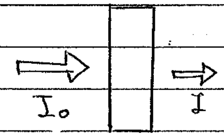
$$\Rightarrow \bar{x} = 3,3 \cdot 10^{21}\,cm = 3,3 \cdot 10^{16}\,km$$

Δηλαδή, $\bar{x}$ $330 \cdot 10^{14}$ km = 330 έτη φωτός είναι η μέση διαδρομή που πρέπει να διανύσει ένα νετρίνο για να αλληλεπιδράσει!

Το πιο κοντινό αστέρι είναι 4 έτη φωτός μακριά. Τα νετρίνα φτάνουν σε εμάς.

Νόμος Lambert-Beer:

$$A = \varepsilon \cdot b \cdot c \quad (1)$$



$$A = -\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\log T \quad (2)$$

$$\xrightarrow[(2)]{(1)} -\log\frac{I}{I_0} = \varepsilon \cdot b \cdot c \Rightarrow \log I/I_0 = -\varepsilon \cdot b \cdot c$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{-\varepsilon \cdot b \cdot c}$$

$$\Rightarrow \boxed{I = I_0 \cdot 10^{-\varepsilon \cdot b \cdot c}}$$

$$I = I_0 \cdot \left(e^{\ln 10}\right)^{-\varepsilon b c} = I_0 \cdot e^{-(\varepsilon \cdot \ln 10) \cdot b \cdot c}$$

Άρα, $\boxed{I = I_0 \cdot e^{-(\varepsilon \cdot \ln 10) \cdot b \cdot c}}$

- "ρεύμα" = $\frac{\Delta N}{\Delta S \cdot \Delta t}$ → αριθμός σωματιδίων στη μονάδα επιφάνειας και ~~χρ~~
- ροή = $\frac{\Delta N}{\Delta t}$ → αριθμός σωματιδίων στη μονάδα χρόνου

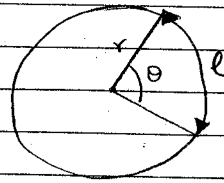
$$I = I_0 \cdot e^{-\underbrace{(\varepsilon \cdot \ln 10)}_{\sigma} \cdot \underset{x}{b} \cdot \underset{n}{c}}$$

ο συντελεστής μοριακής απορρόφησης στην πραγματικότητα είναι ενεργός διατομή

$$N_f = N_i \cdot e^{-\sigma \cdot x \cdot n}$$

Οι δύο τύποι παρουσιάζουν μεγάλη ομοιότητα.

Γωνία:



$\theta = \dfrac{l}{r}$ — $l \to$ μήκος τόξου, $r \to$ ακτίνα

Μονάδα γωνίας: 1 rad

όταν $l = r$: $\theta = 1$ rad

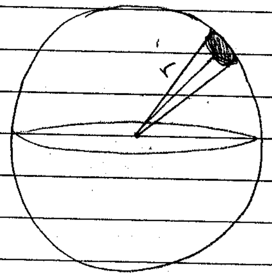
ολόκληρος ο κύκλος: $\theta = \dfrac{2\pi r}{r} = 2\pi$ (rad)

$l = r \cdot \theta$

$dl = r \cdot d\theta$

Στερεά γωνία:

Γωνία στις 3 διαστάσεις.



$\Omega = \dfrac{\text{επιφάνεια πάνω στη σφαίρα}}{r^2}$

$\Omega = \dfrac{S}{r^2}$

↓

στερεά γωνία.

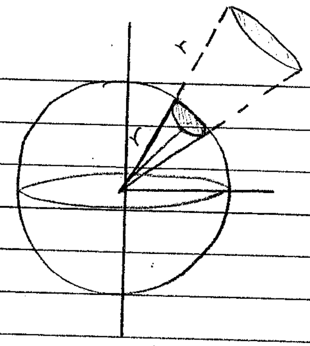
Μονάδα στερεάς γωνίας: 1 Sterad (1 sr)

Θέτω $S = r^2$

Στερεά γωνία ολόκληρης της σφαίρας:

$S_{ολ} = 4\pi r^2$

$\Omega_{σφαίρας} = \dfrac{S}{r^2} = 4\pi$ (sr)

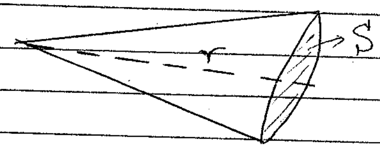


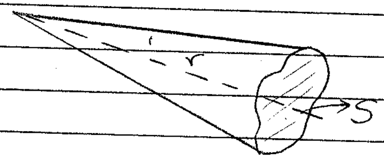
Αν διπλασιάσω την ακτίνα θα πάρω τετραπλάσια επιφάνεια. Η Ω θα μείνει η ίδια.

Τρίτη 10 Δεκεμβρίου 2019

Διάλεξη 19η

Στερεά γωνία, $\Omega = \dfrac{S}{r^2}$





$\Omega = \dfrac{S}{r^2}$ → η στερεά γωνία είναι η ίδια, αν η επιφάνεια S (όποια κι αν ~~είναι~~) είναι η ίδια, όπως και η ακτίνα

Μονάδα: Steradian (sr)

$S = r^2 \to \Omega = 1$ sr

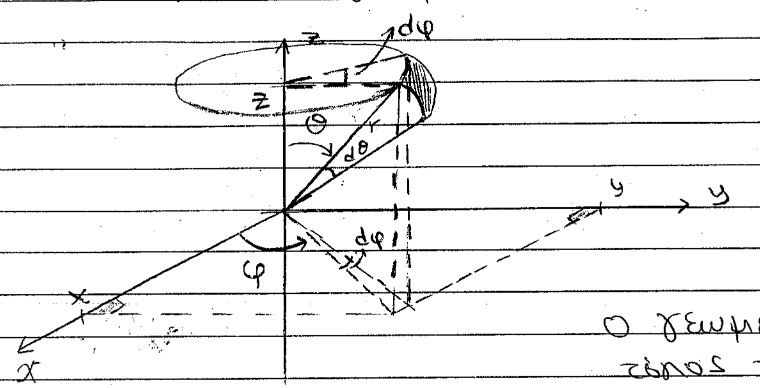
$S_{σφ} = 4\pi r^2$ (σφαίρα)

$\Omega_{σφ} = \dfrac{S_{σφ}}{r^2} = \dfrac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$

Αν έχω σφαίρες η γωνία θα είναι 4π.

ημισφαίριο: $\Omega_{σφ} = \dfrac{4\pi}{2} = 2\pi$

$dS = r^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$



$x, y, z \leftrightarrow r, \theta, \varphi$.

$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi$

$y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi$

$z = r \cdot \cos\theta$

Ο γεωμετρικός τόπος της ακτίνας r είναι μία σφαίρα. Αν την κινήσω προς όλες τις κατευθύνσεις, θα πάρω μία σφαίρα.

Τόξο που αντιστοιχεί στην $d\theta \rightarrow r \cdot d\theta = l_1$

Τόξο που αντιστοιχεί στην $d\varphi \rightarrow (r \cdot \sin\theta) \cdot d\varphi = l_2$

$\underbrace{dS}_{l_1 \cdot l_2} = (r \cdot d\theta) \cdot (r \cdot \sin\theta) \cdot d\varphi = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$.

Στοιχειώδης στερεά γωνία:

$d\Omega = \frac{dS}{r^2} \Rightarrow d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$.

δηλώνει ένα άνοιγμα στο χώρο, το οποίο εξαρτάται από την $d\theta$ και την $d\varphi$.

$dS = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

η ολοκλήρωση του φ δίνει μία ταινία πάνω στη σφαίρα

Ολοκλήρωση $\varphi \rightarrow \Delta S = \int_{\varphi=0}^{2\pi} dS = 2\pi \cdot r^2 \cdot \sin\theta \, d\theta$

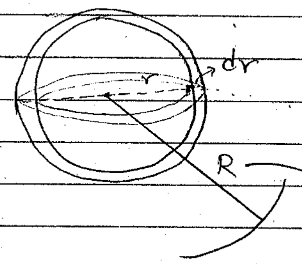
Επιφάνεια σφαίρας:

ολοκλήρωση $\theta \in (0, \pi) \rightarrow S_{σφαίρας} = \int_0^{\pi} 2\pi r^2 \sin\theta$

$\Rightarrow S_{σφαίρας} = 4\pi r^2$

Όγκος σφαίρας:

$dV = 4\pi r^2 dr$



$V = \int_{r=0}^{R} 4\pi r^2 dr$

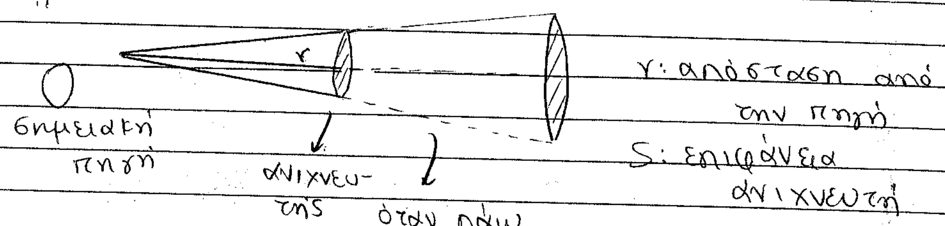
R → τελική ακτίνα της σφαίρας

$\Rightarrow V = 4\pi \left[\frac{1}{3} r^3\right]_{r=0}^{R} = \frac{4\pi}{3} \cdot R^3$

$V_{σφαίρας} = \frac{4\pi}{3} \cdot R^3$

Ανιχνευτής:

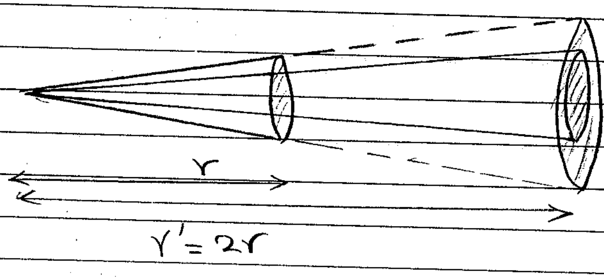
Ανιχνευτική διάταξη



όταν πάω σε 2πλάσιο r, το ίδιο άνοιγμα θα μου δώσει τετραπλάσια επιφάνεια.

Ο ανιχνευτής θα δει το $\frac{1}{4}$ των σωματιδίων.

Ο ανιχνευτής στη θέση 2r θα καλύπτει μικρότερη στερεά γωνία.



$$\Omega_d = \frac{S_d}{r^2} \qquad \Omega_d' = \frac{S_d}{r'^2} = \frac{S_d}{(2r)^2} = \frac{S_d}{4r^2} = \frac{1}{4}\frac{S_d}{r^2}$$

$$\Rightarrow \Omega_d' = \frac{1}{4}\Omega_d$$

Ο αριθμός των σωματιδίων που βλέπει αντιστοιχούν στο 1/4, γιατί όσο μεγαλώνει η απόσταση, τόσο μειώνεται η στερεά γωνία.

Νόμος αντιστρόφου τετραγώνου: $\Omega_d = \frac{S_d}{r^2}$

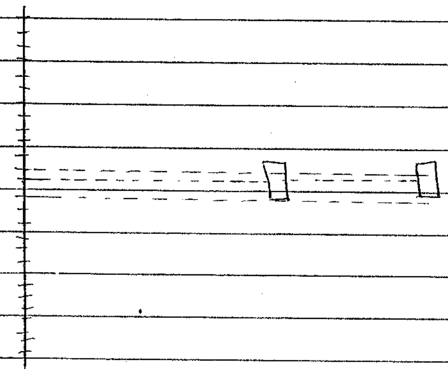
Σημειακές Πηγές - Ισότροπη Εκπομπή:

1) Σημειακή φωτεινή πηγή (λαμπτήρας, αστέρας)
2) Σημειακή πηγή ήχου
3) Σημειακή πηγή διάχυσης
4) Σημειακή ραδιενεργός πηγή

Για όλες τις πηγές όπου η εκπομπή είναι ισότροπη, ισχύει ο Νόμος αντιστρόφου τετραγώνου.

