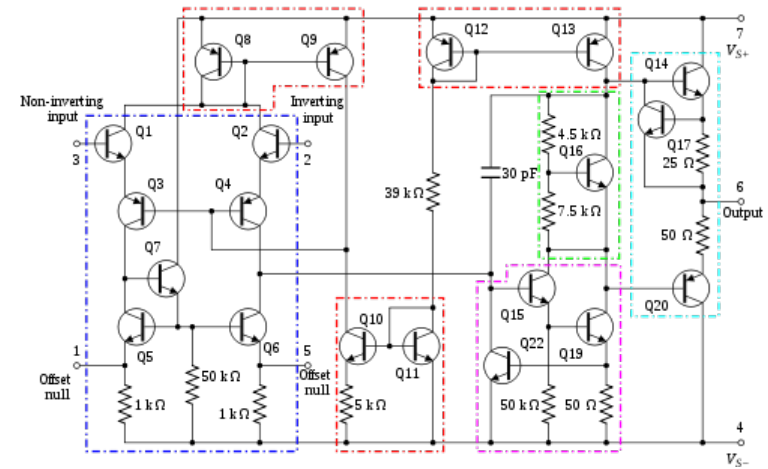
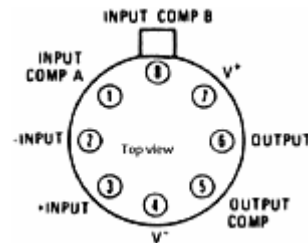


Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετηθεί ο *τελεστικός ενισχυτής*.

Οι πρώτοι τελεστικοί ενισχυτές ήταν κατασκευασμένοι από διακριτά στοιχεία (λυχνίες κενού, και κατόπιν τρανζίστορ και αντιστάσεις) και το κόστος τους ήταν απαγορευτικά μεγάλο.

Στα μέσα της δεκαετίας του 1960 έγινε η παραγωγή του πρώτου ολοκληρωμένου τελεστικού ενισχυτή. Η μονάδα αυτή (μΑ 709) απαρτιζόταν από ένα σχετικά μεγάλο αριθμό τρανζίστορ και αντιστάσεων, όλων στο ίδιο τσιπ πυριτίου.

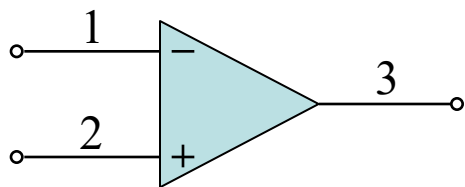


Μέσα σε διάστημα λίγων χρόνων, εμφανίστηκαν τελεστικοί ενισχυτές υψηλής ποιότητας, σε εξαιρετικά χαμηλές τιμές, που ήταν πια διαθέσιμοι από πολλές πηγές προμηθευτών.

Μία από τις αιτίες της μεγάλης δημοτικότητας των τελεστικών ενισχυτών είναι η ευελιξία τους. Μπορεί κανείς να κάνει σχεδόν τα πάντα με τους τελεστικούς ενισχυτές. Στο τέλος του κεφαλαίου θα είναι δυνατή η σχεδίαση αντιπροσωπευτικών εφαρμογών.

Στο κεφάλαιο αυτό δεν θα εξεταστεί το κύκλωμα αυτό καθαυτό του τελεστικού ενισχυτή, θα μεταχειριστούμε τον τελεστικό σαν βασική δομική μονάδα και θα μελετήσουμε την συμπεριφορά του και τις εφαρμογές του.

Το κυκλωματικό σύμβολο το οποίο χρησιμοποιούμε για την αναπαράσταση του τελεστικού ενισχυτή είναι

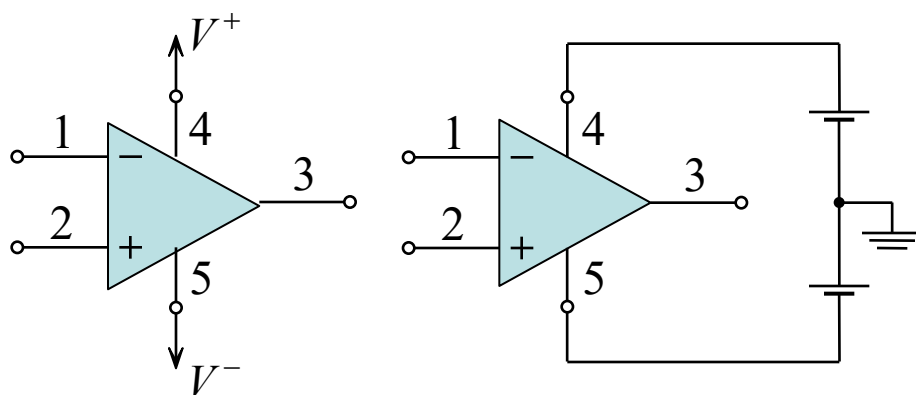


Σύμβολο τελεστικού ενισχυτή

Ο τελεστικός ενισχυτής είναι φτιαγμένος για να “αισθάνεται” τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημάτων τάσης που εφαρμόζονται στους ακροδέκτες εισόδου του ($v_2 - v_1$) και εμφανίζει τη διαφορά πολλαπλασιασμένη επί A στην έξοδο

$$v_o = A(v_2 - v_1)$$

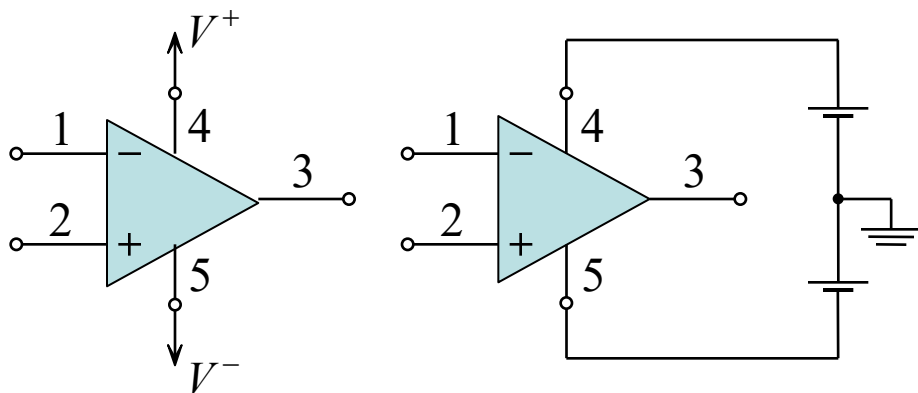
Όταν αναφερόμαστε για τάση σε κάποιο ακροδέκτη εννοούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του ακροδέκτη και της γης.



Τροφοδοσία τελεστικού ενισχυτή

Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ενισχυτής **διαφορικής εισόδου – μόνης εξόδου** (*differential input – single output*).

Το κέρδος A ονομάζεται **διαφορικό κέρδος** ή **κέρδος ανοικτού κυκλώματος**



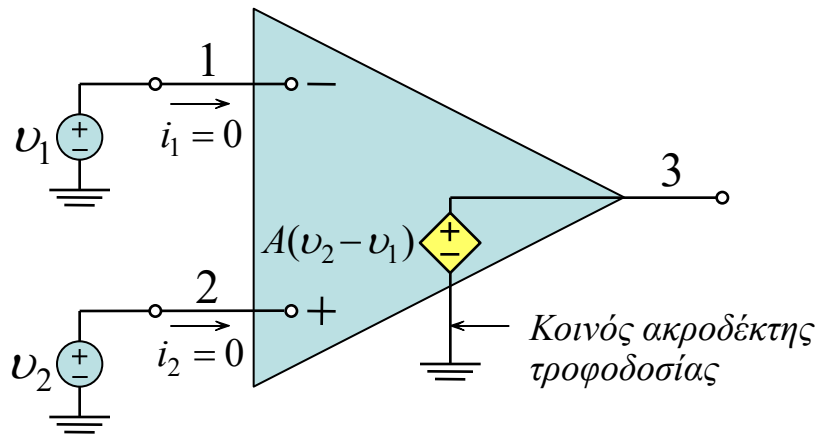
Τροφοδοσία τελεστικού ενισχυτή

Ο ιδανικός τελεστικό ενισχυτής δεν επιτρέπεται να τραβάει ρεύμα από την είσοδό του. Με άλλα λόγια, **η σύνθετη αντίσταση εισόδου ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή πρέπει να είναι άπειρη.**

Ο ακροδέκτης 3 πρέπει να δρα ως ακροδέκτης μιας ιδανικής πηγής τάσης. Αυτό σημαίνει πως η τάση μεταξύ του ακροδέκτη 3 και της γης θα πρέπει πάντα να είναι ίση με $A(v_2 - v_1)$ ανεξάρτητα από το ρεύμα που θα μπορούσε να τραβήξει από τον ακροδέκτη 3 ένα φορτίο με κάποια σύνθετη αντίσταση. Με άλλα λόγια, **η σύνθετη αντίσταση εξόδου του τελεστικού ενισχυτή πρέπει να είναι μηδέν.**

Η έξοδος του τελεστικού ενισχυτή είναι “εν φάση” (έχει το ίδιο πρόσημο) με την v_2 και αντίθετο με την v_1 . Για τον λόγο αυτό ο ακροδέκτης 1 ονομάζεται **αναστρέφων ακροδέκτης εισόδου** και διακρίνεται από το πρόσημο “-”, ενώ ο ακροδέκτης εισόδου 2 ονομάζεται **μη αναστρέφων ακροδέκτης εισόδου** και διακρίνεται από το πρόσημο “+”.

