ΦΥΣΙΚΗ Ι

Κοσμάς Γαζέας

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Τμήμα Φυσικής
Τομέας Αστροφυσικής, Αστρονομίας και Μηχανικής

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

- Πυκνότητα και Πίεση
- Ρευστά σε Ηρεμία
- Η Αρχή του Pascal – Υδραυλικός Μοχλός
- Η Αρχή του Αρχιμήδη
- Ιδανικά Ρευστά σε Κίνηση
- Εξίσωση της Συνέχειας – Εξίσωση του Bernoulli

ΦΥΣΙΚΗ Ι

Κοσμάς Γαζέας

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
Τμήμα Φυσικής
Τομέας Αστροφυσικής, Αστρονομίας και Μηχανικής

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ

	ALONSO FINN	GIANCOLI	HALLIDAY-RESNICK WALKER	YOUNG FREEDMAN
ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ		13.1 έως 13.4	14.1 έως 14.5	14.1
ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL ΑΝΩΣΗ ΑΡΧΙΜΗΔΗ		13.5, 13.6, 13.7	14.6, 14.7	14.2, 14.3
ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗ BERNOULLI	9.9	13.8, 13.9, 13.10, 13.12, 13.14	14.8 έως 14.10	14.4, 14.5

ΡΕΥΣΤΑ

Χαρακτηριστικά των ρευστών

- Σε αντίθεση με ένα στερεό σώμα, το ρευστό μπορεί να ρέει.

- Τα ρευστά προσαρμόζονται στα όρια οποιουδήποτε δοχείου τα βάλουμε: Δεν μπορούν να αντιταχθούν σε δύναμη που είναι κάθετη στην επιφάνειά των (δεν μπορούν να εξισορροπήσουν οποιαδήποτε διατμητική τάση).

- Ένα ρευστό μπορεί να ασκήσει δύναμη κάθετη στην επιφάνειά του

ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΡΕΥΣΤΩΝ ΚΑΙ ΠΙΕΣΗ

Πυκνότητα

Ορισμός: $\rho = \dfrac{\Delta m}{\Delta V}$

Ομογενής Πυκνότητα: $\rho = \dfrac{m}{V}$

Μονάδα πυκνότητας στο S.I. : $1kg/m^3$

Πίεση

Ορισμός: $p = \dfrac{\Delta F}{\Delta A}$

Κάθετη δύναμη σε επίπεδη επιφάνεια: $p = \dfrac{F}{A}$

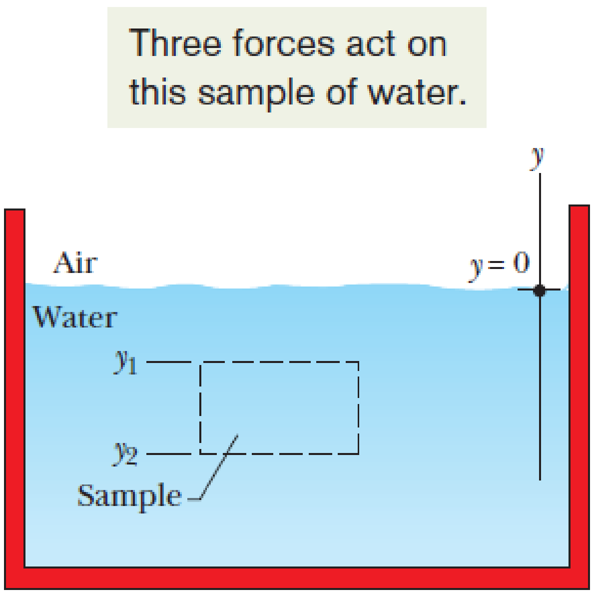
Μονάδα πυκνότητας στο S.I. : $1N/m^2 = 1Pa$ (Pascal)

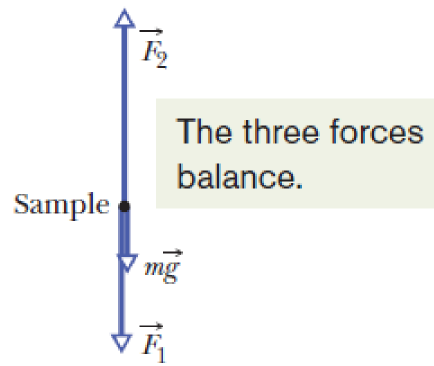
Στήλη ύψους h ρευστού πυκνότητας ρ ασκεί στον πυθμένα του δοχείου πίεση p:

$$p = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{mgh}{A \cdot h} = \frac{m}{V}gh \Rightarrow \boxed{p = \rho g h}$$