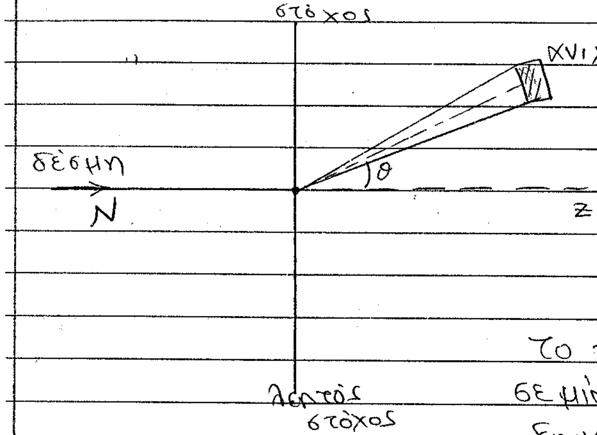
Εκτεταμένη Πηγή:

αποτελείται από άθροισμα στοιχειωδών πηγών, και όλες αυτές εκπέμπουν.



Σε όποια απόσταση κι αν είναι ο ανιχνευτής, δέχεται την ίδια ποσότητα σωματιδίων από την πηγή.

Διαφορική Ενεργός Διατομή:



→ θα δει προϊόντα που εξαρτώνται από τη θέση (γωνιακή κατανομή προϊόντων)

Το τι θα δει ο ανιχνευτής σε μία πυρηνική αντίδραση εξαρτάται από τη γωνία.

θ → πολική γωνία

φ → αζιμουθιακή γωνία

Δεν υπάρχει εξάρτηση ως προς την φ, στις πυρηνικές αντιδράσεις

Η ανίχνευση εξαρτάται από την γωνία θ!

Τα σωματίδια του ανιχνευτή αλληλεπιδρούν με τη Ραδιενέργεια

$P = \sigma \cdot n \cdot x$ → πιθανότητα αλληλεπίδρασης

$dP = d\sigma \cdot (n \cdot x)$

dP → πιθανότητα σωματιδίων να χτυπήσουν τον ανιχνευτή στη γωνία θ.

$n \cdot x$ → αριθμός πυρήνων ανά μονάδα επιφανείας

$dP = \frac{dN}{N}$

dN → ο ανιχνευτής βλέπει dN σωματίδια

N → σωματίδια που εκπέμπει η πηγή

$$\frac{dP}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) n x$$

$\frac{dP}{d\Omega}$ → διαφορική πιθανότητα.

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ → διαφορική ενεργός διατομή για να γίνει η αντίδραση σ' αυτή τη θέση θ.

Η Ενεργός διατομή εξαρτάται από τη γω

5ος

Πρόβλημα παραγωγής του ισοτόπου ^{64}Cu: $t_{1/2} =$

Ο ^{64}Cu παράγεται με την ακτινοβόληση του στόχου ^{64}Ni με πρωτόνια ($E_p = 10\ MeV$

$\sigma = 800\ mb = 0{,}8\ b$ → ενεργός διατομή

→ πιθανότητα αντίδρασης

Το ρεύμα της δέσμης p^+ είναι $i = 1\ \mu A$.

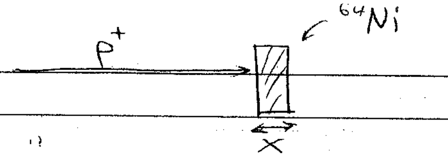
p^+

($E_p = 10\ MeV$)

Πάχος στόχου, $\rho \cdot x = 1\ mg/cm^2$

→ επιφανειακή πυκνότητα μάζας

(1) Να βρεθεί το πάχος του στόχου x, σε μm, όταν $\rho = 8{,}9\ g/cm^3$.



Αν είχα λεπτό στόχο, θα έπαιρνα ^{64}Cu σε κάποια γωνία. Σε παχύ στόχο, το ραδιενεργό ισότοπο που παράγεται, παγιδεύεται μέσα στο υλικό του στόχου.

(β) Να βρεθεί το n·x του στόχου.

$n\cdot x = \rho\cdot x\cdot \frac{N_A}{A.W.} = \ldots 9{,}4\cdot 10^{18}$ άτομα στόχου/cm^2

$^{64}Ni \Rightarrow A.B. = A.W. = 64\ g/mole$

Το φύλλο Ni αντιστοιχεί σε n·x, δηλαδή βλέπω πόσα άτομα n·x προβάλλονται στο στόχο, ανά μονάδα επιφανείας.

(γ) Να βρεθεί η πιθανότητα αντίδρασης των πρωτονίων με το Ni.

$P = \sigma\cdot(n\cdot x)$

$\sigma = 0{,}8\ b = 800\ mb = 0{,}8\cdot 10^{-24}\ cm^2$

διάσταση της διατομής των πυρήνων

σ: πιθανότητα αντίδρασης αν έχω έναν πυρήνα ανά μονάδα επιφανείας.

$P = n\cdot x\cdot \sigma = 0{,}8\cdot 10^{-24}\cdot 9{,}4\cdot 10^{8}$ άτομα στόχου/$\cancel{cm^2}$ $\cdot\cancel{cm^2}$

$\Rightarrow P = 7{,}5\cdot 10^{-6} \rightarrow$ Πιθανότητα

πρέπει να ρίξω 10^5 σωματίδια για να αντιδράσει 1.

(δ) Ποιός είναι ο αριθμός πυρήνων του ^{64}Cu που παράγονται ανά δευτερόλεπτο.

$p^+ + {}^{64}_{28}Ni \longrightarrow {}^{64}_{29}Cu + n$

$i = 1\ \mu A$ (ρεύμα)

$i = \frac{Q}{t}$

$1\ e = 1{,}602\cdot 10^{-19}\ C$

$1\ C = 0{,}624\cdot 10^{19}\ e$ → στοιχε- δη ηλεκ- κά φορτ-

$\Rightarrow i = 0{,}694\cdot 10^{13}\ \frac{\text{πρωτόνια}}{sec}$ → αριθμός πρωτονίων που χτυπάνε του στόχο ανά sec.

$1\ A = 0{,}624\cdot 10^{19}\ e/sec$ → Ampere ($1A = 1C/1s$)

$1\mu A = 0{,}624\cdot 10^{13}\ e/sec$

Θέτω $N = 0{,}624\cdot 10^{13}\ p^+/sec$ → πληθυσμός που χτυπάει ανά sec το στόχο

$P = \frac{-dN}{N} \Rightarrow -dN = N\cdot P = 0{,}624\cdot 10^{13}\ \frac{p^+}{sec}\cdot 7{,}5\cdot 10^{-6}$

$\Rightarrow -dN = 4{,}6\cdot 10^{7}$ πυρήνες $^{64}Cu/sec$

αριθμός πυρήνων ^{64}Cu που παράγονται ~~ανά sec~~

αριθμός αντιδράσεων/sec. (επειδή η στοιχειομετρία δίνει 1, ισούται με τον αριθμό των ^{64}Cu

(ε) Να βρεθεί ο αριθμός των πυρήνων ^{64}Cu που παράγονται σε μία ώρα.

$-dN\cdot t = 4{,}6\cdot 10^{7}$ πυρηνες $^{64}Cu/\cancel{sec}\cdot 3600\ \cancel{sec}$ → $1{,}7\cdot 10^{11}$ πυρήν. ^{64}Cu

$N_0 = 1{,}7\cdot 10^{11}$ πυρήνες χαλκού-64 (στ) Να βρεθεί η Ενεργότητα του παραγόμενου δείγματος ^{64}Cu (του ραδιενεργού δείγματος).

$$A_o = \lambda \cdot N_o = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_o$$

$N_o \to$ σε sec

$t_{1/2} \to$ σε ώρες

$\lambda = 1,5 \cdot 10^{-5}\ sec^{-1}$ (μετατροπή $h \to sec$)

↓

πιθανότητα διασπάσεως ανά μονάδα χρόνου (φυσική σημασία)

$$A_o = \lambda \cdot N_o = 1,5 \cdot 10^{-5} s^{-1} \cdot 1,7 \cdot 10^{11} \text{ πυρήνες } ^{64}Cu$$

$$\Rightarrow A_o = 2,5 \cdot 10^{6} \text{ διασπάσεις/sec} = 2,5 \cdot 10^{6}\ Bq$$

" 2,5 MBq

$1\ Ci = 3,7 \cdot 10^{10}\ Bq$

$1\ mCi = 37\ MBq$

Τετάρτη 11 Δεκεμβρίου 2019

Διάλεξη 20η:

Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας με την ύλη:

α) φορτισμένα σωματίδια

β) αφόρτιστα σωματίδια

γ) φωτόνια

↳ φωτοηλεκτρικό

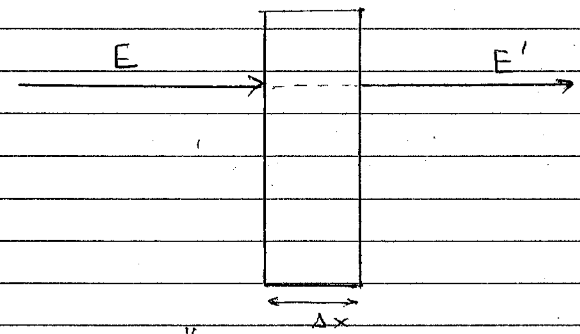
↳ Compton

↳ Δίδυμη Γένεση

Απώλεια ενέργειας φορτισμένων σωματιδίων:

τα φορτισμένα σωματίδια αλληλεπιδρούν με το η-λεκτρονιακό νέφος, μέσω δυνάμεων Coulomb.

$e^-, p^+, {}^4He^{2+}, {}^{12}_{6}C^{6+}$



"λεπτός στόχος" → χάνει ένα ποσό ενέργ-

5-10%.

Το σωματίδιο που θα βγει, θα διατηρήσει τ-

χαρακτήρα του, αλλά θα μειώσει την ενέργειά -

Απώλεια ενέργειας: $\Delta E = E' - E$

οφείλεται σε αλληλεπιδράσεις του φορτισμένου πυρήνα με το ηλεκτρονιακό νέφος.

$-\Delta E = E - E'$

$-\frac{\Delta E}{\Delta x}$: Ισχύς ανάσχεσης (stopping power)

↓ απώλεια ενέργειας ανά μονάδα μήκους

target → τ (στόχος)

$$-\frac{dE}{dx} = K_{BB} \cdot \frac{Z_\tau \cdot \rho(\tau)}{A_\tau} \cdot \frac{z^2}{v^2} \quad (1)$$

z^2 → αφορά το βλήμα

v^2 → ταχύτητα βλήματος

τ: στόχος

K_{BB} ↓ σταθερά αναλογίας

↓ Αυτή η σχέση ονομάζεται Εξίσωση Bethe-Bloch

Αν η ταχύτητα των σωματιδίων είναι η ίδια, θα έχω:

	Z	dE/dx
p^+	1	1
He^{2+}	2	×4
C^{6+}	6	×36

Όσο πιο γρήγορο είναι το σωματίδιο, τόσο πιο λίγη ενέργεια χάνει. (Ισχύει για το φορτισμένο σωματίδιο). Στην καθημερινή μας ζωή, ισχύει το αντίθετο.