Χαρακτηριστικά ιδανικού τελεστικού ενισχυτή



Ισοδύναμο κύκλωμα ιδανικού τελεστικού ενισχυτή

Ο ιδανικός τελεστικός ενισχυτής δεν τραβάει ρεύμα από τις εισόδους ($i_1 = i_2 = 0$). Η σύνθετη αντίσταση εισόδου είναι άπειρη.

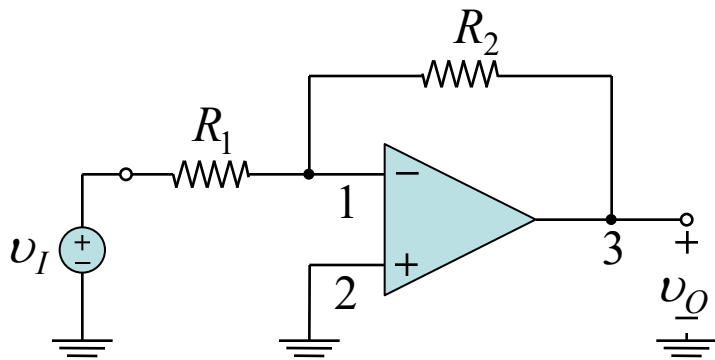
Ο ακροδέκτης εξόδου δρα ως ιδανική πηγή τάσης, δηλαδή, $v_o =$ σταθερή ανεξαρτήτως τιμής ρεύματος i_o . Η σύνθετη αντίσταση εξόδου είναι μηδέν.

Το κέρδος A ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή είναι πολύ μεγάλο, ιδανικά άπειρο.

Το εύρος ζώνης ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή είναι άπειρο, δηλαδή, το κέρδος A είναι σταθερό από την συχνότητα μηδέν μέχρι τη συχνότητα άπειρο.

Αν η διαφορά $v_2 - v_1 = 0$ τότε η έξοδος $v_o = 0$, δηλαδή ο ιδανικός τελεστικός ενισχυτής δεν επηρεάζεται από οποιοδήποτε κοινό σήμα και στις δύο εισόδους. Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται **απόρριψη κοινού σήματος**.

Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία



Στην αναστρέφουσα συνδεσμολογία το σήμα εισόδου v_I εφαρμόζεται στον ακροδέκτη 1 του τελεστικού ενισχυτή, ενώ ο δεύτερος ακροδέκτης 2 γειώνεται.

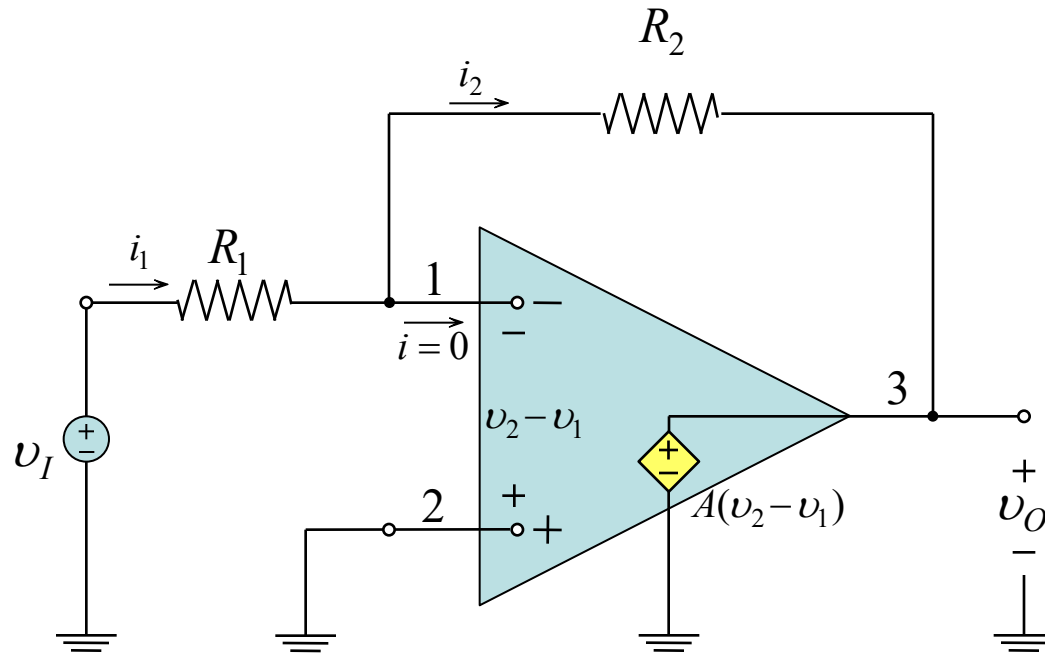
Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία κλειστού βρόχου (αρνητική ανάδραση).

Ο βρόχος από τον ακροδέκτη 3 στον ακροδέκτη 1, μέσω της αντίστασης R_2 προκαλεί **αρνητική ανάδραση** στο σύστημα καθώς ο ακροδέκτης 1 είναι η αρνητική είσοδος του τελεστικού ενισχυτή.

Το **κέρδος κλειστού βρόχου** G ορίζεται ως

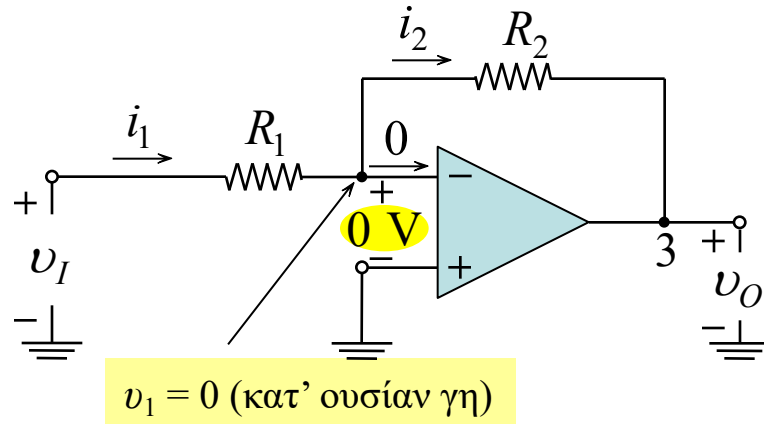
$$G \equiv \frac{v_O}{v_I}$$

Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία



Ισοδύναμο κύκλωμα.

Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία



Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, δηλαδή $A \rightarrow \infty$.

Θεωρούμε ότι το κύκλωμα “δουλεύει” και παράγει μία πεπερασμένη τάση v_O στον ακροδέκτη εξόδου 3.

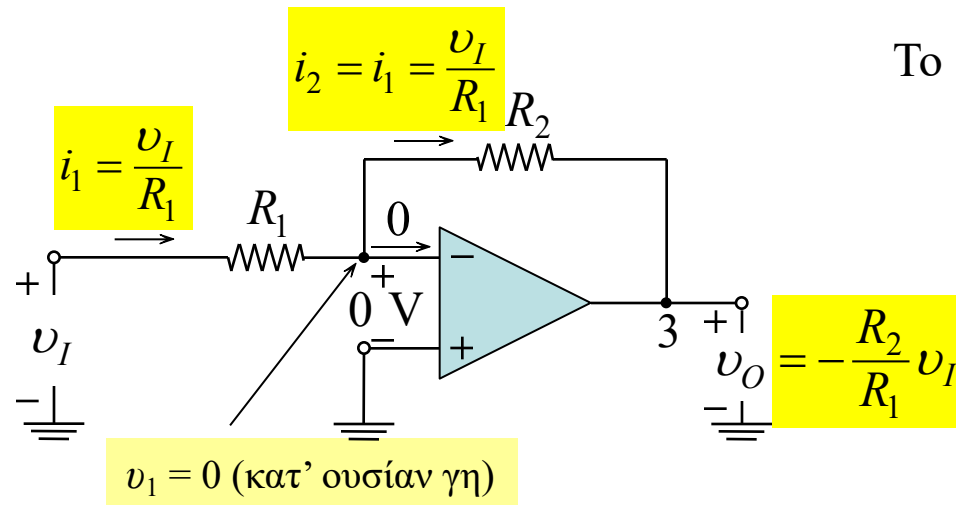
Επειδή το κέρδος ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή είναι άπειρο, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των ακροδεκτών 1 και 2 να είναι σχεδόν μηδενική δεδομένου ότι $v_O = A(v_2 - v_1)$.

$$v_2 - v_1 = \frac{v_O}{A} \cong 0 \Rightarrow v_2 \cong v_1$$

Επειδή το κέρδος A πλησιάζει στο άπειρο, το v_1 πλησιάζει στο v_2 . Το φαινόμενο αυτό το αναφέρουμε σαν το δυναμικό του ενός ακροδέκτη να παρακολουθεί το δυναμικό του άλλου, και το χαρακτηρίζουμε ως **κατ' ουσίαν (τεχνικό) βραχυκύκλωμα** (*virtual short*).