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Υδροστατική Πίεση





Ισορροπία δυνάμεων που ασκούνται σε ένα δείγμα του ρευστού κυλινδρικού σχήματος, με επιφάνεια βάσης A και πυκνότητα του ρευστού ρ:

$$F_1 + W = F_2$$

$$F_1 + W = F_2 \Rightarrow p_1 A + mg = p_2 A \Rightarrow p_1 A + A(y_2 - y_1)\rho g = p_2 A$$

$$\Downarrow$$

$$p_1 A + Ah\rho g = p_2 A \Rightarrow \boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$

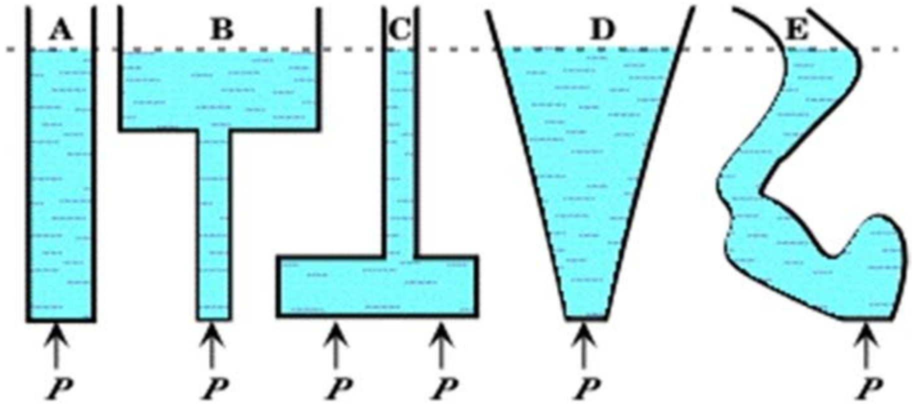
Η υδροστατική πίεση σε σημείο του ρευστού που βρίσκεται σε ισορροπία εξαρτάται μόνο από το βάθος του σημείου και όχι από την οριζόντια επιφάνεια του δοχείου.

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Υδροστατική Πίεση

Όταν ένα ρευστό βρίσκεται σε στατική ισορροπία, η πίεση σε ένα σημείο του ρευστού εξαρτάται από το βάθος αυτού του σημείου και όχι από κάποια οριζόντια διάσταση του ρευστού ή του δοχείου.

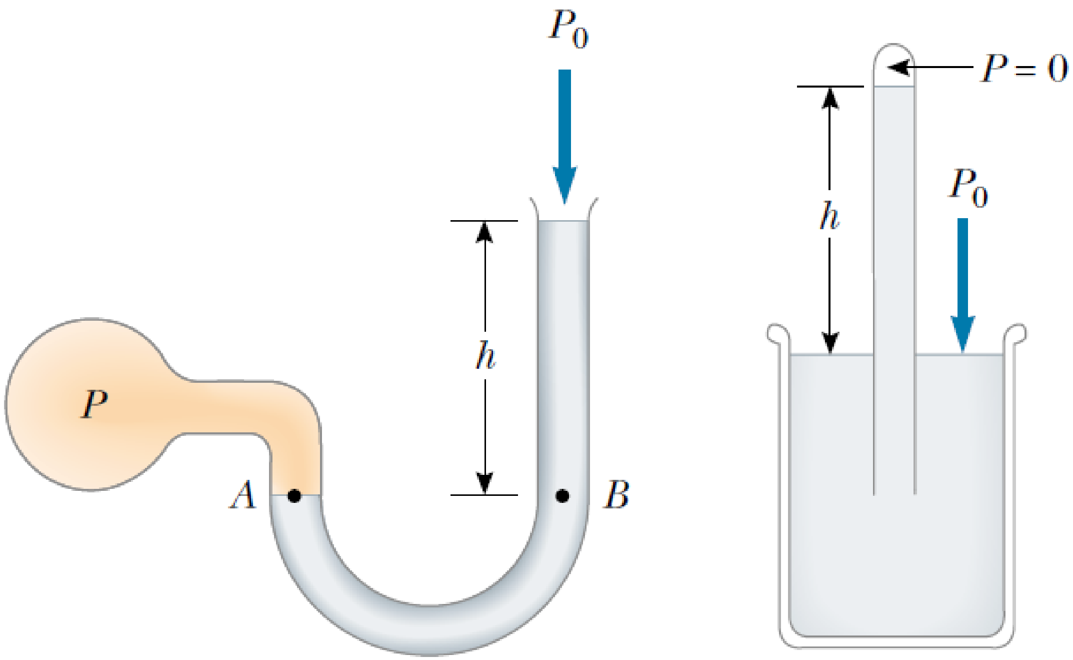
$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$



Η υδροστατική πίεση σε οποιοδήποτε σημείο της βάσης των παραπάνω δοχείων, τα οποία περιέχουν το ίδιο ρευστό, είναι η ίδια και ανεξάρτητη του σχήματος του δοχείου ή του ανοίγματός των.