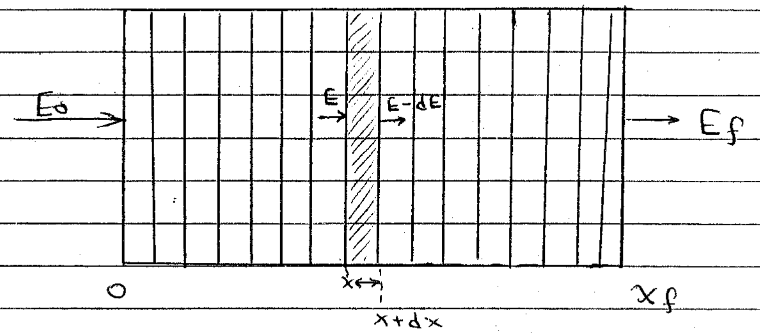
Ο τρόπος να φρενάρει ένα φορτισμένο σωματίδιο είναι αντίθετος από τον τρόπο που φρενάρουν οι μάζες στον κόσμο γύρω μας!

$$E_{σωματιδίου} = E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 2E = (m_n \cdot A) \cdot v^2$$

m_n ↳ νουκλεόνιο

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2E}{m_n \cdot A}$$

Άρα,
$$-dE/dx = \underbrace{K_{BB} \cdot \frac{Z_\tau \cdot \rho_\tau}{A_\tau} \cdot \frac{m_n \cdot A}{2}}_{K} \cdot \frac{z^2}{E} \quad (2)$$



$$-\frac{dE}{dx} = k \cdot \frac{z^2}{E} \quad (3) \Rightarrow -E\,dE = k \cdot z^2\,dx$$

$$\Rightarrow \int_{E=E_0}^{E=E_f} E \cdot dE = -k \cdot z^2 \int_{x=0}^{x=x_f} dx$$

$$\Rightarrow \frac{E_f^2}{2} - \frac{E_0^2}{2} = -k \cdot z^2 \cdot x_f$$

$$\Rightarrow E_0^2 - E_f^2 = 2 k z^2 x_f$$

x_f → πάχος υλικού

z - φορτισμένα σωματίδια

$$E_0^2 - E^2 = 2 \cdot k \cdot z^2 \cdot x \quad (4)$$

E: ενέργεια εξόδου

x: αλλοιώνω το πάχος του στόχου ως x.

Όταν $E=0$, x: εμβέλεια φορτισμένου σωματιδίου.

Εμβέλεια (Range), $x = R$, όταν $E = 0$.

↓ η απόσταση εκείνη που διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει.

$$E_0^2 = 2 \cdot k \cdot z^2 \cdot R$$

$E_0^2 = 2\cdot k\cdot z^2\cdot R \Rightarrow k = \frac{E_0^2}{2z^2 R}$ (5)

(4),(5): $E_0^2 - E^2 = E_0^2\cdot\frac{x}{R}$

$E_0^2 - E_0^2\cdot\frac{x}{R} = E^2$

$\Rightarrow E_0^2\left(1-\frac{x}{R}\right) = E^2$

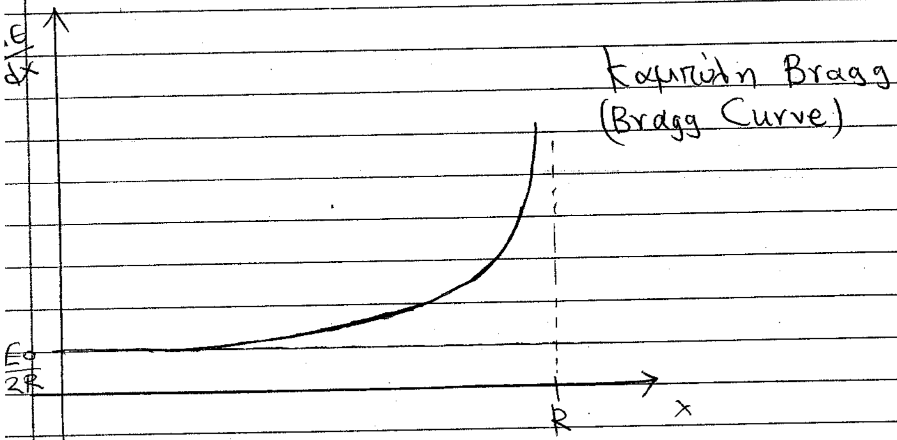
$\Rightarrow E = E_0\cdot\sqrt{1-\frac{x}{R}}$ → x: πάχος στόχου, R: εμβέλεια

E: ενέργεια εξόδου, E_0: αρχική ενέργεια

$$E = E_0\cdot\sqrt{1-\frac{x}{R}} \quad (6)$$

(3),(5),(6): $\boxed{-\frac{dE}{dx} = \frac{E_0}{2R}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{x}{R}}}}$

Γραφική Παράσταση:



σωμάτιδια α: $E_\alpha \sim 5$ MeV: $R \sim 100$ μm $= 0,1$ mm

πρωτόνια p^+: $E_p \sim 200$ MeV: $R \sim 20$ cm.

ηλεκτρόνια e^-: $E_e \sim 1$ MeV: $R \sim 1-2$ mm.

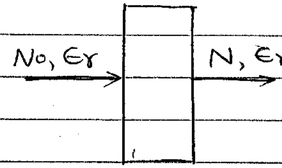
τεθλασμένη τροχιά

Δόση που εναποθέτει μια ακτινοβολία - Υπολογ...

↳ το ποσό ενέργειας που αποθέτει η ιοντίζουσα ακτινοβολία στο υλικό ανά μονάδα μάζας

(I) Φωτόνια: $\sigma = \sigma_{photo} + \sigma_{compton} + \sigma_{pair}$

$dP = \sigma\cdot n\cdot dx = -\frac{dN}{N} \longrightarrow N = N_0\cdot e^{-n\cdot\sigma\cdot x}$ ↳ εξερχόμενα σωμα...



Θεωρώ ότι όποια είναι compton απορροφήθηκαν.

Απορροφήθηκαν $N_0 - N$ φωτόνια, $(-dN)$

$-\frac{dN}{dx} = \sigma\cdot n\cdot N$

↳ αριθμός απορροφώμενων φωτονίων ανά μον... μήκους

$\Rightarrow -\frac{dN}{dx} = \sigma\cdot n\cdot \underbrace{N_0\cdot e^{-\sigma\cdot n\cdot x}}_{\text{αριθμός φωτονίων που εξέρχονται}}$.

για $x=0$: $\left(-\frac{dN}{dx}\right)_0 = \sigma\cdot n\cdot N_0$.

Απορροφώμενη δόση ανά μονάδα μήκους:

$\frac{dD}{dx} = E_\gamma\cdot\left(-\frac{dN}{dx}\right) \longrightarrow \frac{dD}{dx} = \underbrace{E_\gamma\cdot(\sigma\cdot n\cdot N_0)}_{\left(\frac{dD}{dx}\right)_0 (x=0)}\cdot e^{-\sigma\cdot n\cdot x}$

$\frac{dD}{dx}$: δόση απορροφώμενη ανά μονάδα μήκους

E_γ: ενέργεια κάθε φωτονίου που...

$-\frac{dN}{dx}$: απορροφώμενα φωτόνια ανά μονάδα μήκους

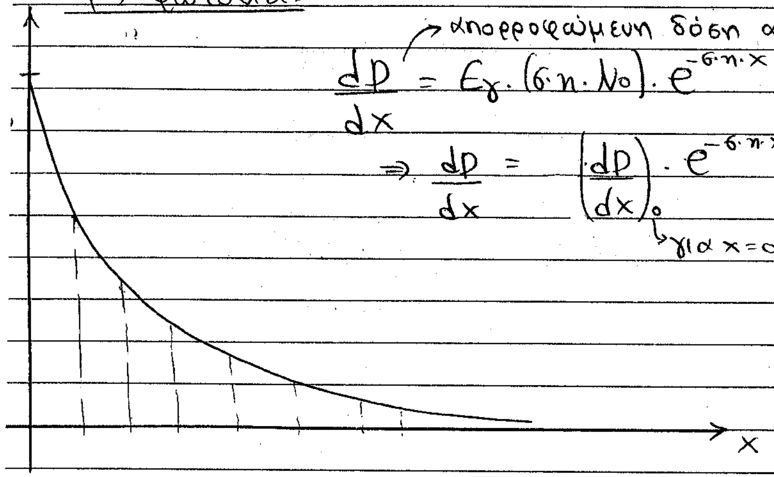
(I) Φωτόνια:

$$\frac{dP}{dx} = E_{\gamma} \cdot (\sigma \cdot n \cdot N_0) \cdot e^{-\sigma \cdot n \cdot x}$$

απορροφώμενη δόση ανά μονάδα μήκους

$$\Rightarrow \frac{dP}{dx} = \left(\frac{dP}{dx}\right)_0 \cdot e^{-\sigma \cdot n \cdot x}$$

για $x=0$



η εναποτιθέμενη δόση είναι μικρότερη ανά μονάδα μήκους

Το μεγαλύτερο μέρος της δόσεως εναποτίθεται στην αρχή.

(II) για φορτισμένα σωματίδια:

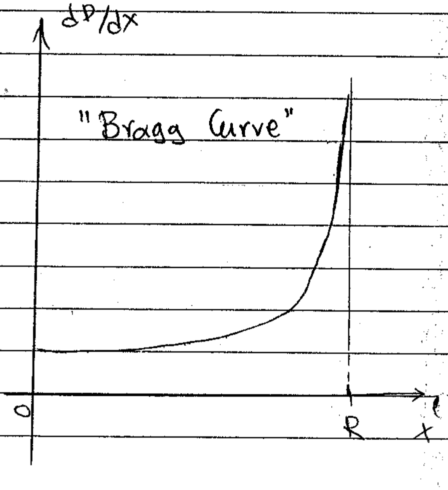
$$\frac{dP}{dx} = N_0 \cdot \left(-\frac{dE}{dx}\right)$$

απορροφώμενη δόση ανά μονάδα μήκους

$$\frac{dD}{dx} = N_0 \cdot \frac{E_0}{2R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x}{R}}}$$

εναποτιθέμενη δόση

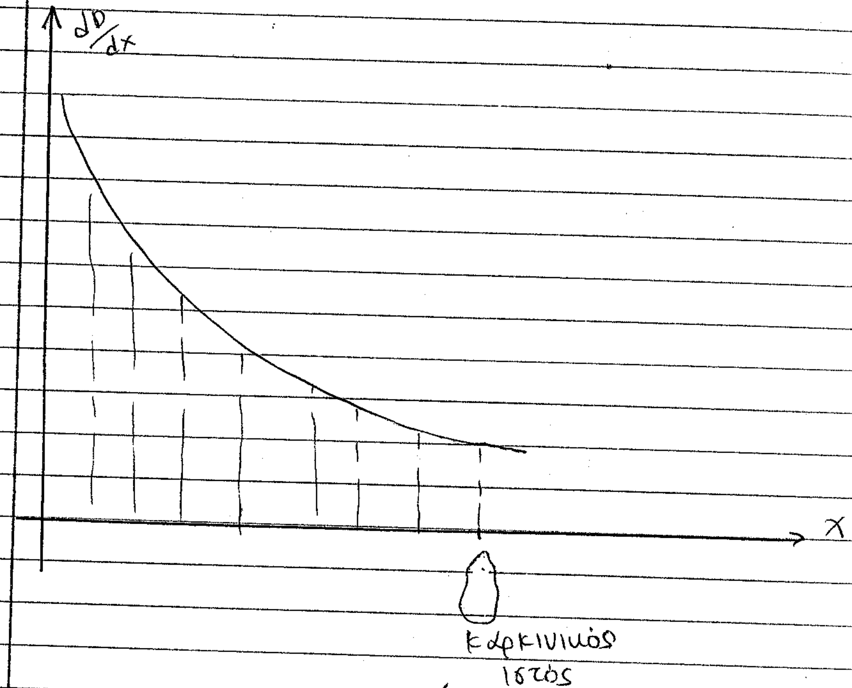
για $x=0$: $\left(\frac{dP}{dx}\right)_0 = \frac{N_0 \cdot E_0}{2R}$



Η Ραδιοθεραπεία μπορεί να εφαρμοσθεί είτε με φωτόνια, είτε με φορτισμένα σωματίδια.