Ο ακροδέκτης 2 είναι συνδεδεμένος με τη γη ($v_2 = 0$) επομένως και $v_1 = 0$. Αναφερόμαστε στον ακροδέκτη 1 ως **κατ' ουσίαν γη**, δηλαδή το σημείο που έχει τάση μηδέν, αλλά δεν είναι συνδεδεμένο με τη γη.

Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία



Το ρεύμα i_1 που διέρχεται από την R_1 είναι

$$i_1 = \frac{v_I - v_1}{R_1} \cong \frac{v_I}{R_1}$$

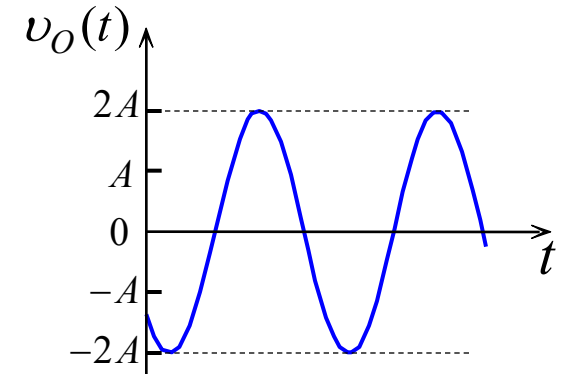
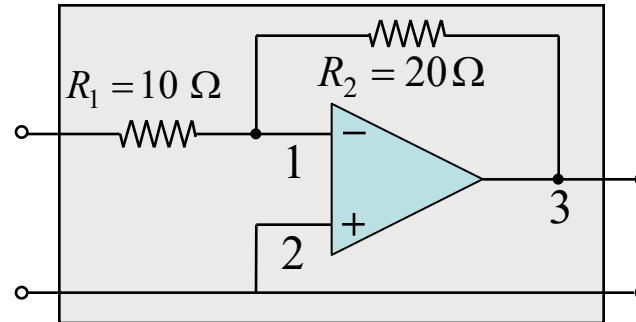
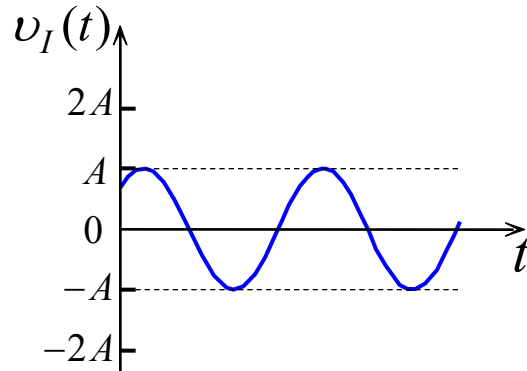
Ο ιδανικός τελεστικό ενισχυτής έχει άπειρη σύνθετη αντίσταση εισόδου, δηλαδή, δεν τραβάει ρεύμα. Έτσι το i_1 πρέπει να περάσει μέσα από την R_2 προς τον ακροδέκτη 3, που έχει χαμηλή σύνθετη αντίσταση.

$$v_O = v_1 - i_2 R_2 = 0 - \frac{v_I}{R_1} R_2 \quad \Rightarrow \quad G \equiv \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Το κέρδος κλειστού βρόχου είναι απλώς ο λόγος των δύο αντιστάσεων R_2 και R_1 . Το πρόσημο μείον σημαίνει πως ο τελεστικός ενισχυτής σε συνδεσμολογία κλειστού βρόχου προκαλεί αντιστροφή του σήματος.

Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία

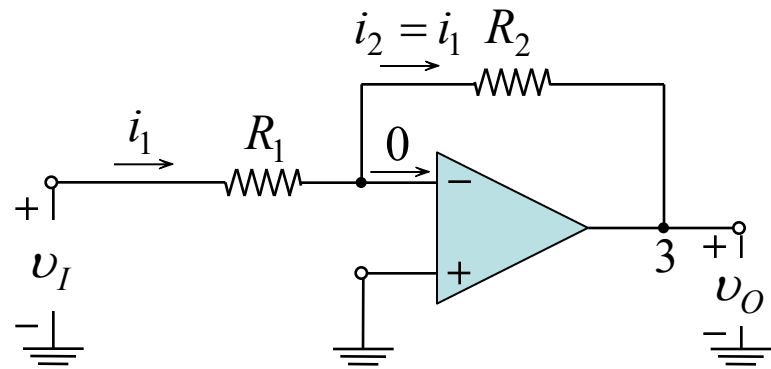
$$G = -\frac{R_2}{R_1} = -2$$



Στο παράδειγμα αρνητικής ανάδρασης αρχίσαμε με ένα τελεστικό ενισχυτή που έχει πολύ μεγάλο κέρδος A και εφαρμόζοντας αρνητική ανάδραση αποκτήσαμε ένα κέρδος κλειστού βρόχου R_2/R_1 που είναι σταθερό, προβλέψιμο και με όση ακρίβεια θέλουμε, επιλέγοντας παθητικά στοιχεία ανάλογης ακρίβειας.

Προσφορά κέρδους και αύξηση ακρίβειας.

Επίδραση του πεπερασμένου κέρδους ανοικτού βρόχου



Αν το κέρδος είναι πεπερασμένο, και επειδή $v_2 = 0$ θα πρέπει η διαφορά δυναμικού μεταξύ των ακροδεκτών 1 και 2 να είναι

$$v_2 - v_1 = \frac{v_O}{A} \xrightarrow{v_2 = 0} v_1 = -\frac{v_O}{A}$$

Το ρεύμα το οποίο διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι

$$i_1 = \frac{v_I - \left(-\frac{v_O}{A}\right)}{R_1} = \frac{v_I + \frac{v_O}{A}}{R_1}$$

Η άπειρη σύνθετη αντίσταση εισόδου του τελεστικού ενισχυτή αναγκάζει το ρεύμα i_1 να διέρχεται από την αντίσταση R_2 . Η τάση εξόδου v_O είναι

$$v_O = -\frac{v_O}{A} - i_1 R_2 = \frac{v_O}{A} - \frac{v_I + \frac{v_O}{A}}{R_1} R_2$$

Η τάση εξόδου v_O είναι

$$v_O = -\frac{v_O}{A} - \frac{v_I + \frac{v_O}{A}}{R_1} R_2 \implies v_O \left[1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

και το κέρδος κλειστού βρόχου G είναι

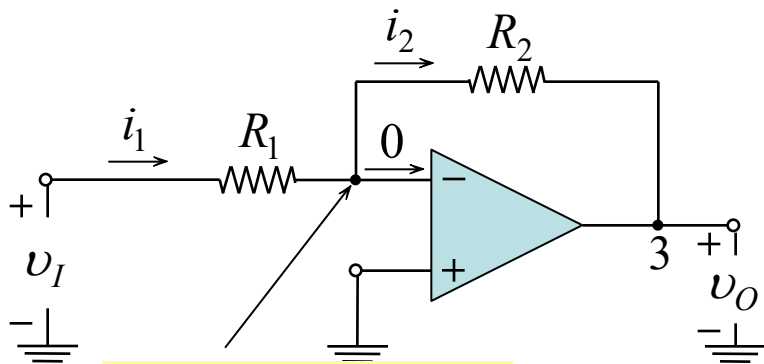
$$G \equiv \frac{v_O}{v_I} = \frac{-R_2/R_1}{1 + \frac{(1+R_2/R_1)}{A}}$$

Παρατηρούμε ότι όταν το A τείνει στο άπειρο το κέρδος G τείνει στην ιδανική τιμή $-\frac{R_2}{R_1}$