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ

Μέτρηση της Πίεσης



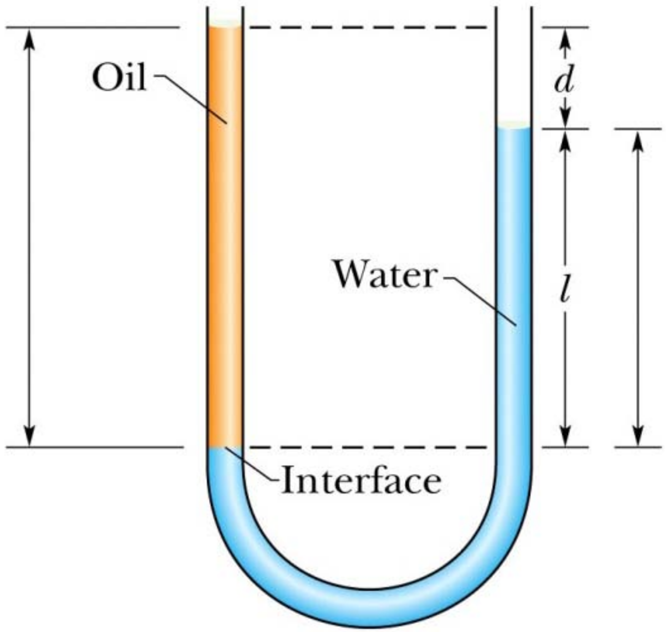
(a) (b)

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h}$$

$$\boxed{P_0 = \rho g h}$$

Δύο διαφορετικοί τύποι μανομέτρων για την μέτρηση σχετικής και απόλυτης πίεσης.

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ



Ισορροπία διαφορετικών υγρών

Το λάδι στο αριστερό σκέλος φτάνει σε μεγαλύτερο ύψος από το νερό στο δεξιό σκέλος του «υοειδούς» σωλήνα, διότι το λάδι είναι λιγότερο πυκνό από το νερό ($\rho_x < \rho_w$).

Και οι δύο στήλες των ρευστών δημιουργούν την ίδια πίεση p_{int} στο επίπεδο της διεπιφάνειας.

Αριστερό σκέλος: $p_{int} = p_0 + \rho_x g(l+d)$

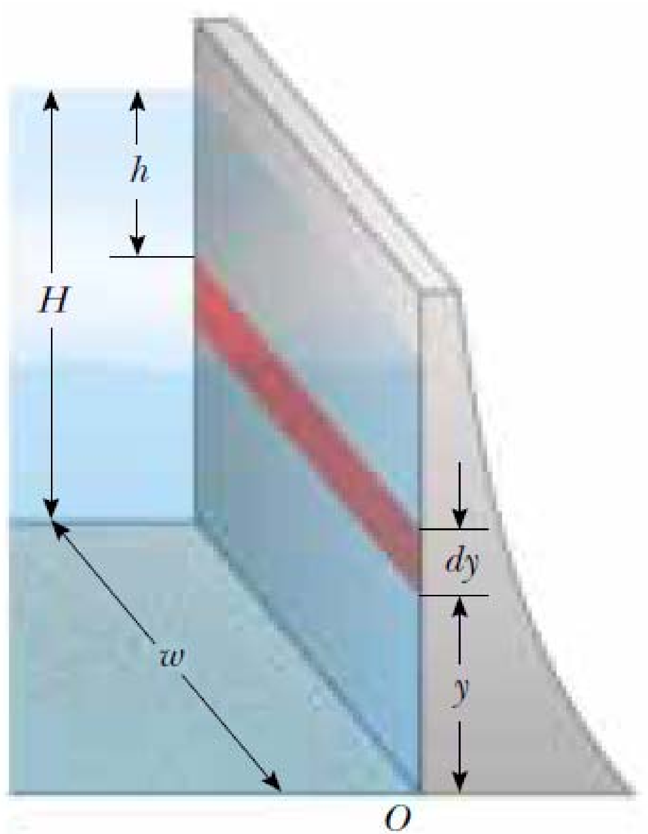
Δεξιό σκέλος: $p_{int} = p_0 + \rho_w g l$

⇓

$$p_0 + \rho_x g(l+d) = p_0 + \rho_w g l \Rightarrow \rho_x (l+d) = \rho_w l \Rightarrow \boxed{\rho_x = \rho_w \frac{l}{l+d}}$$

Το αποτέλεσμα είναι ανεξάρτητο της ατμοσφαιρικής πίεσης p_0 !

ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΗΡΕΜΙΑ



Υδάτινο Φράγμα

Υπολογισμός της ασκούμενης δύναμης σε φράγμα πλάτους w και ύψους H.

$$P = \rho g h = \rho g (H - y)$$

$$dF = P\, dA = \rho g (H - y)\, w\, dy$$

$$F = \int P\, dA = \int_0^H \rho g (H - y)\, w\, dy$$

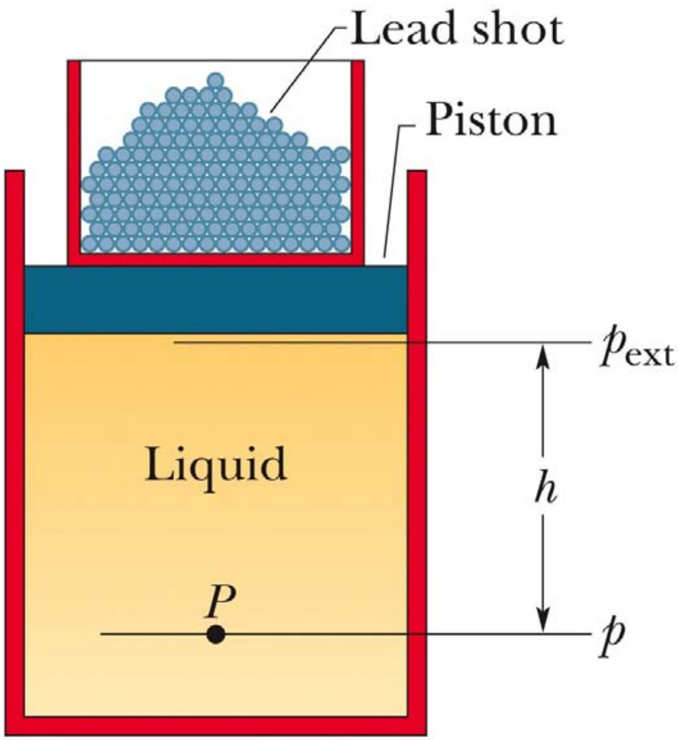
$$\boxed{F = \frac{1}{2} \rho\, g\, w\, H^2}$$

Υπολογισμός Μέσης Πίεσης

$$\boxed{p = \frac{1}{2} \rho\, g\, H}$$

Το πάχος του φράγματος αυξάνει με το τετράγωνο του ύψους!

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL



halliday_9e_fig_14_07

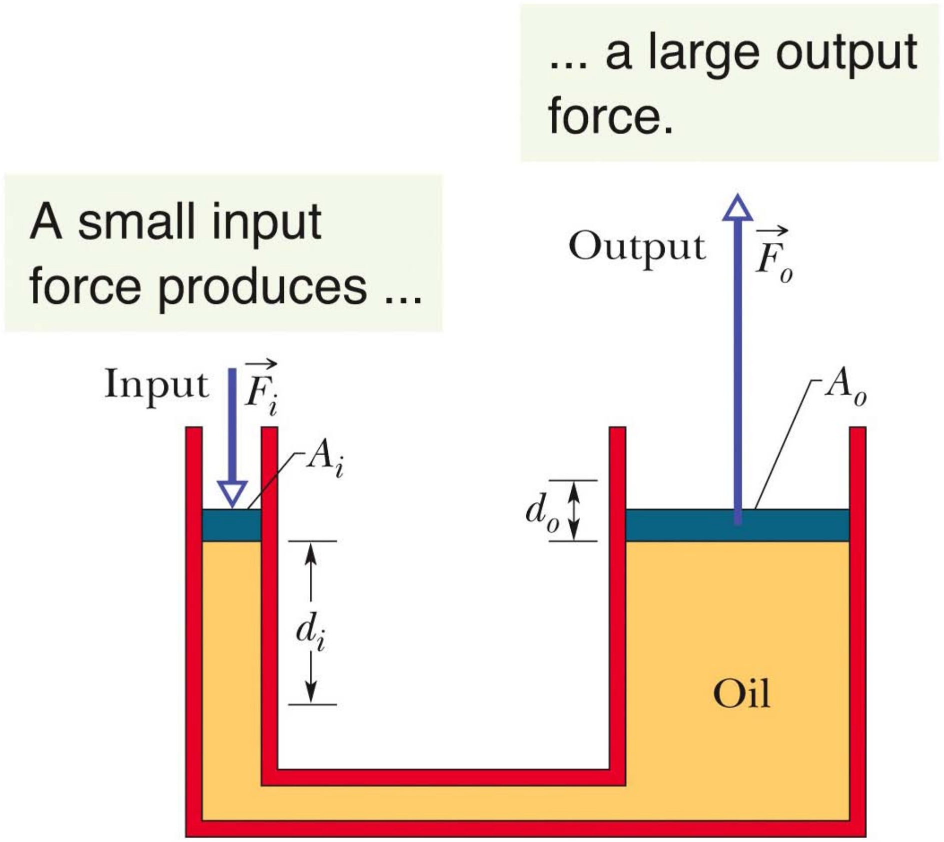
Μεταβολή της πίεσης που εφαρμόζεται σε ένα έγκλειστο ασυμπίεστο ρευστό μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε τμήμα του ρευστού και στα τοιχώματα του δοχείου.