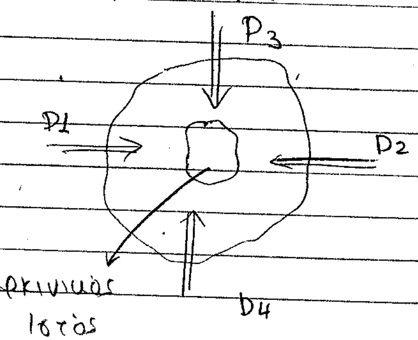
1) Ραδιοθεραπεία με φωτόνια:

$E_{\gamma} \sim 1-10$ MeV



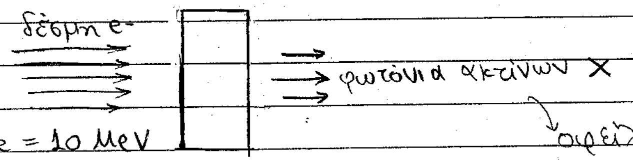
Το μεγαλύτερο μέρος της ακτινοβολίας πάει στους υγιείς ιστούς. Στον καρκινικό φτάνει πολύ λιγότερη ακτινοβολία.

Συμβατική ραδιοθεραπεία:



Ακτινοβολάμε από διάφορες κατευθύνσεις

Παραγωγή φωτονίων Υψηλής Ενέργειας για Ραδιοθεραπεία: "MegaVolt X-rays"

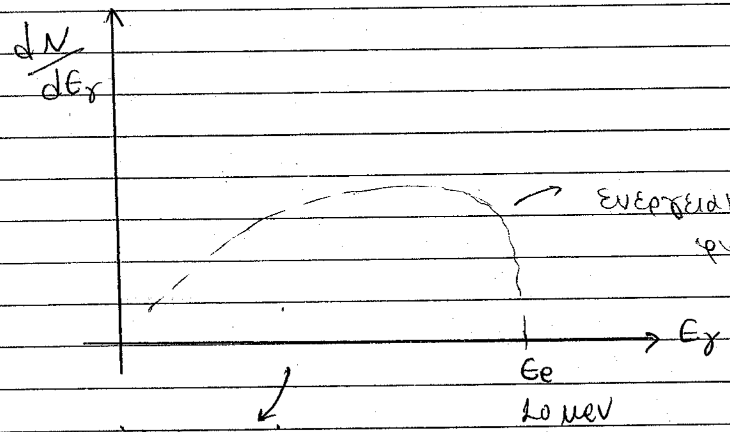


οφείλονται στις ακτινοβολίες πέδησης

$v_e = c$ → εξαιρετικά μεγάλης ταχύτητας

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο επιταχύνεται ή επιβραδύνεται, εκπέμπει ακτινοβολία ηλεκτρομαγνητική. Έτσι γίνεται και στα e-. (ακτίνες X)

Ταλάντωση e- στην κεραία → Εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας → Εκπομπή κυμάτων → Λειτουργία ραδιοφώνων → Η κεραία μας δέχεται την εκπεμπόμενη ακτινοβολία και τα e- την προσλαμβάνουν.



→ ενεργειακό φάσμα φωτονίων

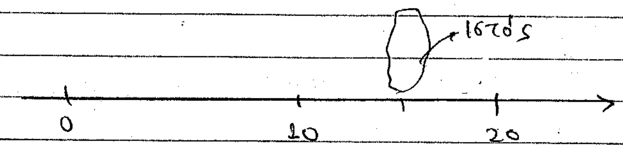
Δεν έχουν να κάνουν με ραδιενέργεια

όλες αυτές οι ενέργειες οφείλονται στις ακτινοβολίες πέδησης.

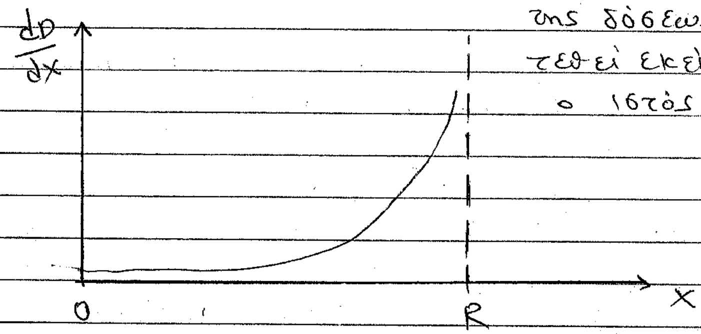
Καλούνται "Megavolt x-rays"

2) Θεραπεία με πρωτόνια υψηλής ενέργειας: (proton therapy, PT).

$E_p = 200$ MeV → μπορώ να φτάσω σε ιστούς που είναι σε βάθος 15-20 c



το μεγαλύτερο μέρος της δόσεως θα αποτεθεί εκεί που είναι ο ιστός.



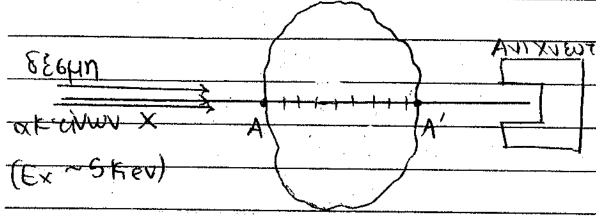
Ρυθμίζουμε την ενέργεια των πρωτονίων ώστε να εισχωρήσουν και να σταματήσουν εκεί που είναι ο ιστός.

Δεν είναι σωστό να χτυπήσουμε ευαίσθητους ιστούς με φωτόνια. Η θεραπεία με πρωτόνια είναι πιο ευαίσθητη. → Κέντρα Θεραπείας Πρωτονίων (δεν υπάρχουν στην Ελλάδα).

Είναι δυνατόν να έχουμε θεραπείες με ^{12}C, ^{14}N. (θεραπείες αδρονίων). → Heavy Ion Cancer Thera

Τεχνικές απεικόνισης:

1) Εξωτερική ραδιογραφία με ακτίνες X → απεικόνιση μερών του οργανισμού με ακτινοβόληση.



Ουσιαστικά είναι η ακτινογραφία.

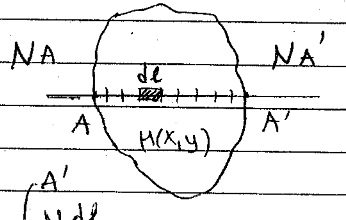
Οι ακτίνες X τώρα είναι χαμηλής ενέργειας σε σχέση με πριν (Soft x-rays). Δεν προκαλούν τόσο εκτεταμένο ιονισμό.

$$dP = -\frac{dN}{N} = \sigma \cdot n\, dx = \mu \cdot dl \quad (dl: dx, dy, dz)$$

→ μ: γραμμικός συντελεστής εξασθένισης (πιθανότητα αλληλεπίδρασης ανά μονάδα μήκους)

Μέσα στους ιστούς υπάρχουν πολύπλοκες δομές (αλλά είναι αραιότερος, αλλά πυκνότερος)

το μ εξαρτάται από το x και το y.



Έχω χωρίσει την AA' σε στοιχειώδη μήκη dl.

Η μεταβολή του N είναι στην ευθεία AA'.

$$\int_{N=N_A}^{N=N_{A'}} \frac{dN}{N} = -\int_A^{A'} \mu\, dl$$

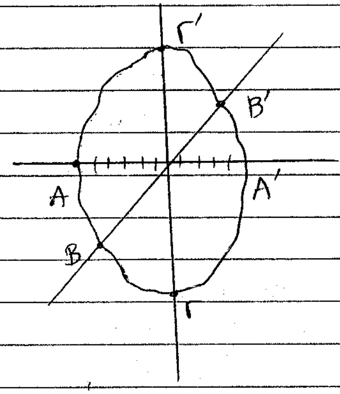
$$\Rightarrow [\ln N]_{NA}^{NA'} = -\int_A^{A'} \mu\, dl$$

$$\Rightarrow \ln NA' - \ln NA = -\int_A^{A'} \mu\, dl$$

$$\ln\frac{NA'}{NA} = -\int_A^{A'} \mu\, dl \Rightarrow NA' = NA \cdot e^{-\int \mu(x,y)\, dl}.$$

Ο ανιχνευτής δίνει σήμα: $\frac{NA'}{NA}$

άρα αμέσως παίρνουμε πληροφορίες για το ολοκλήρωμα $-\int \mu(x,y)\, dl$



Στρέφουμε τον ανιχνευτή σε διάφορα ευθύγραμμα τμήματα γύρω από τον ιστό.

↓

τεχνική αποσυνέλιξης (deconvolution)

Ο ανιχνευτής δίνει έναν κατάλογο ολοκληρωμάτων και έτσι βγάζουμε συμπεράσματα για το μ(x,y).

$\sigma_{photo} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{7/2}}$ → στα οστά υπάρχει ${}_{20}Ca$, το Z είναι μεγάλο, το E_γ μικρό. Η απορρόφηση είναι πολύ έντονη στα οστά, λόγω του ασβεστίου

μ(x, y, z) → παίρνουμε αναπαράσταση του οργάνου

↓

τη z πληροφορία την παίρνουμε με μετατόπιση, είτε του ανιχνευτή είτε του ασθενή.

2) Εσωτερική ραδιογραφία με χρήση ραδιο-ισοτόπων (σπινθηρογράφηση)

Τό τεχνήτιο είναι το ραδιοϊσότοπο που χρησιμοποιείται.

σύνηθες ισότοπο: $^{99}_{43}Tc^*$

$^{99}_{42}Mo$ $t_{1/2}=60h$

β^--διάσπαση ($n \to p^+$)

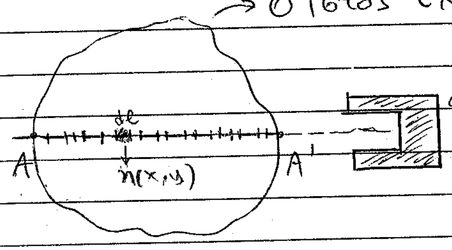
$^{99}Tc^*$ (1η διεγερμένη κατάσταση) $t_{1/2}=6$ ώρες

$E_\gamma = 140keV$

$^{99}_{43}Tc$ ($t_{1/2}=210{,}000$ χρόνια)

η Εσωτερική ραδιογραφία οφείλεται σε αυτήν την E_γ-ακτινοβολία που εκπέμπεται το Tc^* όταν αποδιεγείρεται.

→ Ο ιστός έχει απορροφήσει το Tc^*



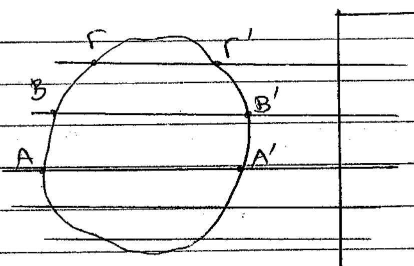
Ο ανιχνευτής θα δει ένα σήμα, Σ:

$$\Sigma_{AA'} \propto \int_A^{A'} n(x,y)\,dl$$

αριθμητική πυκνότητα τεχνητίων στη θέση (x,y).

Σε κάθε θέση πάνω στην AA' έχουμε μία πυκνότητα Tc.

Το $n(x,y)$, αφορά την αριθμητική πυκνότητα του τεχνητίου που κατανάλωσε ο ασθενής.