Για να ελαχιστοποιήσουμε την εξάρτηση του κέρδους κλειστού βρόχου G από την τιμή του κέρδους ανοικτού βρόχου A , θα πρέπει να επιδιωχθεί

$$1 + \frac{R_2}{R_1} \ll A$$

Αντιστάσεις εισόδου και εξόδου



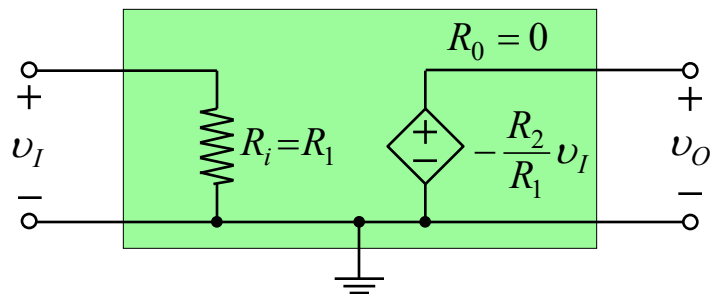
$$v_1 = 0 \text{ (κατ' ουσίαν γη)}$$

Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία παρουσιάζει αντίσταση εισόδου

$$R_{in} \equiv \frac{v_I}{i_1} = \frac{v_I}{\frac{v_I}{R_1}} = R_1$$

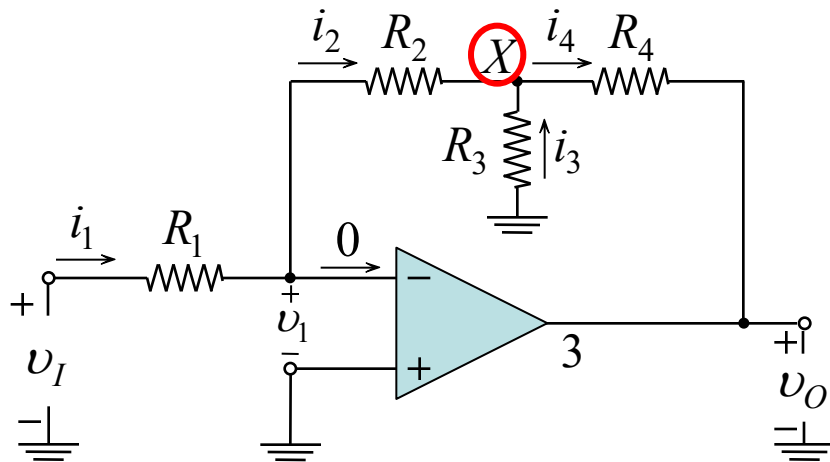
Καθώς η έξοδος v_O της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας λαμβάνεται από τους ακροδέκτες μιας ιδανικής πηγής τάσης $A(v_2 - v_1)$ συνεπάγεται ότι η αντίσταση εξόδου του ενισχυτή κλειστού βρόχου είναι

$$R_o = 0$$



Ισοδύναμο κύκλωμα ιδανικού τελεστικού ενισχυτή σε αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

Παράδειγμα



Να βρεθεί το κέρδος κλειστού βρόχου v_O/v_I του κυκλώματος.

Λύση:

Υποθέτουμε ότι το κύκλωμα παράγει μία πεπερασμένη τάση εξόδου v_O .

Η τάση στον αναστρέφοντα ακροδέκτη είναι

$$v_1 = \frac{-v_O}{A} = \frac{-v_O}{\infty} \approx 0$$

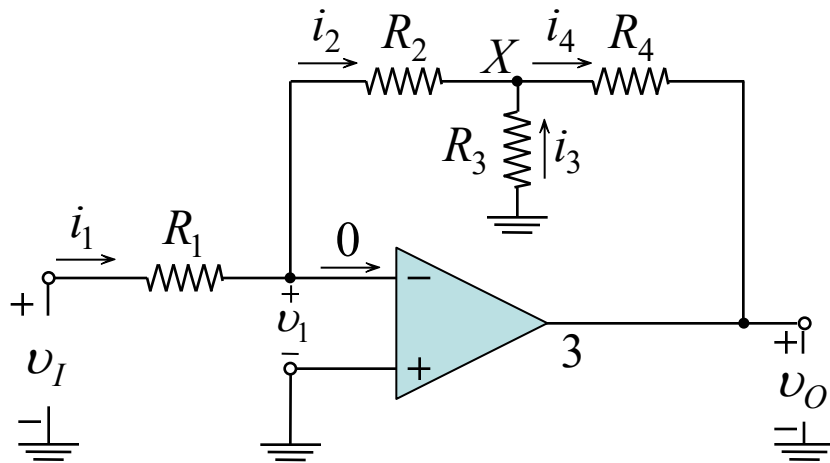
Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι $i_1 = \frac{v_I - v_1}{R_1} = \frac{v_I - 0}{R_1} = \frac{v_I}{R_1}$

Εφόσον δεν περνάει ρεύμα από τον αναστρέφοντα ακροδέκτη εισόδου είναι $i_2 = i_1 = \frac{v_I}{R_1}$

Για την τάση στο κόμβο X του κυκλώματος έχουμε

$$v_X = v_1 - i_2 R_2 = 0 - \frac{v_I}{R_1} R_2 = -\frac{R_2}{R_1} v_I$$

Παράδειγμα (συνέχεια)



$$i_1 = \frac{v_I}{R_1} \quad i_2 = i_1 = \frac{v_I}{R_1} \quad v_X = -\frac{R_2}{R_1} v_I$$

Το ρεύμα το οποίο διαρρέει την R_3 είναι

$$i_3 = \frac{0 - v_X}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I$$

Το ρεύμα το οποίο διαρρέει την R_4 είναι

$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{v_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I$$

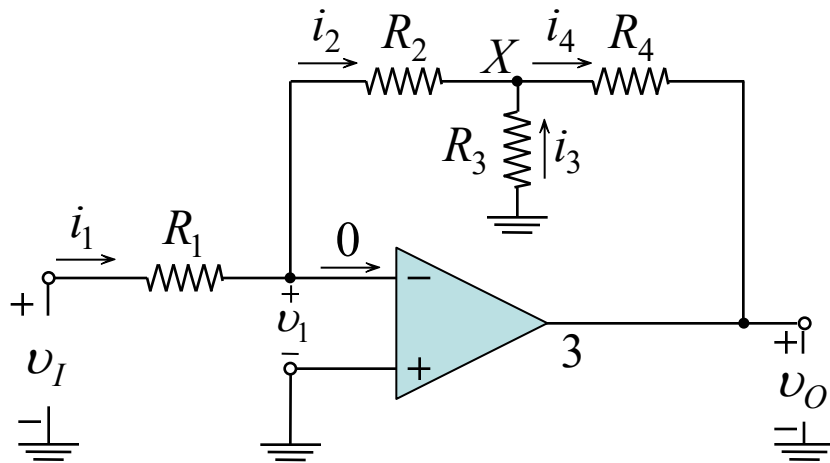
Η τάση v_O είναι

$$v_O = v_X - i_4 R_4 = -\frac{R_2}{R_1} v_I - \left(\frac{v_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I \right) R_4$$

και το κέρδος τάσης G είναι

$$G = \frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_4}{R_1} - \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \quad \text{ή} \quad G = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

Παράδειγμα (συνέχεια)



$$G = - \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

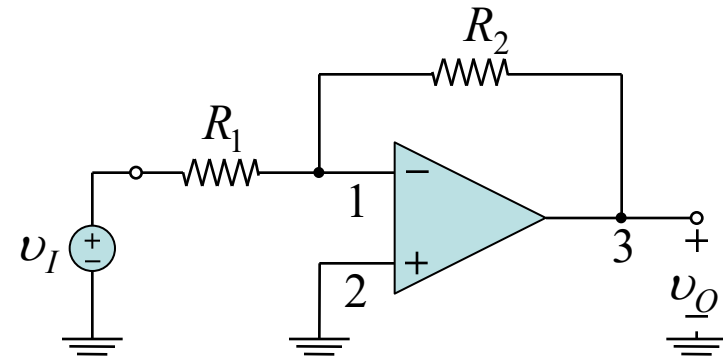
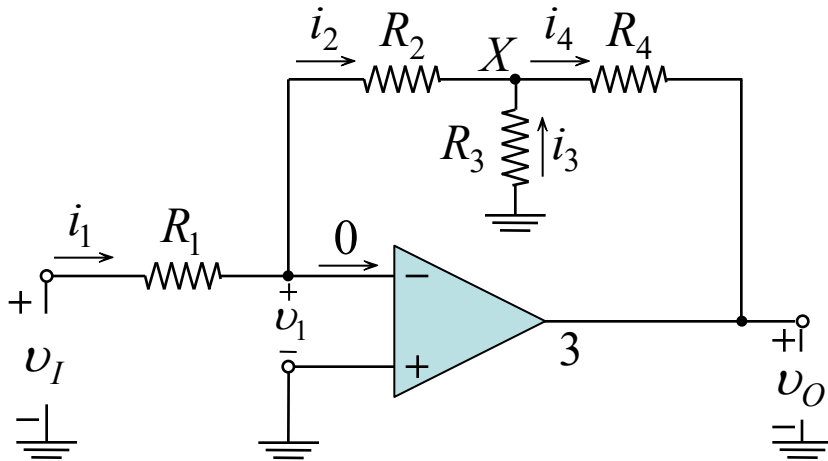
Χρησιμοποιήστε το κύκλωμα για να σχεδιάσετε έναν αναστρέφοντα ενισχυτή, με κέρδος -100 , και αντίσταση εισόδου $1 \text{ M}\Omega$. Για πρακτικούς λόγους δεν πρέπει να χρησιμοποιηθούν αντιστάσεις μεγαλύτερες από $1 \text{ M}\Omega$.

Με δεδομένο ότι $R_i = R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, αν επιλεγεί και $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, τότε θα πρέπει οι τιμές των R_3 και R_4 να είναι τέτοιες ώστε $G = -100$ και $R_3, R_4 \leq 1 \text{ M}\Omega$.

Αν επιλεγεί η $R_4 = 1 \text{ M}\Omega$, τότε η R_3 πρέπει να είναι ίση με $R_3 = 10,2 \text{ K}\Omega$.