$$p = p_{ext} + \rho g h$$

$$\boxed{\Delta p = \Delta p_{ext}}$$

Αν αυξήσουμε την p_{ext} κατά μια ποσότητα Δp_{ext} (προσθέτοντας για παράδειγμα σκάγια στο δοχείο), η μεταβολή της πίεσης στο σημείο P είναι η ίδια και ανεξάρτητη από το βάθος h.

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ PASCAL



ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΠΙΕΣΤΗΡΙΟ

Υδραυλική διάταξη που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μεγεθυνθεί ή δύναμη F_i.

$$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{F_o = F_i \frac{A_o}{A_i}}$$

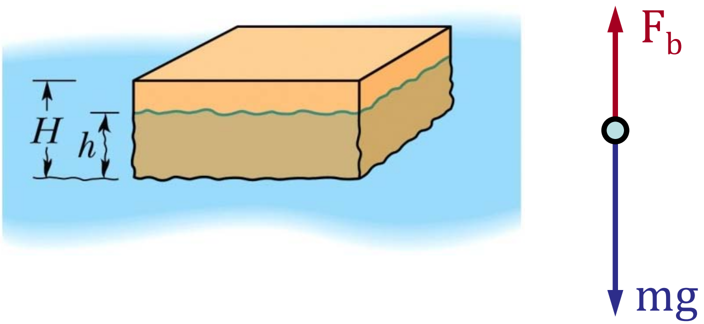
Μετακίνηση εμβόλου (ίδιος όγκος): $d_i A_i = d_o A_o \Rightarrow \boxed{d_o = d_i \frac{A_i}{A_o}}$

Παραγόμενο Έργο: $W_o = F_o d_o = \left(F_i \frac{A_o}{A_i}\right)\left(d_i \frac{A_i}{A_o}\right) = F_i d_i = W_i \Rightarrow \boxed{W_o = W_i}$

Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ

ΑΝΩΣΗ

Σώμα πλήρως ή μερικώς βυθισμένο σε ρευστό δέχεται δύναμη **άνωσης F_b** (κατευθυνόμενη προς τα πάνω) ίση με το βάρος του εντοπιζόμενου ρευστού.



$$\boxed{F_b = m_f\, g = V_f\, \rho_f\, g}$$

V_f: Βυθισμένος όγκος
ρ_f: Πυκνότητα ρευστού
ρ : Πυκνότητα σώματος

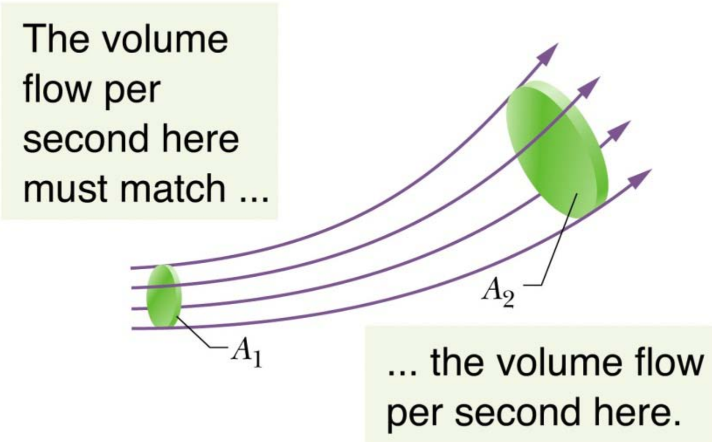
Όταν το σώμα επιπλέει: $\boxed{mg = F_b}$