γάμμα-camera

Στοιχεία της Γ-κάμερα:
- κατευθυντήρας
- σπινθηριστής NaI
- συστοιχία φωτοπολλαπλασιαστών
- απαραίτητα ηλεκτρονικά συστήματα
- μολύβδινη θωράκιση αρκετά πάχ

3) Εσωτερική Ραδιογραφία με χρήση ραδιοϊσοτόπων - PET:

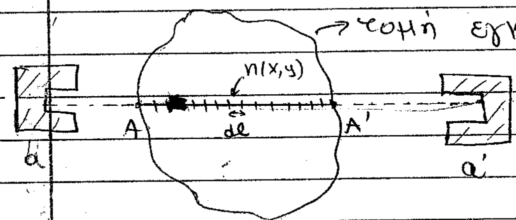
PET (Positron emission Tomography):

Το ραδιοϊσότοπο διασπάται με β^+.

$$^{18}_{9}F_9 \longrightarrow {}^{18}_{8}O + e^+ + \nu_e \,, \quad t_{1/2} = 110 \text{ min}$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow \underset{0{,}511\,MeV}{\gamma_e} + \underset{0{,}511\,MeV}{\gamma_e} \qquad E_\gamma = 0{,}511 \text{ MeV}$$

→ τομή εγκεφάλου (κάτοψη)



Έχω 2 ανιχνευτές (α,α') και τους "ζητάω" να απαριθμούν συμπτώσεις → συμπτώσεις των ακτίνων γ ($\gamma_e \leftarrow \quad \rightarrow \gamma_e$)

ρυθμός συμπτώσεων στο ζεύγος των ανιχνευτών (α,α')

↳ $R_{\alpha\alpha'} \propto \int_A^{A'} n(x,y)\,dl$ → άθροισμα $n \cdot dl$ στην ευθεία AA'.

$n(x,y)$: κατανομή-συγκέντρωση ^{18}F στην ευθεία AA'.

Στο PET μπορώ να έχω 20, 30 ζευγάρια ανιχνευτών, άρα θα έχω 30 ρυθμούς συμπτώσεων σε διαφορετικές γωνίες.

Το ^{18}F μεταφέρεται στον εγκέφαλο όντας προσδεδεμένο με τη γλυκόζη.

Τα e^+ σταματάνε σε ένα $\Delta x \sim 2mm$.
Με τη βοήθεια της PET πετυχαίναμε καλές διαχωριστικές ικανότητες.
Άλλα ραδιοϊσότοπα PET
^{11}C, $t_{1/2} = 20\,min$

^{15}O, $t_{1/2} = 2\,min$

^{64}Cu, $t_{1/2} = 13\,h$

^{43}Sc, $t_{1/2} = 4\,h$

^{44}Sc, $t_{1/2} \sim 4\,h$

Δεν μπορούμε να τα πάρουμε από ραδιενεργό πηγή, πρέπει να τα φτιάξουμε εκείνη την ώρα

$Tc^* \rightarrow \Delta x \sim 0{,}5 - 1{,}0\ cm$ προσδιορίζονται πιο μεγάλα μεγέθη
$PET \rightarrow \Delta x \sim 1-2\ mm$ προσδιορίζονται απειροελάχιστα μεγέθους κόκκου ρυζιού

Τρίτη 17 Δεκεμβρίου 2019
Διάλεξη $21^η$:
MRI: Magnetic Resonance Imaging
ATKINS
↳ Κάναμε NMR χρησιμοποιώντας το ^1H που υπάρχει στο νερό

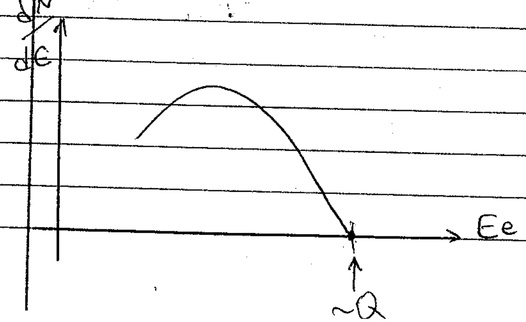
Η απεικόνιση θέλει ακτίνες γ που θα βγουν από το σώμα για να φτάσουν στον ανιχνευτή.
Η θεραπεία θέλει απόθεση της δόσης στον στόχο με ιονίζουσα ακτινοβολία

ΘΕΡΑΠΕΙΑ:

Θεραπεία με χορήγηση ραδιοϊσοτόπου: είναι ασταθές και διασπάται
1) Εντοπισμένη απόθεση δόσεως:
Ενεργότητα: ο αριθμός των διασπάσεων ανά μονάδα χρόνου σε ένα δείγμα.
Δόση: ποσό της ενέργειας που απορροφάται ανά μονάδα μάζας
2) Κατάλληλος χρόνος $t_{1/2} \in (1h, 10d)$.
3) Μη τοξικό
Κύρια ραδιοϊσότοπα:
(α) β^- - εκπομποί

▷ $^{131}_{53}I$: $t_{1/2} = 8$ ημέρες
$E_e \sim 0{,}2\ MeV$, $E_\gamma = 0{,}363\ MeV$

$A \xrightarrow{\beta^-} B + e^- + \bar{\nu}_e$, $Q \sim 1\ MeV$ → σος: εκφράζει την ενέργεια που εκλύεται από μία διεργασία.



Στην α-διάσπαση, η ανάκρουση του βαρύ πυρήνα είναι ελάχιστη. Η ενέργεια πάει στο ελαφρύ σωματίδιο α.
Στην β-διάσπαση, επειδή διώχνει δύο σωματίδια, δεν έχει καθόλου κινητική ενέργεια ο θυγατρικός πυρήνας.
Το Q ~ απεικονίζεται στα σωματίδια $\bar{\nu}_e$, e^-.

Το ιώδιο είναι θεραγνωστικό ραδιοϊσότοπο.

Διάγνωση με την ακτινοβολία γ

Θεραπεία με τα e^-

$R_e \sim 1-3$ mm

▷ ${}^{90}_{39}Y$, $t_{1/2} = 64h$, $\bar{E}_e = 0{,}9$ MeV (Sc-44, Sc-43: κάναν την ίδια δουλειά)

▷ ${}^{64}_{29}Cu$, $t_{1/2} = 13$ h (είναι θεραγνωστικό ισότοπο)
$\bar{E}_e = 0{,}6$ MeV
→ β^+ (PET-συσκευή) → απεικόνιση

▷ ${}^{67}_{29}Cu$, $t_{1/2} = 62$ h
$\bar{E}_e = 0{,}6$ MeV
$E_\gamma = 0{,}185$ MeV
→ β^- διάσπαση (γ-κάμερα) → απεικόνιση
→ Είναι κι αυτό ένα θεραγνωστικό νουκλίδιο.

Η απεικόνιση γίνεται με τη χρήση φωτονίων.
Η θεραπεία γίνεται με τη χρήση ηλεκτρονίων, πρωτονίων και φωτονίων.

β) α-εκπομποί:
→ αφορά βαρείς πυρήνες
$E_\alpha = 4-6$ MeV
Έχουν πολύ μικρή εμβέλεια.
Η εμβέλειά τους, R_α είναι 50-100 μm.
$R_\alpha \sim 50-100\mu m$.
σταματάμε τα σωματίδια σε μικρότερο όγκο ιστού.

Ένας ιστός σε σχήμα ρυζιού αν ακτινοβοληθεί με Mega-Xrays, ή με Cu, Y κλπ θα προκαλέσει βλάβες και στους γύρω ιστούς.
Γι'αυτό οι α-εκπομποί είναι καταλληλότεροι.

• ${}^{223}_{88}Ra$, $t_{1/2} = 11{,}4$ d
→ έχει χημεία αλκαλικής γαίας.

• ${}^{211}_{85}At$, $t_{1/2} = 72$ h
→ έχει χημεία αλογόνου
→ δεν μπορεί να παραχθεί σε πυρηνικούς αντιδραστήρες.
Για να το παράξουμε πρέπει να πάρουμε πυρήνες He^{2+} και να βομβαρδίσουμε ένα φύλλο βισμουθίου.

$${}^{4}_{2}He^{2+} + {}^{209}_{83}Bi \longrightarrow [{}^{213}_{85}At]^* \longrightarrow {}^{211}_{85}At + 2n$$

$E_\alpha = 28$ MeV

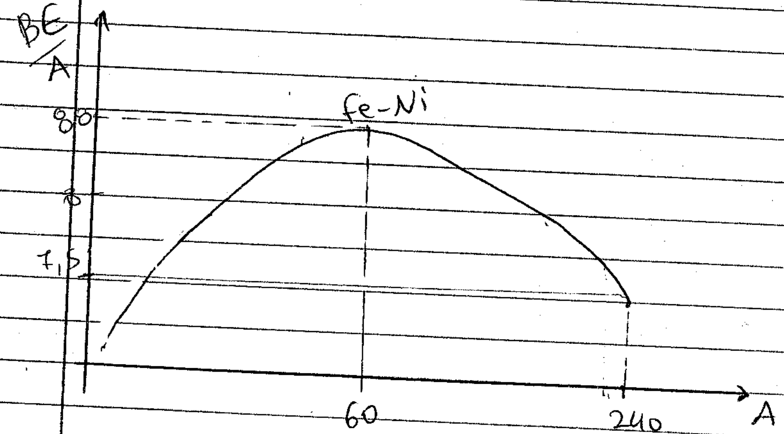
όταν οι βαρείς πυρήνες είναι πολύ διεγερμένοι διώχνουν σωματίδια

• $^{149}_{65}Tb$, , $t_{1/2} = 4h$
↳ ανήκει στις λανθανίδες
↳ Είναι από τους πιο ελαφρείς πυρήνες που διασπώνται με διάσπαση α.
$E_\alpha \sim 4\ MeV$

Γιατί είναι επικίνδυνα τα κινητά;
Το κινητό επικοινωνεί με τους σταθμούς εκπομπής μέσω της κεραίας.
Η κεραία στέλνει ραδιοφωνικά κύματα ή μικροκύματα (ηλεκτρομαγνητικά κύματα) στο κινητό. Το κινητό έχει κεραιάκι μέσα και όταν φτάνουν τα κύματα, τα e^- της κεραίας τίθενται σε ταλάντωση.
Η εξαιρετικά μεγάλη ταλάντωση που τίθενται τα e^- μπορεί να προκαλέσει βλάβες στον οργανισμό (αυτί, μάτι), οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν σε εμφάνιση όγκου.

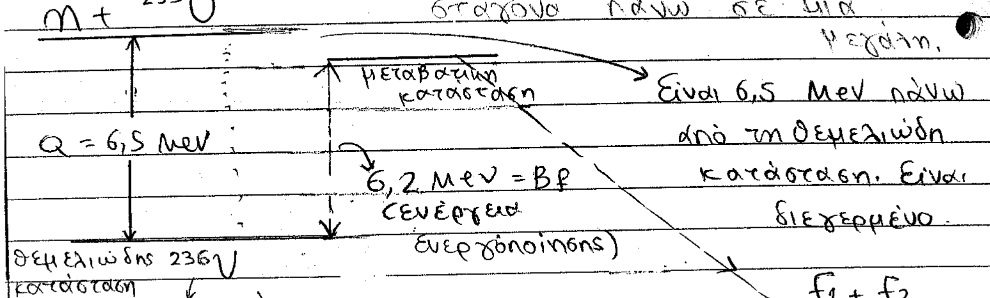
Πυρηνικοί Αντιδραστήρες.
Είναι διάταξη μεγάλης κλίμακας, που παράγει ενέργεια, εκμεταλλευόμενη τις πυρηνικές αντιδράσεις, κυρίως τις πυρηνικές σχάσεις. Δηλαδή εκμεταλλεύεται το Q-value των πυρηνικών σχάσεων.

Πυρηνικοί Αντιδραστήρες σχάσεως:
1) $n + {}^{235}U \longrightarrow [{}^{236}U]^* \longrightarrow {}^{147}_{57}La + {}^{87}_{35}Br + 2n$
$Q \sim 200\ MeV$



2) $n + {}^{238}U \rightarrow [{}^{239}U]^* \longrightarrow {}^{150}_{57}La + {}^{87}_{35}Br + 2n$

→ το νετρόνιο πάει και κολλάει πάνω στο ουράνιο όπως μία μικρή σταγόνα πάνω σε μία μεγάλη.