Παράδειγμα (συνέχεια)

Συγκρίνετε το κύκλωμα με την αναστρέφουσα συνδεσμολογία του σχήματος



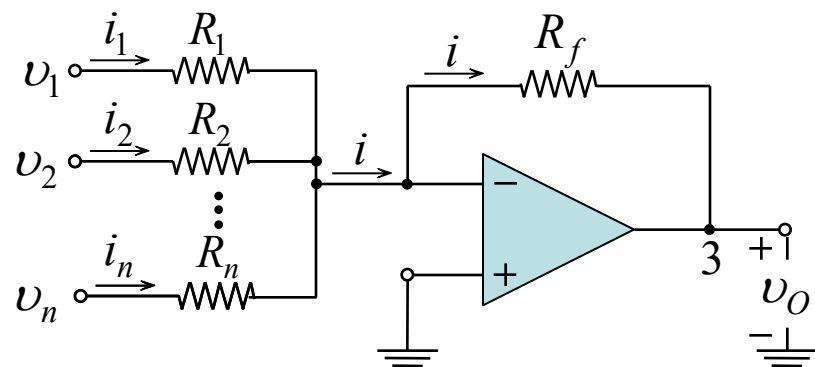
Το κύκλωμα του παραδείγματος.

Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία κλειστού βρόχου.

Αν $R_1 = 1\text{M}\Omega$ και δεδομένου ότι $G = -\frac{R_2}{R_1}$ πρέπει $R_2 = 100\text{M}\Omega$, τιμή τεράστια, άρα μη εφικτή λύση.

Με το παράδειγμα αυτό αναδεικνύεται το γεγονός ότι μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία, έχει εγγενές πρόβλημα χαμηλής αντίστασης εισόδου. Μία λύση στο πρόβλημα αυτό αποτελεί είναι η επιλογή του κυκλώματος παραδείγματος αντί της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας κλειστού βρόχου.

Άθροιστής με βάρη



Άθροιστής με βάρη.

Ο τελεστικός ενισχυτής παρουσιάζει μία κατ' ουσία γη στον αρνητικό ακροδέκτη εισόδου. Τα ρεύματα i_1, i_2, \dots, i_n θα είναι

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v_2}{R_2}, \quad \dots, \quad i_n = \frac{v_n}{R_n}$$

Δεδομένου ότι το ρεύμα σε κάθε ακροδέκτη εισόδου του ενισχυτή είναι μηδέν, το ρεύμα το οποίο διαρρέει την αντίσταση R_f θα είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων $i_k, k = 1, 2, \dots, n$.

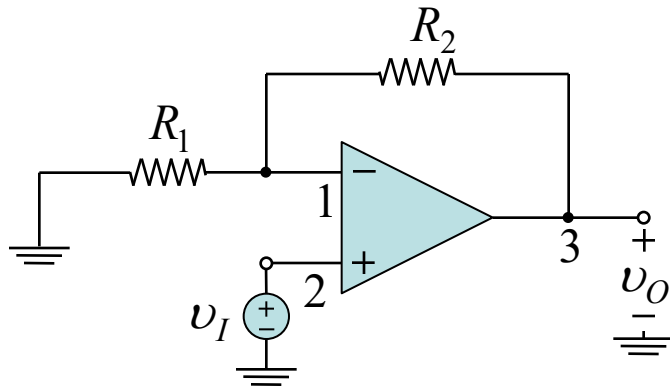
$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

Η τάση εξόδου v_O είναι

$$v_O = 0 - iR_f = -\left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n} v_n \right)$$

Παρατηρούμε ότι η τάση εξόδου είναι ίση με το σταθμισμένο άθροισμα των τάσεων εισόδου, με **βάρη** ίσα με το λόγο $R_f / R_k, k = 1, 2, \dots, n$.

Μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία



Η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

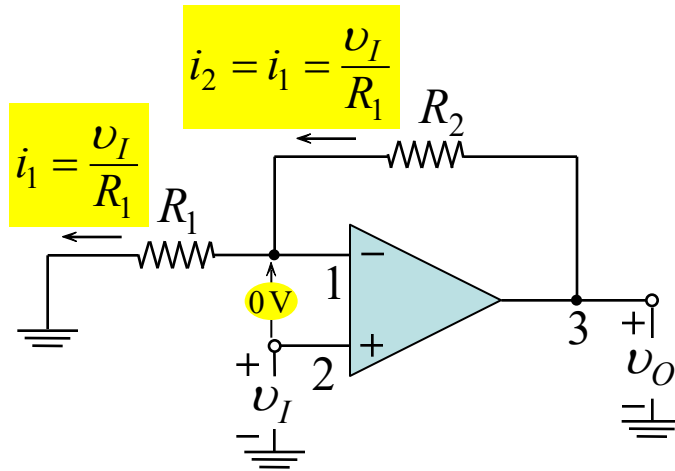
Στη μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία το σήμα εισόδου v_I εφαρμόζεται στο θετικό ακροδέκτη εισόδου 2 του τελεστικού ενισχυτή, ενώ ο ακροδέκτης 1 γειώνεται μέσω της αντίστασης R_1 .

Ο βρόχος από τον ακροδέκτη 3 στον ακροδέκτη 1, μέσω της αντίστασης R_2 προκαλεί και τώρα **αρνητική ανάδραση** στο σύστημα.

Το **κέρδος κλειστού βρόχου** G ορίζεται ως

$$G \equiv \frac{v_O}{v_I}$$

Μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία (συνέχεια)



Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, δηλαδή $A \rightarrow \infty$.

$$v_2 - v_1 = \frac{v_O}{A} \cong 0 \Rightarrow v_2 \cong v_1$$

$$= v_I + \frac{v_I}{R_1} R_2 = v_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

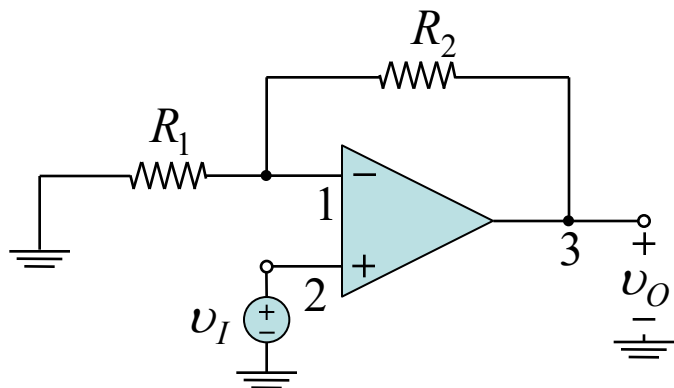
Η τάση στον αναστρέφοντα ακροδέκτη εισόδου v_1 θα ισούται με την τάση στο μη αναστρέφοντα ακροδέκτη εισόδου v_2 που είναι η εφαρμοζόμενη τάση v_I .

Το κέρδος κλειστού βρόχου είναι

$$G = \frac{v_O}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Στην μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία το κέρδος G είναι θετικό και μεγαλύτερο της μονάδας

Μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία (συνέχεια)

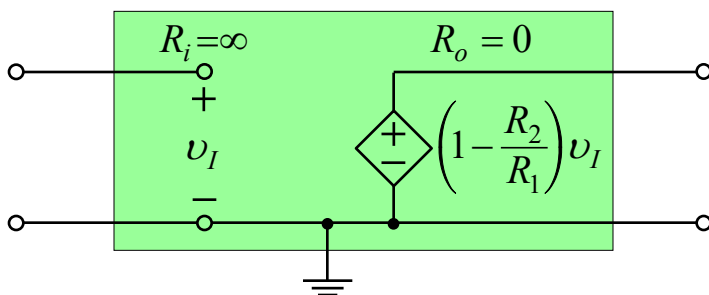


Η σύνθετη αντίσταση εισόδου της μη αναστρέφουσας συνδεσμολογίας είναι άπειρη, εφόσον δεν περνάει ρεύμα μέσα στο θετικό ακροδέκτη εισόδου του τελεστικού ενισχυτή

$$R_{in} = \infty$$

Η έξοδος v_O στην μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία λαμβάνεται από ιδανική πηγή τάσης $A(v_2 - v_1)$, οπότε η σύνθετη αντίσταση εξόδου είναι μηδέν.

$$R_{out} = 0$$



Ισοδύναμο κύκλωμα ιδανικού τελεστικού ενισχυτή σε μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία.

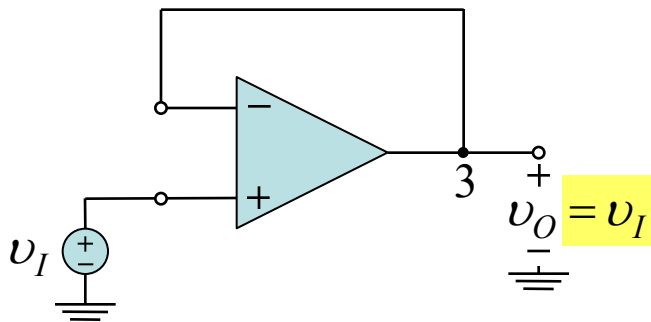
Απομονωτής

Η ιδιότητα της μεγάλης αντίστασης εισόδου μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε το κύκλωμα ως **απομονωτή** (*buffer amplifier*) για να συνδέουμε μια πηγή με μεγάλη σύνθετη αντίσταση σε ένα φορτίο μικρής σύνθετης αντίστασης.