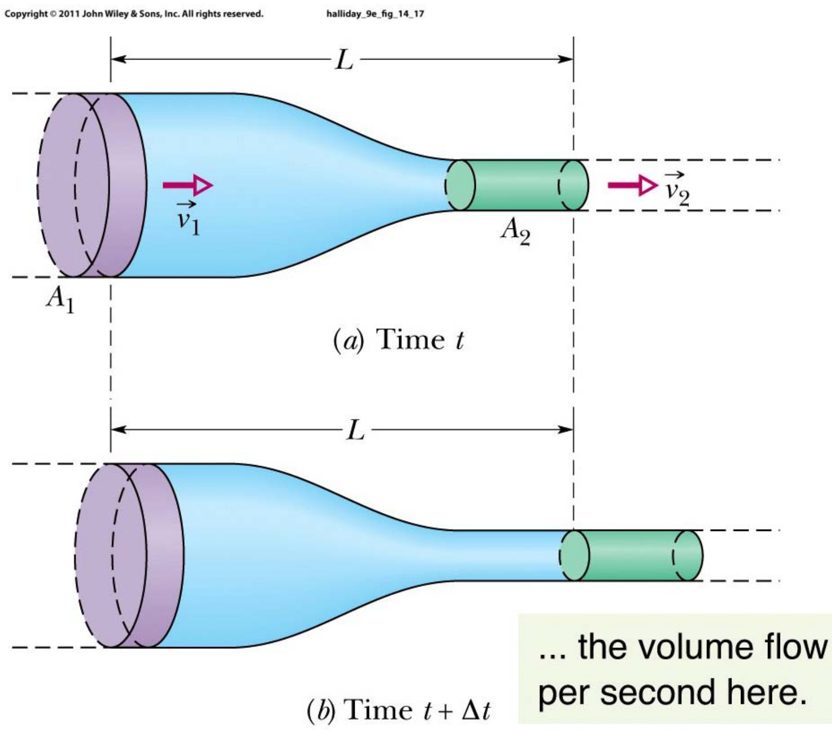
$$mg = F_b \Rightarrow mg = m_f g \Rightarrow V\rho g = V_f\,\rho_f\, g \Rightarrow S H \rho g = S h \rho_f\, g \Rightarrow H\rho = h\rho_f$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{h = H\frac{\rho}{\rho_f}}$$

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ





ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Ο ρυθμός ροής όγκου παραμένει σταθερός σε οποιαδήποτε διατομή του σωλήνα.

$$\boxed{\frac{\Delta V}{\Delta t} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}\varsigma}$$

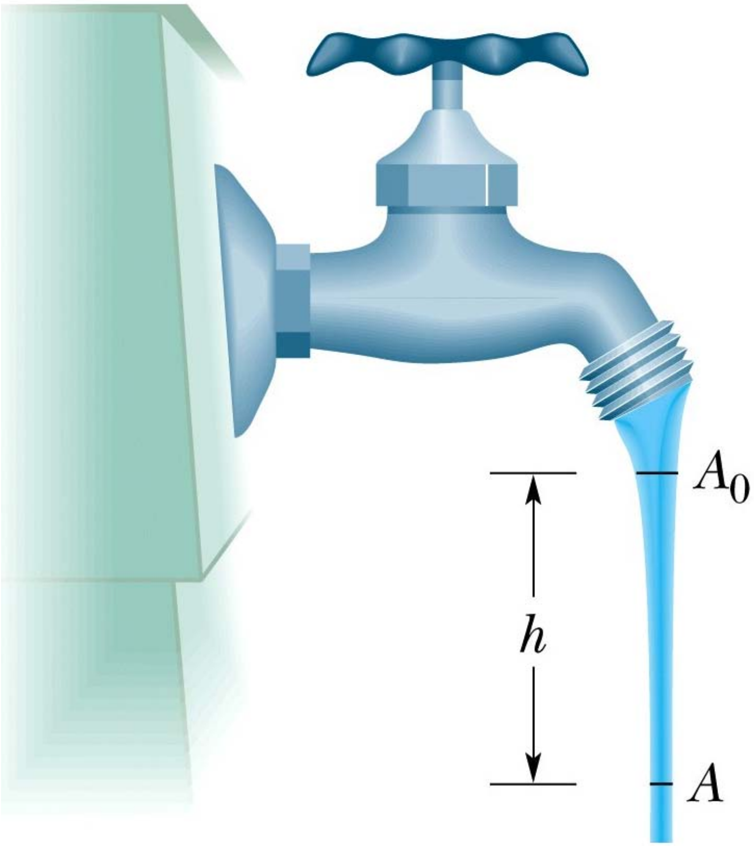
$$\frac{\Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{A_1\,\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{A_2\,\Delta x_2}{\Delta t}$$

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

Ρυθμός Ροής Μάζας

$$\boxed{\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho\frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho\,A\frac{\Delta x}{\Delta t} = \rho\,A\,v = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}\varsigma}$$

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Γιατί το ρεύμα νερού από μια βρύση στενεύει καθώς πέφτει;

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{A_0 v_0 = A\,v} \\ \\ v^2 = v_0^2 + 2gh \end{array}\right\}$$