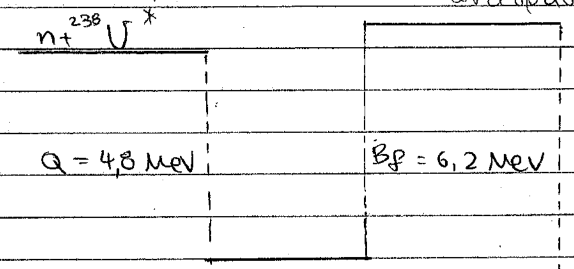


ο πυρήνας 236-U δεν έχει την κατάλληλη ενέργεια για να σχασθεί.

Το n κόλλησε πάνω στον πυρήνα ^{235}U.
Μόλις το n κολλήσει το ενεργειακό άθροισμα ως προς τη θεμελιώδη κατάσταση είναι διεγερμένο.
Ο διεγερμένος πυρήνας υπόκειται σε δονήσεις και έτσι μπορεί να οδηγηθεί σε σχάσεις. Έχει όμως να ξεπεράσει μία ενέργεια ενεργοποιήσεως. (Bf : fission barrier).

Τα προϊόντα σχάσεως είναι σταθερότερα από τον πυρήνα που υφίσταται σχάση.

^{238}U (97,3%), ^{235}U (0,7%)
→ αυτό χρησιμοποιείται στις αντιδράσεις σχάσεως.



→ το 239-U δεν έχει την κατάλλ[ηλη] ενέργεια για να οδηγηθεί σε σχ[άση].

Αν δώσω κινητική ενέργεια στα νετρόνια μπορώ να ξεπεράσω το επίπεδο της ενέργει[ας] ενεργοποίησης και μπορεί να υποστεί σχά[ση]. Το n πρέπει να έχει ενέργεια τουλάχι[στον] 1,4 MeV.

Θερμικά νετρόνια
Τα έχω εγκλωβίσει σε ένα υλικό.
Δεν αλληλεπιδρούν με το ηλεκτρονιακό νέ[φος] τα νετρόνια, γι'αυτό συμπεριφέρονται σαν αέριο. Δεν αλληλεπιδρούν.
$T = 300\,K$, $E_n \sim 0,025$ eV
Έχουν εξαιρετικά μεγάλη ενεργό διατομή
↳ 6 ~ 500 barn για $n + {}^{235}U$

το νετρόνιο έχει κυματική φύση, γι'αυτό αλληλεπιδρά πολύ έντονα με το ουράνιο.

Το λ ενός υλικού σωματιδίου είναι:
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Μήκος κύματος de Broglie: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\cdot u}$

Όσο πιο μεγάλη ορμή (ταχύτητα), τόσο πιο μικρό το μήκος κύματος, δηλαδή το σωματίδιο αρχίζει και συμπεριφέρεται ως σφαίρα.

$\lambda \sim 0{,}1 - 1$ Å $= 10^4 - 10^5$ fm

Γι'αυτό η ενεργός διατομή του n είναι εξαιρετικά μεγάλη.

Το θερμικό νετρόνιο εκδηλώνει κυματική συμπεριφορά, γι'αυτό έχει πολύ μεγάλη ενεργό διατομή.

$E_n = 1-2$ MeV → Ταχέα νετρόνια

$\sigma \sim 1$ barn για $n + {}^{235}U$

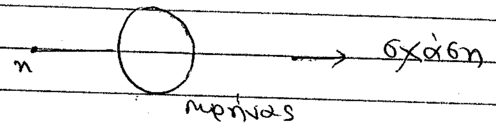
$n + {}^{238}U$

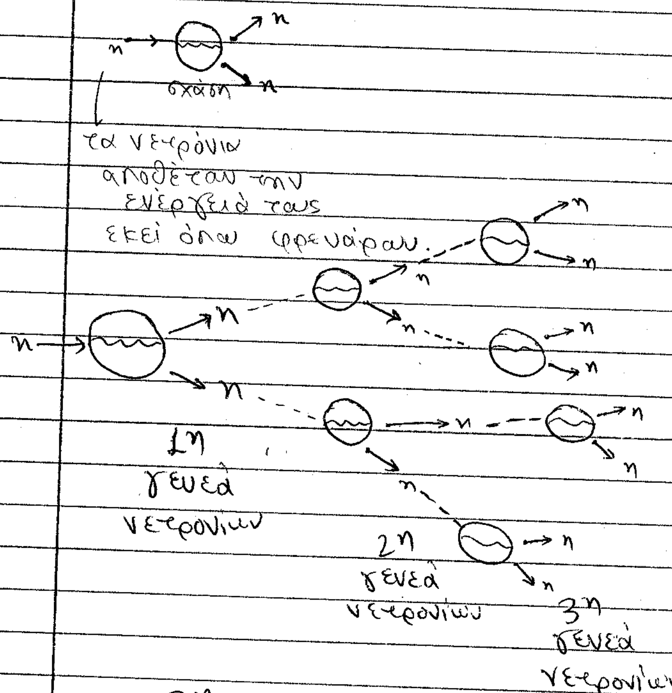
↓

Είναι πολύ μικρότερη από την ενεργό διατομή των θερμικών e^-.

Όσο πιο μεγάλο το λ τόσο πιο έντονη η κυματική συμπεριφορά των σωματιδίων.

Εμπλουτισμένο U (σε ${}^{238}U$): για αντιδραστήρες ενέργειας ~3%





Αλυσωτή πορεία της αντίδρασης

2^n → για να βρούμε πόσα n παράχθηκαν

Πυρηνική βόμβα:
κατάλληλη ποσότητα υλικού → Δημιουργείται αυτή η σχάση που παράγει ανεξέλεγκτα ενέργεια και νετρόνια.

$E_n \sim 2$ MeV → ενέργεια νετρονίων που παράγονται από τη σχάση (ταχέα νετρόνια).

Για να χαλιναγωγήσω (ρυθμίσω) την εκθετική αύξηση των νετρονίων αντί για σφαίρα, πλάθω το υλικό σε ράβδους που ανάμεσά τους έχω τον επιβραδυντή (moderator), ο οποίος συνήθως είναι το νερό.

Άρα:
- γεωμετρία κατάλληλη για να ρυθμίσουμε τον αριθμό αναπαραγωγής n.
- χρήση επιβραδυντή (moderator)
- Χρήση "ράβδων" ελέγχου (ράβδοι Cd ή B)

Έτσι πετυχαίνουμε:

$$\frac{dN_n}{dt} \to const \iff \frac{dE}{dt} \sim const$$

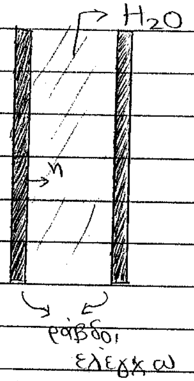
↳ ισχύς αντιδραστήρα.

Πιθανές Ερωτήσεις:
- Τι εννοούμε με την έννοια της αλυσωτής αντίδρασης U-238, U-235;
- Γιατί η αλυσωτή δεν είναι επιθυμητή αντίδραση;
- Πώς μπορώ να την περιορίσω;

Τετάρτη 18 Δεκεμβρίου 2019

Βασικά Δομικά Μέρη ενός αντιδραστήρα

1) Σχάσιμο υλικό (πυρηνικό "καύσιμο")
2) Επιβραδυντής (moderator) ↳ υλικό που μέσω σχ... μας δίνει ενέργει...
   ↳ συνήθως είναι το H_2O (μπορεί να έχουμε D_2O ή γραφίτη επίσης)
3) Ράβδοι ελέγχου (από Cd ή B)



Τα νετρόνια στο νερό συγκρούονται με τα H και επιβραδύνονται. Έτσι, στις επόμενες σχάσεις τα νετρόνια πρέπει να έχουν χαμηλότερη ενέργεια, και όχι θερμική.

Κατηγορίες αντιδραστήρων

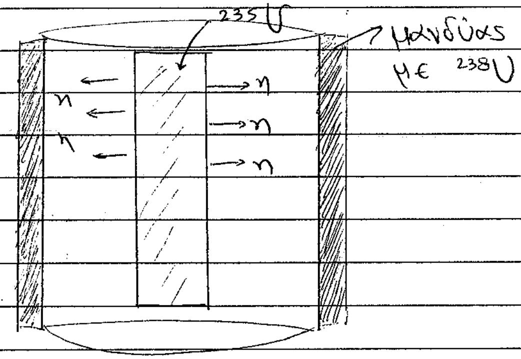
A) Αντιδραστήρες θερμικών νετρονίων
(1) Αντιδραστήρες κοινού H_2O
(2) Αντιδραστήρες ισχύος
$P \sim 1\text{-}3$ GW → παράγει 30 φορές μεγαλύτερη ενέργεια από ένα φωτοβολταϊκό ή αιολικό πάρκο.
↳ ισχύς αντιδραστήρα
• Ζέοντος ύδατος (BWR)
• Πεπιεσμένου ύδατος (PWR)

B) Αντιδραστήρες ταχέων νετρονίων

$^{238}_{92}U$, ^{232}Th

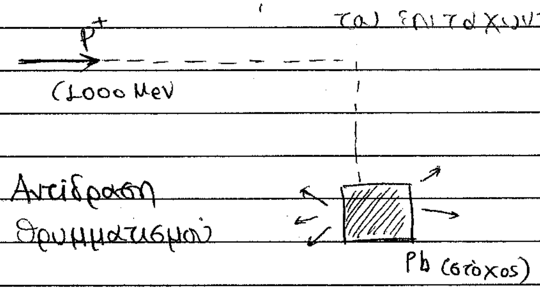
^{235}U (0,7%), ^{238}U (99,3%) } και U ~ 4 ppm στον στερεό φλοιό της γης.

^{232}Th → 10 ppm στον στερεό φλοιό της Γης.

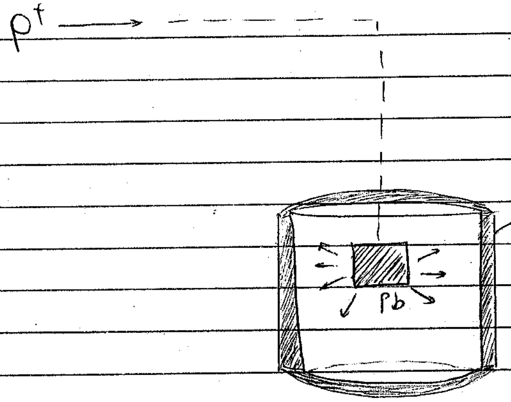


Τα νετρόνια είναι ταχέα και χτυπάνε το ^{238}U (ή και το ^{232}Th)
↳ Έτσι αξιοποιούμε αυτά τα ισότοπα.

Γ) Αντιδραστήρες ADS (Accelarator Driven System)
↳ Λειτουργούν με τη βοήθεια του επιταχυντή



$p^+ + {}^{208}Pb \longrightarrow$ "θρυμματισμός" (spallation)
(πρωτόνια) ↳ ο μόλυβδος θρυμματίζεται και δίνει διάφορα συστατικά όπως νετρόνια (περίπου 30 νετρόνια)



→ μανδύας από U ή Th

n = 20-30 νετρόνια για κάθε αντί-δραση θρυμματισμού

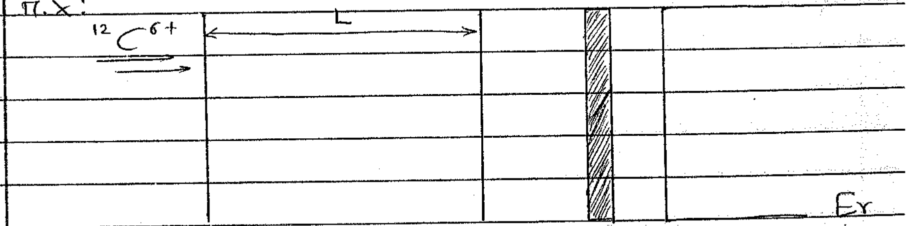
Τα νετρόνια επάγουν αντιδράσεις στον μανδύα.

Αν σταματήσω τη δέσμη πρωτονίων, σταματά να παράγεται θερμότητα.