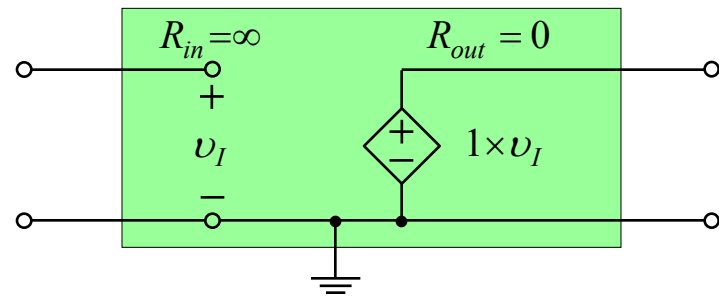
Ο απομονωτής χρησιμοποιείται κυρίως ως μετασχηματιστής σύνθετης αντίστασης ή ως ενισχυτής ισχύος.

Αν πάρουμε $R_2 = 0$ και $R_1 = \infty$ έχουμε ένα ενισχυτή μοναδιαίου κέρδους στο οποίο η έξοδος ακολουθεί την είσοδο. Το κύκλωμα αυτό ονομάζεται **ακόλουθος τάσης** (*voltage follower*).

Στην περίπτωση ενός ιδανικού τελεστικού ενισχυτή έχουμε $v_O = v_I$, $R_{in} = \infty$ και $R_{out} = 0$.

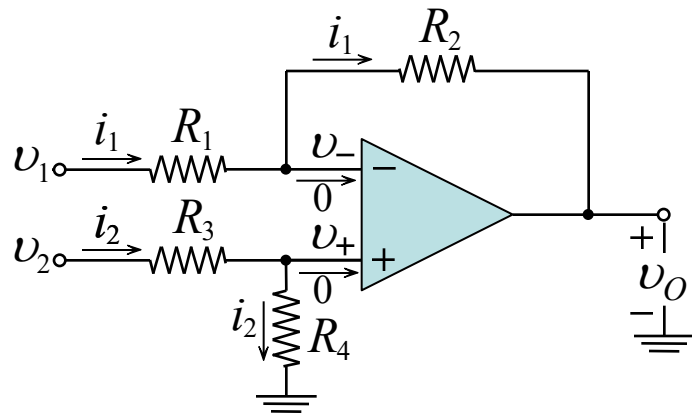


Απομονωτής μοναδιαίου κέρδους, ή ακόλουθος τάσης.



Ισοδύναμο κύκλωμα.

Παράδειγμα (ενισχυτής διαφορών)



Να βρεθεί η σχέση που συνδέει την τάση εξόδου v_O με τις τάσεις εισόδου v_1 και v_2 στη συνδεσμολογία του σχήματος.

Ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, δηλαδή $A \rightarrow \infty$.

$$v_+ - v_- = \frac{v_O}{A} \cong 0 \quad \Rightarrow \quad v_+ \cong v_- = v$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι

$$v_1 - R_1 i_1 = v \quad \Rightarrow \quad i_1 = \frac{v_1 - v}{R_1}$$

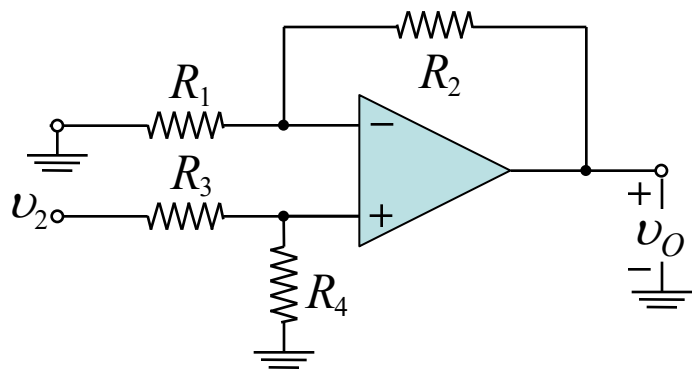
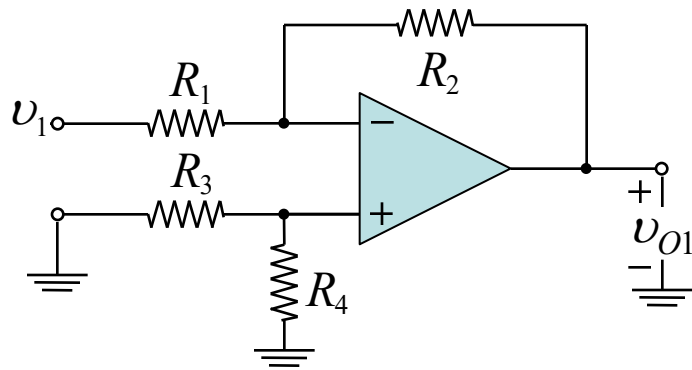
Από το διαιρέτη τάσης που σχηματίζουν οι αντιστάσεις R_3 και R_4 έχουμε

$$v_+ = v = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 = \frac{1}{1 + R_3/R_4} v_2$$

Η τάση εξόδου v_O είναι

$$v_O - R_2 i_1 = v \quad \Rightarrow \quad v_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v - \frac{R_2}{R_1} v_1 \quad \Rightarrow \quad v_O = \left(\frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4}\right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

Παράδειγμα (συνέχεια)



Ο ιδανικός τελεστικός ενισχυτής είναι ένα γραμμικό κύκλωμα και μπορεί να εφαρμοστεί σε αυτό η αρχή της *υπέρθεσης*.

Γειώνοντας την v_2 έχουμε

$$v_{O1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

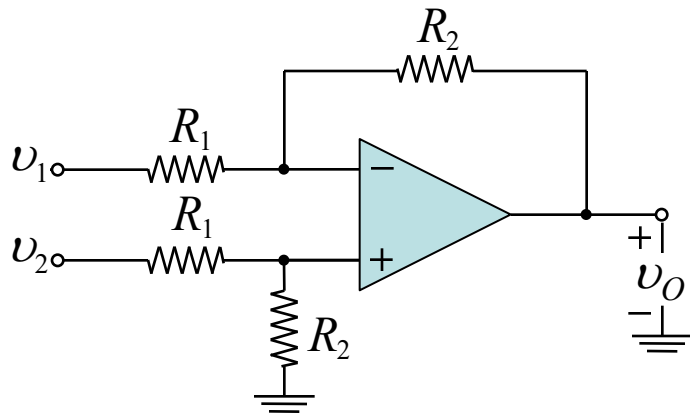
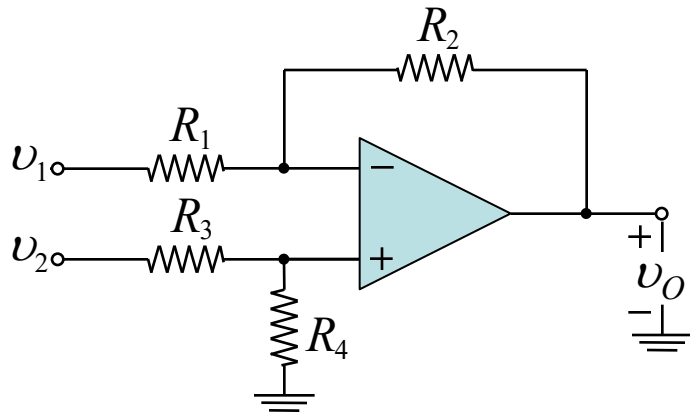
Γειώνοντας την v_1 έχουμε

$$v_{O2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2$$

Σύμφωνα με την αρχή της υπέρθεσης ισχύει $v_O = v_{O1} + v_{O2}$, έτσι η τάση εξόδου είναι

$$v_O = \left(\frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4}\right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

Παράδειγμα (συνέχεια)



Ενισχυτής διαφορών.

Η τάση εξόδου v_O είναι

$$v_O = \left(\frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4} \right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$

Αν οι αντιστάσεις ικανοποιούν την σχέση

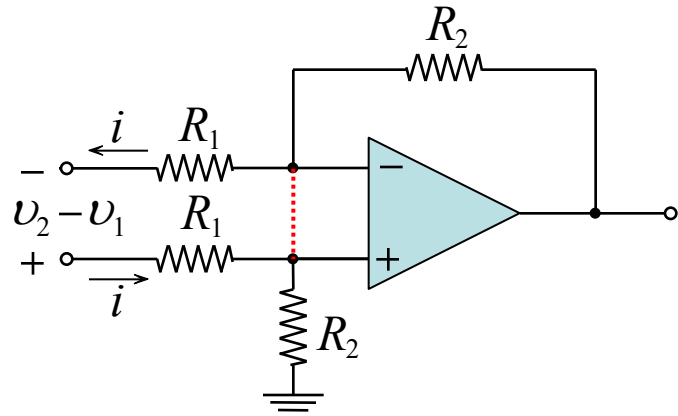
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

τότε η τάση εξόδου γίνεται

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$

Στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα είναι ένας διαφορικός ενισχυτής με κέρδος $\frac{R_2}{R_1}$.