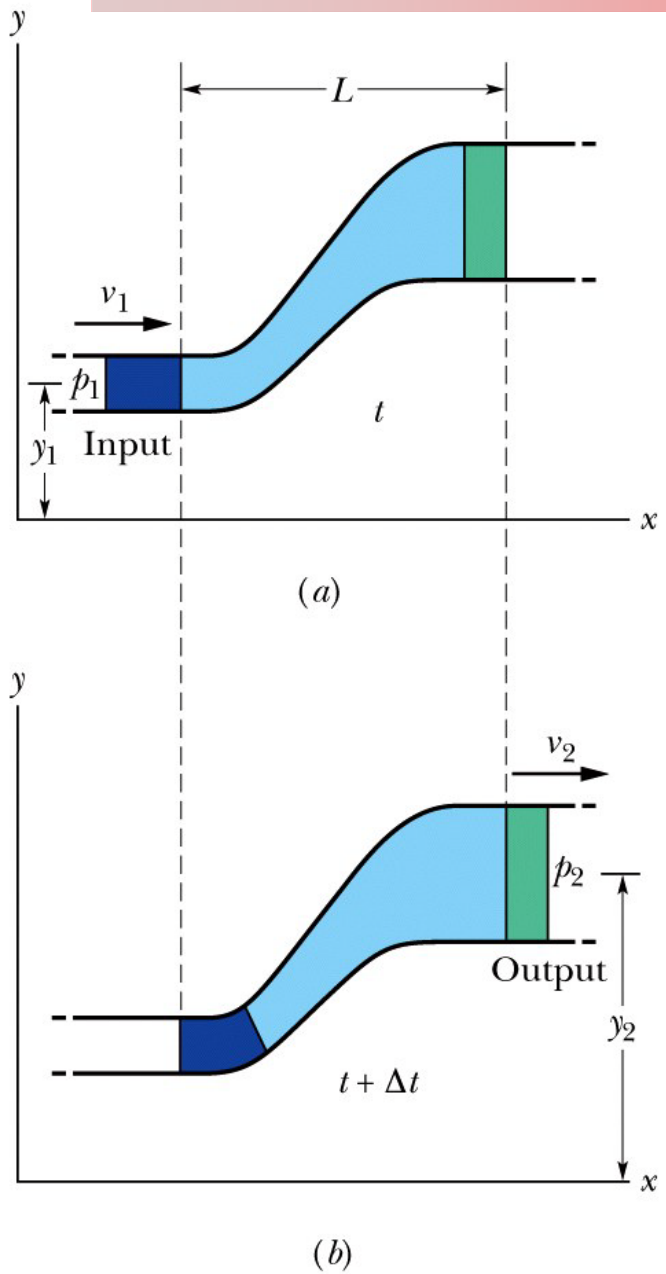
$$A = A_0 \frac{v_0}{v} = A_0 \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{A = A_0 \frac{1}{\sqrt{1 + 2gh / v_0^2}}}$$

Καθώς το νερό πέφτει, το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται. Επειδή ο ρυθμός ροής του όγκου νερού πρέπει να παραμείνει σταθερός, η διατομή της ροής ελαττώνεται.

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}$$

Απόδειξη

$$W = \Delta K \Rightarrow W_g + W_p = \Delta K$$

$$W_g = -\Delta m\, g(y_2 - y_1) = -\rho g\, \Delta V(y_2 - y_1)$$

$$W_p = F_1\, \Delta x_1 - F_2\, \Delta x_2 = p_1\, \Delta V - p_2 \Delta V$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m\, v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m\, v_1^2 = \frac{1}{2}\rho \Delta V\,(v_2^2 - v_1^2)$$