Σαν εφαρμογή του ADS υπάρχει και το ADW (accelerator transmutation of nucleus) waste

Ταυτοποίηση φορτισμένων σωματιδίων:

π.χ.:



(1) ανιχνευτής START (λεπτό φύλλο)

(2) STOP (λεπτό φύλλο)

ΔE → λεπτός ανιχνευτής Si

Er → παχ. ανιχνε

Μετρώντας το χρόνο μεταβάσεως από τον (1) στον (2) βρίσκω το ToF (time of flight). Το χρονόμετρο πρέπει να μπορεί να ανταποκριθεί σε nanosec (10^{-9} sec)

Από το ToF, μαθαίνω την ταχύτητα:

1) $v = \frac{L}{ToF}$.

2) Εύρεση ενέργειας:

Er (residual = υπολειπόμενη)

$E = \Delta E + E_r$

ΔE: απώλεια ενέργειας στον ανιχνευτή

Er → υπολειπόμενη ενέργεια

→ Προσθέτω τις δύο ενέργειες και βρίσκω την ενέργεια του σωματιδίου

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2}(m_n \cdot A)\cdot v^2 \Rightarrow A = \frac{2E}{m_n \cdot v^2}$$

A: αριθμός νουκλεονίων

Ξέρω το A, θέλω όμως να βρω το Z.

Ένα φορτισμένο σωματίδιο μέσα στην ύλη χάνει ενέργεια βάσει της σχέσης:

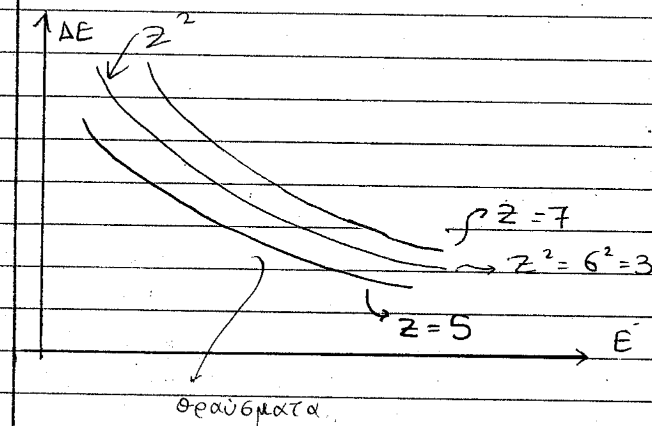
$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{Z^2}{v^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dx} \propto \frac{Z^2}{E}$$

$$\Rightarrow \Delta E \propto Z^2/E$$

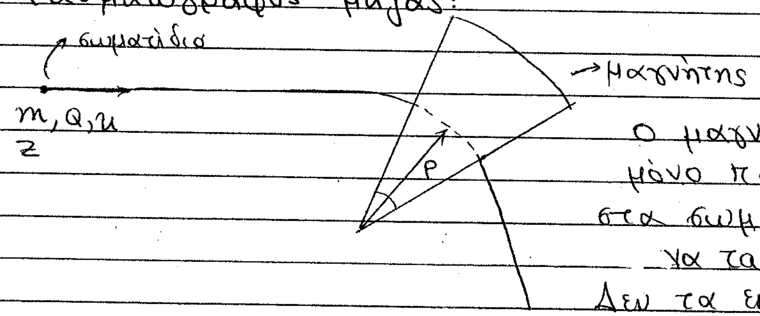
$$\Rightarrow \Delta E \cdot E \propto Z^2$$ → υπερβολή

↳ η συναρτησιακή τους εξάρτηση είναι ανάλογη του Z^2



Το Z το βρίσκουμε απ' αυτές τις υπερβολές.
Αν είναι Spallation θα δούμε όλα αυτά τα θραύσματα.

Φασματογράφος μάζας:

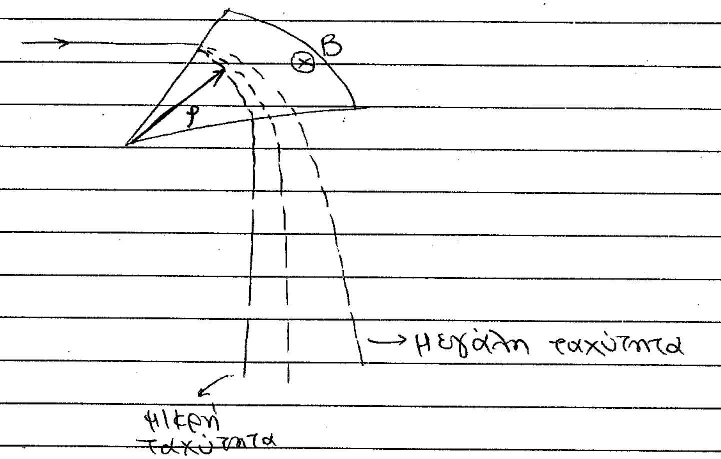


Ο μαγνήτης το μόνο που κάνει στα σωματίδια είναι να τα στρέψει. Δεν τα επιταχύνει ούτε τα επιβραδύνει.
Ο μαγνήτης κάμπτει τα φορτισμένα σωματίδια.

Η επιτάχυνση πάντα οφείλεται σε διαφορά δυναμικού.
Για επιτάχυνση σε ηλεκτρικό πεδίο χρειάζεται διαφ. δυναμικού.

$$\underbrace{B\cdot\rho}_{\text{ακτίνα καμπυλότητας}} = \frac{m\cdot u}{Q} = \frac{\overbrace{P}^{\text{ορμή σωματιδίου}}}{Q} \Rightarrow B\cdot\rho = \frac{P}{Q}$$

Αν η ταχύτητα των σωματιδίων είναι μεγαλύτερη, η ακτίνα καμπυλότητας θα είναι μεγαλύτερη.



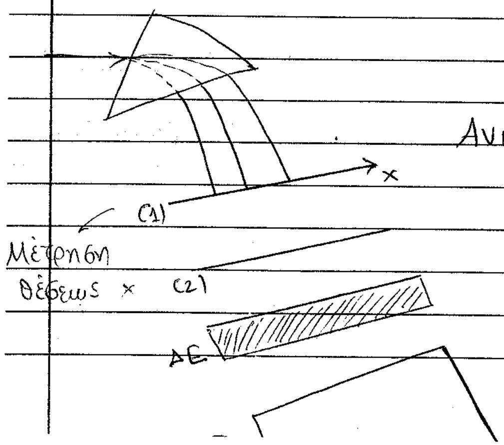
Η μαγνητική δύναμη δίνεται από τη σχέση Lorentz:

$$\vec{F} = q\cdot\vec{u}\cdot\vec{B}$$

$$F = q\cdot u\cdot B$$

η δύναμη έχει κατεύθυνση προς τα κάτω ή προς τα πάνω.

$$F_K = \frac{m\cdot v^2}{\underbrace{\rho}_{\text{ακτίνα}}} \rightarrow \text{Κεντρομόλος Δύναμη}$$



Ανιχνευτής (particle telescope)

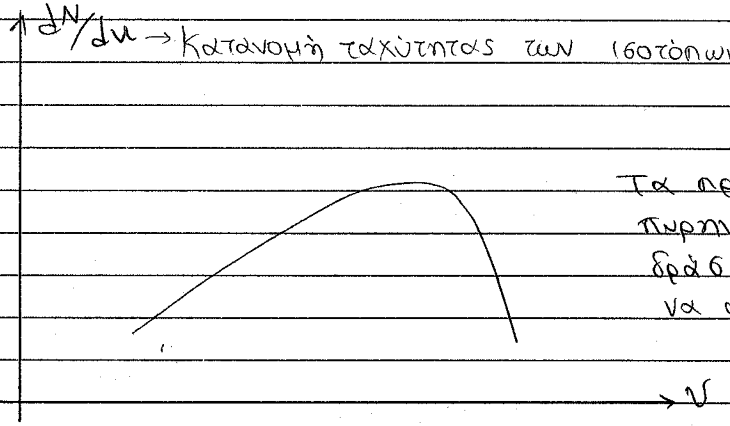
Ο ανιχνευτής (1) μετράει και θέση.

$\rho = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x + \ldots$ } Βαθμονόμηση οργάνο

ακτίνα καμπυλότητας

από τη θέση x, βρίσκω το ρ.

$B \cdot \rho = \frac{m \cdot v}{Q}$ → Έτσι βρίσκω το φορτίο του ιόν



Τα προϊόντα της πυρηνικής αντίδράσεως μπορ να ανιχνευθ

Αστέρας Νετρονίων:

Είναι το πυκνότερο σώμα ύλης (μετά από μαύρ οπές). Είναι αντικείμενα (αστρονομικά σώματ με ακτίνα 10 km. Έχουν μάζα 1-2 μάζες. Αποτελούνται από νετρόνια τα οποία είναι πακε ρισμένα το ένα δίπλα στο άλλο στον πυρήνα. Ο αστέρας νετρονίων είναι τόσο πυκνός όσο πυρήνας!

$Z=0$ (στον αστέρα νετρονίων).

Εξίσωση B.W., θέτω $Z=0$:

$BE(A, Z=0) = \alpha_v \cdot A - \alpha_s \cdot A^{2/3} - \alpha_\alpha \cdot A$

$BE(A, Z=0) = \left(1 - \frac{\frac{\alpha_s}{\alpha_v}}{A^{1/3}} \right) \cdot \alpha_v \cdot A - \alpha_\alpha \cdot A$

$\alpha_v = 16$ MeV

$\alpha_s = 18$ MeV

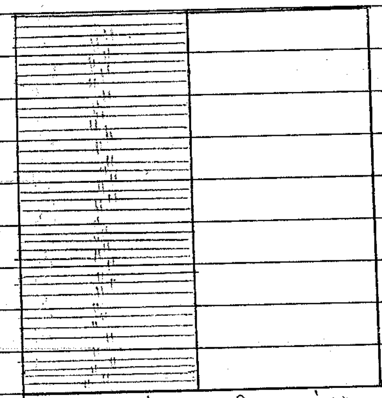
$\alpha_\alpha = 23$ MeV

$BE(A, Z=0) \xlongequal{} \alpha_v \cdot A - \alpha_\alpha \cdot A = -7 \cdot A$ MeV

όταν το A είναι μεγάλο παραλείπουμε τον όρο: $\frac{\frac{\alpha_s}{\alpha_v}}{A^{1/3}}$

είναι αρνητική, άρα το σύστημα δεν είναι δέσμιο. Δεν υπάρχει τέτοιο σύστημα.

Παρ'όλη την πυρηνική δύναμη, ένα τέτοιο σύστημα δεν είναι δέσμιο. Ο όρος ασυμμετρίας νικάει την πυρηνική δύναμη.



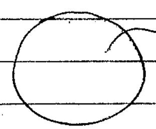
νετρόνια πρωτόνια

Δεν είναι δυνατόν να έχω έναν πυρήνα με A-νετρόνια.

Ούτε $2 \cdot n$ (νετρόνια) δεν θέλουν να είναι μαζί. Σύστημα που να είναι δέσμιο μέσω πυρηνικών δυνάμεων με νετρόνια, δεν υπάρχουν.

Η βαρύτητα είναι αυτή στην οποία οφείλεται η ύπαρξη των αστέρα νετρονίων.

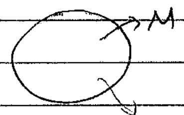
Ομογενώς φορτισμένη σφαίρα: $E_C = \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{R}$



Ενέργεια αποσταθεροποίησης

Ομογενώς κατανεμημένη μάζα: $E_G = \frac{3}{5}\cdot G\cdot\frac{M^2}{R}$

Ενέργεια σταθεροποίησης



Χωρίζω τη σφαίρα σε ημισφαιρικούς φλοιούς

Πυρηνική Δύναμη & Βαρύτητα → Συνολική Ενέργεια Σύνδεσης

$$\left.\begin{aligned} BE &= (\alpha_v-\alpha_\alpha)\cdot A + \frac{3}{5}\cdot G\cdot\frac{M^2}{R} \\ M &= m_n\cdot A \\ R &= r_0\cdot A^{1/3}\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$BE = (\alpha_v-\alpha_\alpha)\cdot A + \frac{3}{5}\cdot G\cdot\frac{m_n^2\cdot A^2}{r_0\cdot A^{1/3}}$$

Απαιτώ $BE \geq 0$!