Παράδειγμα (συνέχεια)



Η διαφορική αντίσταση εισόδου R_{in} ορίζεται ως

$$R_{in} = \frac{v_2 - v_1}{i}$$

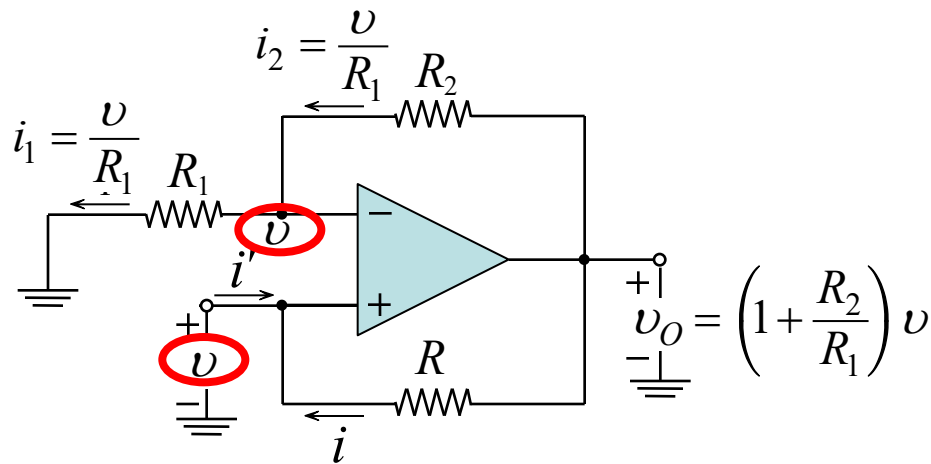
Δεδομένου ότι οι δύο ακροδέκτες εισόδου του τελεστικού ενισχυτή ακολουθούν ο ένας τον άλλο σε δυναμικό, μπορούμε να τους βραχυκυκλώσουμε εικονικά και έτσι από το βρόχο έχουμε

$$v_2 - v_1 = R_1 i + 0 + R_1 i \quad \Longrightarrow \quad R_{in} = \frac{v_2 - v_1}{i} = 2R_1$$

και η αντίσταση εξόδου είναι $R_{out} = 0$.

Σημειώνεται ότι ο ενισχυτής πρέπει να έχει μεγάλο διαφορικό κέρδος, επομένως η R_1 αναγκαστικά πρέπει να είναι σχετικά μικρή και έτσι η αντίσταση εισόδου είναι μικρή. Αυτό κάνει το κύκλωμα όχι τόσο καλό.

Παράδειγμα



Να βρεθεί η αντίσταση εισόδου του κυκλώματος του σχήματος.

Λύση:

Εφαρμόζουμε στην είσοδο μία τάση v . Εξαιτίας του κατ' ουσία βραχυκυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών εισόδου, η τάση στον αναστρέφοντα ακροδέκτη θα είναι v .

Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι

$$i_1 = \frac{v}{R_1}$$

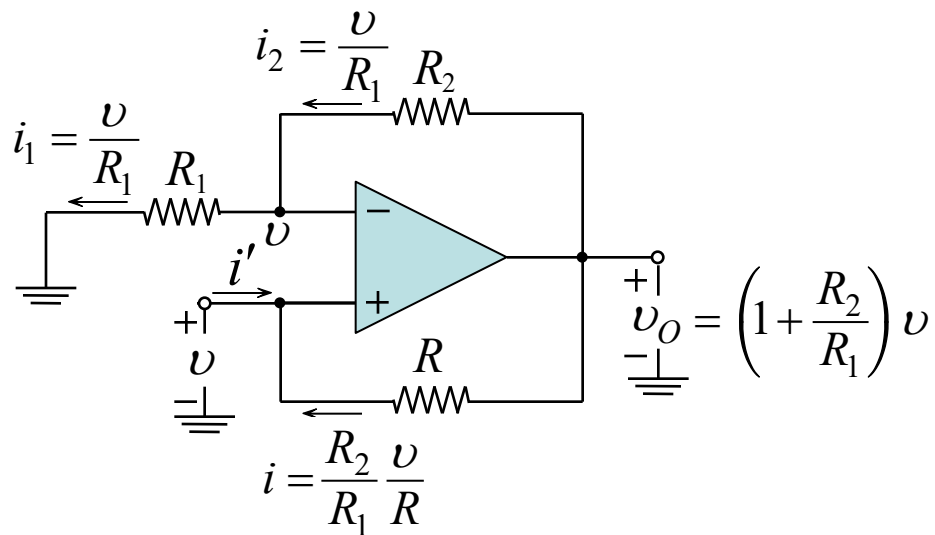
Εξαιτίας της άπειρης αντίστασης εισόδου του τελεστικού ενισχυτή, το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_1 είναι

$$i_1 = i_2 = \frac{v}{R_1}$$

Η τάση στην έξοδο του τελεστικού ενισχυτή θα είναι

$$v_o = v + i_2 R_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v$$

Παράδειγμα (συνέχεια)



Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R είναι

$$v_O - v = iR \Rightarrow i = \frac{R_2}{R_1} \frac{v}{R}$$

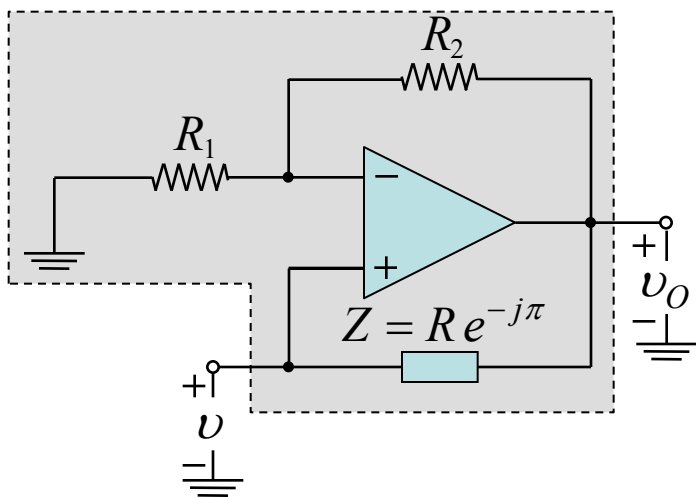
Επειδή δεν διέρχεται ρεύμα από το θετικό ακροδέκτη του τελεστικού ενισχυτή το ρεύμα i' είναι

$$i' = -i = -\frac{R_2}{R_1} \frac{v}{R}$$

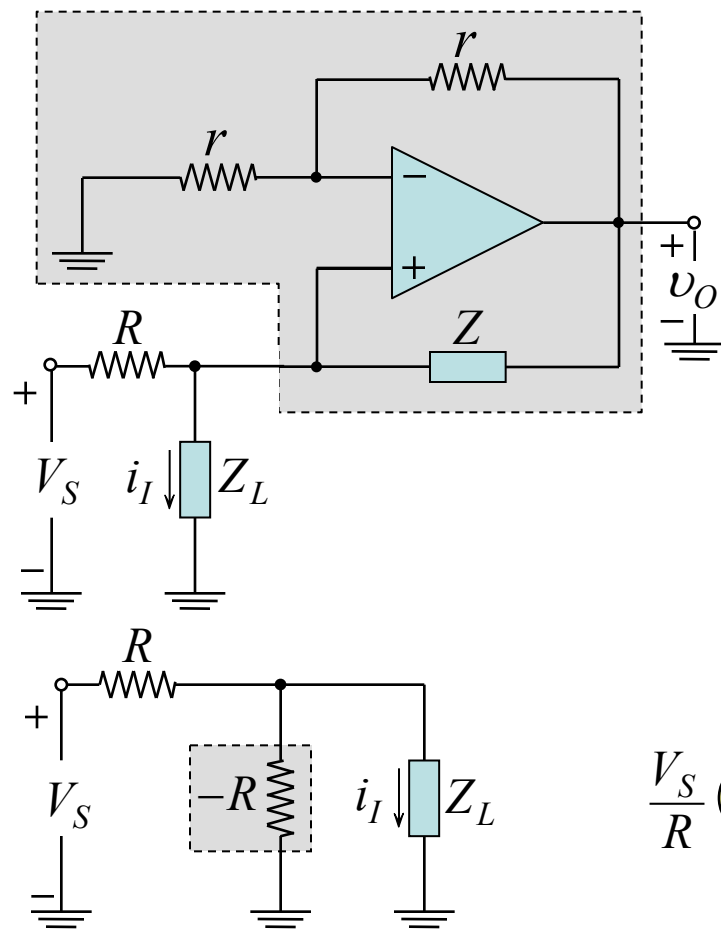
Η αντίσταση εισόδου του κυκλώματος είναι

$$R_{in} \equiv \frac{v}{i'} = -R \frac{R_1}{R_2}$$

Η αντίσταση εισόδου είναι **αρνητική**. Το κύκλωμα αυτό λέγεται **μετατροπέας αρνητικής σύνθετης αντίστασης** (*negative impedance converter* – ΝΙΚ), όπου η R μπορεί να αντικατασταθεί με μία σύνθετη αντίσταση Z .