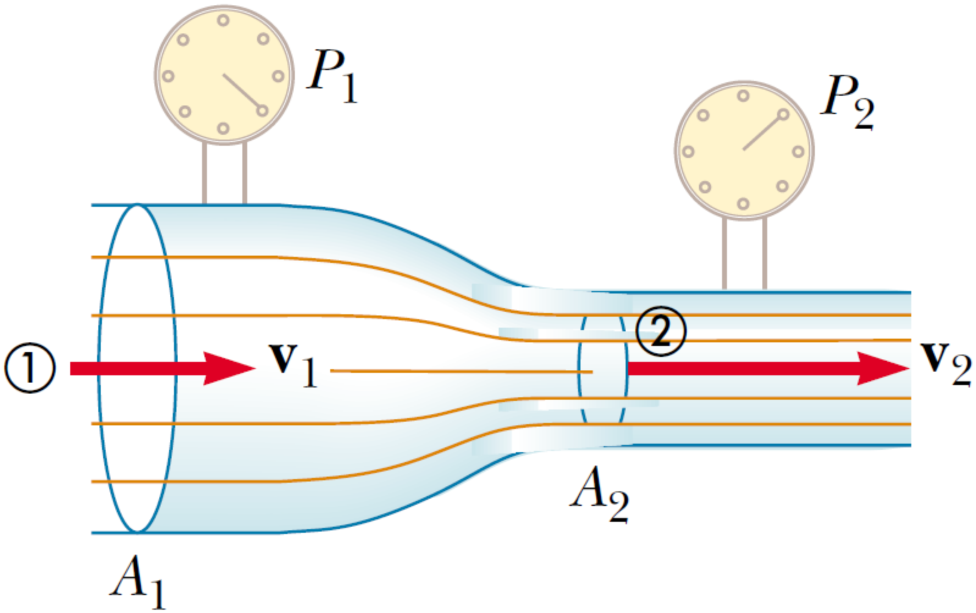
$$\Downarrow$$

$$-\rho g\, \Delta V(y_2 - y_1) - (p_2 - p_1)\,\Delta V = \frac{1}{2}\rho\, \Delta V(v_2^2 - v_1^2)$$

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ

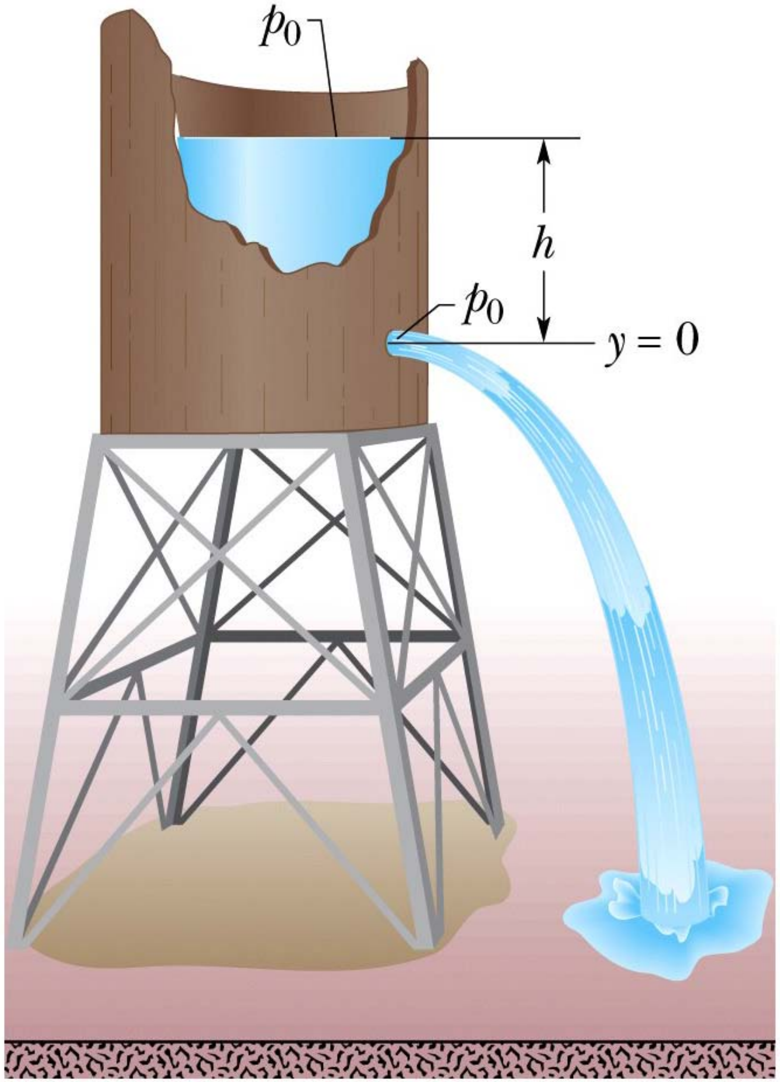
Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$\boxed{p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho g y=\sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}} \xRightarrow{y_1=y_2} \boxed{p+\frac{1}{2}\rho v^2=\sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}$$



$$\boxed{v_2 > v_1 \Rightarrow p_2 < p_1}$$

ΙΔΑΝΙΚΑ ΡΕΥΣΤΑ ΣΕ ΚΙΝΗΣΗ



Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ BERNOULLI

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{σταθερά}}$$

Αν η επιφάνεια της οπής a είναι πολύ μικρή σε σχέση με την επιφάνεια A του δοχείου, τότε:

$$v_0 A = va \Rightarrow v_0 = v\frac{a}{A} \Rightarrow v_0 << v$$

Από το νόμο του Bernoulli έχουμε:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$