Οριακή συνθήκη, $BE \to 0$.

$$\Rightarrow (\alpha_v-\alpha_\alpha)\cdot A = -\frac{3}{5}\, G\cdot\frac{M^2}{R}$$

$$\Rightarrow -(\alpha_v-\alpha_\alpha)\cdot A = \frac{3}{5}\, G\cdot\frac{M^2}{R} \rightarrow$$

Από τις αντικαταστάσεις: $A \sim 5\cdot 10^{55}$ (οριακή τιμή A)

$R \sim 4\ km$ (οριακή ακτίνα)

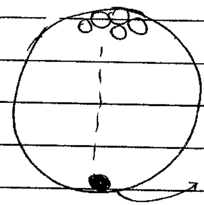
Αστέρας Νετρονίων:

$M = (1-2)\cdot M_\odot$ → ηλιακή μάζα

$R = 7-10\ km$

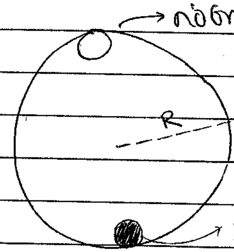
Η πιο ασθενής βαρυτική δύναμη έρχεται και κοντράρει την πιο ισχυρή πυρηνική και την υπερνικά.

Η βαρυτική και η δύναμη Coulomb έχουν άπειρη εμβέλεια.



Η πυρηνική δύναμη έχει πολύ μικρή εμβέλεια.

Βαρυτικά το νετρόνιο συνδέεται με όλα τα νετρόνια. Δρουν σε οποιοδήποτε στοιχείο μάζας.



πόση ενέργεια μπορώ να δώσω μέχρι να αποσπάσω το νετρόνιο από τον αστέρα;

100 MeV ενέργεια απαιτούνται για να αποσπάσω το νετρόνιο από την βαρύτητα όλων των υπολοίπων.

Αρχή του σύμπαντος:
↳ "Big Bang" (μεγάλη έκρηξη)
↓
Παραγωγή ενέργειας σε μεγάλη πυκνότ
↓
συστολή
↓
σχηματισμός χώρου

Στο Big Bang σχηματίστηκαν πρωτόνια και σωμάτια άλφα (α).

BBN (Big Bang Nucleosynthesis)

$t \sim 3$ min μετά το Big Bang
↳ σχηματίζονται p^+, n

Διαστολή (αύξηση χρόνου, αύξηση διαστάσεων σύμπαντος)

$t \sim 30$ min $\to p^+, {}^4He, ({}^7Li)$

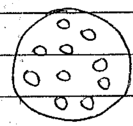
75%   25%

Το σύμπαν διαστέλλεται. Τα στοιχεία διαχέονται στον χώρο.
Κάποια στιγμή σχηματίζονται οι πρώτοι αστέρες. (όπως γίνεται ο σχηματισμός κρυστάλλων).

ooo → H (υδρογόνα)
ooo
↳ σχηματίζεται αρχικά μία ομάδα λόγω βαρυτικών δυνάμεων

Οι ανομοιογένειες κατανομής μάζας (πρωτοαστρ νέφη) οδηγούν στους αστέρες.

Πρωτοαστρικά νέφη: καταστρέφονται και δημιουργούν συσσωματώματα μεταξύ τους, που είναι οι τελικοί αστέρες.



πυρηνικές αντιδράσεις

$p^+ + p^+ \to d + e^+ + \nu_e$

↓
Δεν δημιουργούν δέσμιο σύστημα.

$\cancel{{}^2_2He}$ → αυτός ο πυρήνας δεν υπάρχει (αρχή Pauli, φορτία → Απώσεις)

Όταν ένα p^+ βρεθεί κοντά σε p^+ αναγκάζει το ένα πρωτόνιο να μετατραπεί σε νετρόνιο:

$$\underbrace{p^+ + p^+}_{938,3 \quad 938,3 \;=\; 1876,6\ MeV} \xrightarrow{\beta^+} \underbrace{(p-n) + e^+}_{1875,7 \quad 0,5 \;=\; 1876,2\ MeV} + \underset{\varnothing}{\nu_e}$$

$(p-n)$ → δευτέριο (δέσμιο σύστημα)

αυτή η αντίδραση γίνεται

Η αντίδραση είναι πάρα πολύ αργή, γι' αυτό δε γίνεται στο εργαστήριο.
↳ $t = 10^9$ χρόνια

Αυτή η αντίδραση γίνεται στο κέντρο του Ήλιου. Παίρνει πάρα πολύ χρόνο και συνεπάγεται τη δυνατότητα να έχει ο ήλιος πολύ μεγάλο χρόνο ζωής.

Στο κέντρο του ηλίου γίνεται η αντίδραση:

$$\left.\begin{array}{l} p^+ + p^+ \longrightarrow d + \nu_e + e^+ \\ p^+ + d \longrightarrow {}^3_2He \end{array}\right\} \times 2$$

$${}^3_2He_1 + {}^3_2He_1 \longrightarrow {}^4_2He_2 + 2p^+$$

Συνολική αντίδραση:

$$4p^+ \longrightarrow {}^4_2He_2 + 2\nu_e + 2e^+, \quad Q \sim 26\ MeV$$

αντίδραση συντήξεως υδρογόνου στον ήλιο!

αυτή η αντίδραση πραγματοποιείται στο κέντρο του ηλίου

πολύ μεγάλα ποσά θερμότητας

$T_0 \sim 15 \cdot 10^6$ kelvin (κέντρο ηλίου)

$T \sim 5000$ kelvin (επιφάνεια ηλίου)

Η θερμότητα του ηλίου φτάνει στη Γη μέσω φωτός. Ο ήλιος εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (μέλαν σώμα).

→ ορατό, υπέρυθρο, υπεριώδης

δονήσεις, περιστροφές (αρχίζουμε και ζεσταινόμαστε)

→ φιλτράρονται (δεν τις επιθυμούμε)

Ο ήλιος στο κέντρο του έχει ήλιο, το οποίο και καταναλώνει.

Ποιά είναι η τύχη του ήλιου όταν εξαντλήσει τα καύσιμά του;
Τα εξωτερικά στρώματα θα αρχίσουν να διαστέλλονται. Η ακτίνα θα είναι τέτοια που θα φτάσει τον Άρη (ερυθρός γίγαντας).

Λευκός Νάνος (στο κέντρο)

↓

θα υπάρχει το He που θα συγκρατείται σε μία σφαίρα.
όσο ανοίγει η εξωτερική ακτίνα, το ήλιο θα ψύχεται

Ο Ήλιος δεν μπορεί να φτιάξει μεγαλύτερα στοιχεία από το He.
Έτσι πάμε σε μεγαλύτερους αστέρες.
Έστω ένας αστέρας, $M \sim 3\,M_o$:

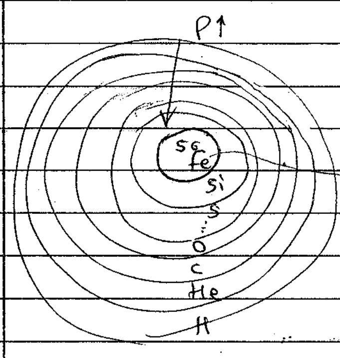
$${}^4He + {}^4He \longrightarrow {}^8_4Be_4 \text{ (ασταθές)}$$

$$3\,{}^4_2He \longrightarrow {}^{12}_6C \text{ (μπορούμε να φτιάξουμε άνθρακα)}$$

$${}^4_2He(\alpha) + {}^{12}_6C \longrightarrow {}^{16}_8O \xrightarrow{\alpha} {}^{20}_{10}Ne \downarrow \alpha$$

Απαιτούν πολύ μεγάλες πιέσεις.

$M \sim 8-10\,M_o$ (ηλιακές μάζες)



Στο κέντρο είναι τόσο μεγάλη η πίεση, και μπορούν να παραχθούν πιο βαριά στοιχεία

Ο Fe δεν μπορεί να οδηγηθεί σε περαιτέρω σύντηξη.
Όταν ξεπεραστεί ένα όριο μάζας στο κέντρο, αρχίζει η κατάρρευση.

$M_{core} > 1,4 M_\odot$ → όριο μάζας Chandrasekar (αρχίζει η διαδικασία της νετρονοποίησης)

↳ καρδιάς

$^{56}_{26}Fe \xrightarrow{e} \dots \longrightarrow \dots \longrightarrow 56n$

(ο πυρήνας μετατράπηκε σε νετρόνια)

Ο όγκος της ύλης οφείλεται στα e^- τα οποία χάθηκαν.
Άρα υπάρχει τώρα ένα κενό. → Κατακρήμνιση αστέρα

Στο κέντρο δημιουργείται μία καρδιά από νετρόνια
↳ Προκύπτει ο αστέρας νετρονίων

Κατά την έκρηξη Super Nova, ο αστέρας διαλύεται.
Σύλληψη νετρονίων (r-process)
↳ rapid neutron capture

Ο ^{56}Fe εκτίθεται σε μία εκτεταμένη ροή νετρονίων. Ο Fe απορροφά νετρόνια και φτάνει σε ισότοπο με $A = 66$. Το ισότοπο αυτό ισοβαρώς αρχίζει και διασπάται με β-διασπάσεις.

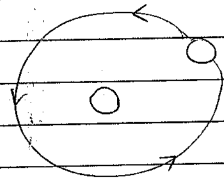
↳ Σύλληψη νετρονίων + β-διασπάσεις
- φτάνει μέχρι U (ουράνιο)
- φτιάχναν όλα τα υπόλοιπα στοιχεία πάνω από τον σίδηρο

Slow process (s-process)
↳ ο Fe απορροφά αργά νετρόνιο, διασπάται κατά β, απορροφά νετρόνιο, διασπάται κατά β και πάει λέγοντας.
↳ φτάνει μέχρι το Βισμούθιο (50%)

r-process
- Super Nova
- συγκρούσεις αστέρων νετρονίων

Βαρυτικά Κύματα:

Πότε παράγεται ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα;
- ΗΜ κύμα → επιβράδυνση / επιτάχυνση ή ταλάντωση e^- (και τα 2)
- Βαρυτικά κύματα → όταν έχω επιβράδυνση, επιτάχυνση ή ταλάντωση μαζών (πολύ μεγάλων μαζών για να είναι μετρήσιμο)



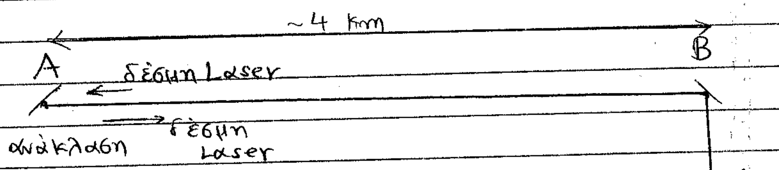
2 αστέρες νετρονίων περιστρέφονται ο ένας γύρω από τον άλλον
↓
Εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας
↓
Απώλεια ενέργειας
↓
Συρρίκνωση της ακτίνας περιστροφής

Βαρυτικά κύματα:

Προκαλούν διαστολή και συστολή του χώρου.

Στη μία κατεύθυνση διάδοσης του κύματος	στην άλλη κατεύθυνση διάδοσης του κύματος

LIGO
VIRGO } ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων



Συμβολή ακτίνων Laser.
Αν μειωθεί το μήκος, η συμβολή αλλάζει. Από τη μεταβολή του μήκους μπορούμε να καταλάβουμε αν έχουμε βαρυτικό κύμα.

Συνολικά, έχουμε 3 ανιχνευτές βαρυτικών κ
στον κόσμο.