Παράδειγμα (συνέχεια)

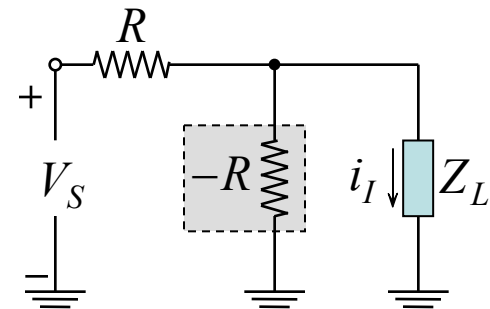


Το ρεύμα που διαρρέει το φορτίο Z_L είναι

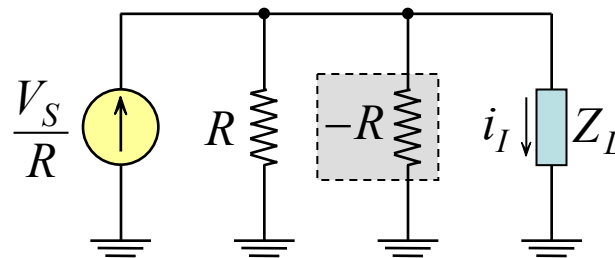
$$i_I = \frac{V_S}{R}$$

και είναι ανεξάρτητο από την τιμή της Z_L .

Το κύκλωμα λειτουργεί ως **μετατροπέας τάσης σε ρεύμα**, παράγοντας ένα ρεύμα i_I ευθέως ανάλογο της τάσης V_I και ανεξάρτητο από την σύνθετη αντίσταση φορτίου Z_L .

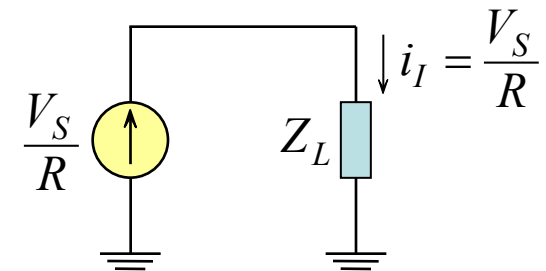


Αντικατάσταση του κυκλώματος που βρίσκεται μέσα στο πλαίσιο των διακεκομμένων γραμμών από μία αντίσταση $-R$.

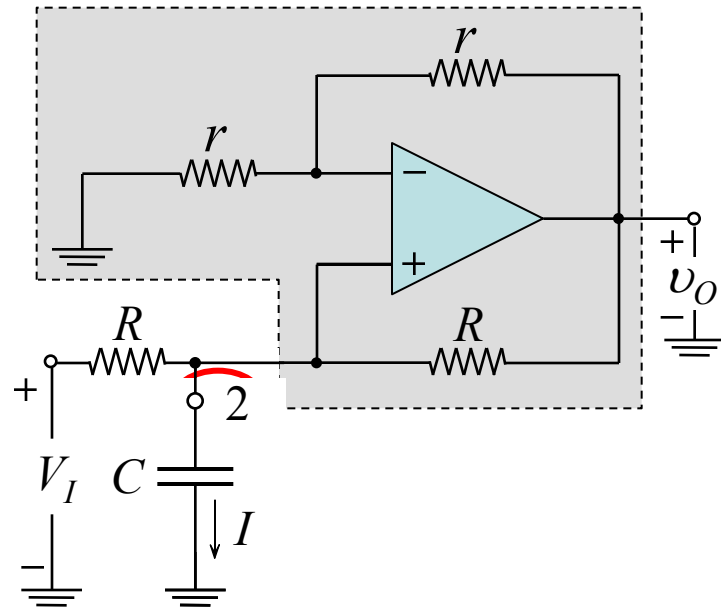


Αντικατάσταση της πηγής τάσης με το ισοδύναμο κατά Norton.

Οι δύο παράλληλες αντιστάσεις παράγουν μία άπειρη αντίσταση.



Παράδειγμα (συνέχεια)



Ο ακροδέκτης 2 ενεργεί ως έξοδος πηγής ρεύματος, με αντίσταση που βλέπουμε κοιτάζοντας πίσω προς τον ακροδέκτη 2, ίση με άπειρο.

Η άπειρη αντίσταση παράγεται από την αλληλεξουδετέρωση μιας θετικής αντίστασης R από την πηγή τάσης, με μία αρνητική αντίσταση εισόδου $-R$.

Αν η αντίσταση φορτίου είναι πυκνωτής χωρητικότητας C , η τάση V_2 στα άκρα του είναι

$$V_2 = \frac{I}{sC} = \frac{V_I}{sCR}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του ολοκληρωτή είναι $\frac{V_2}{V_I} = \frac{1}{sCR}$ από την οποία φαίνεται ότι

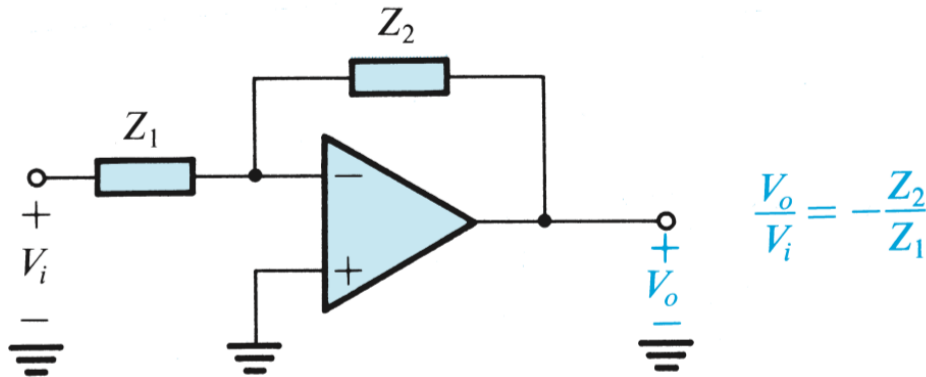
$$v_2 = \frac{1}{RC} \int_0^t v_i(\tau) d\tau + V$$

όπου V είναι η τάση στα άκρα του πυκνωτή την χρονική στιγμή $t = 0$.

Η τάση στον ακροδέκτη εξόδου του τελεστικού ενισχυτή είναι $V_O = 2V_2 = \frac{2}{sRC} V_I$

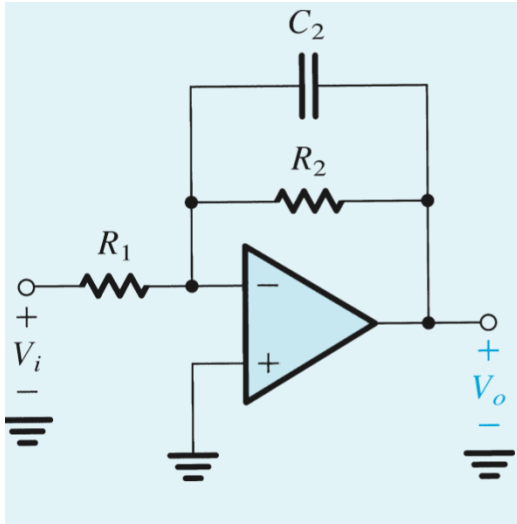
Διαφοριστές και Ολοκληρωτές

Γενίκευση αναστρέφουσας συνδεσμολογίας με σύνθετες αντιστάσεις :



Υπενθύμιση : Όταν σταθερό ρεύμα I διαρέει ένα πυκνωτή για χρόνο t συνεπάγεται σύσώρευση φορτίου I_t . Αντίστοιχα η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή μεταβάλλεται κατά $\Delta V = \Delta Q / C = I_t / C$. Άρα η τάση στα άκρα του πυκνωτή μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο.

Παράδειγμα : Στο παρακάτω κύκλωμα να υπολογιστεί η συνάρτηση μεταφοράς $V_o(s)/V_i(s)$



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \quad Z_1 = R_1 \quad Z_2 = R_2 \parallel (1/sC_2)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{1}{Z_1(s)Y_2(s)}$$

$$Y_2(s) = (1/R_2) + sC_2$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{1}{\frac{R_1}{R_2} + sC_2R_1}$$

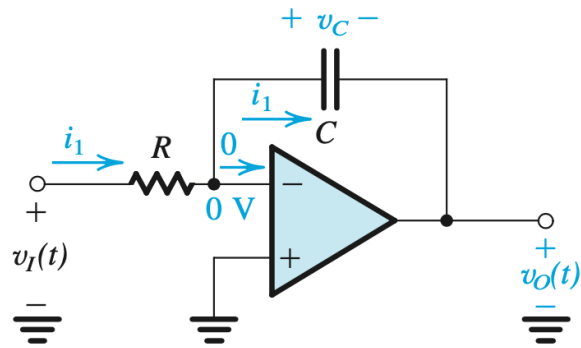
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-R_2/R_1}{1 + sC_2R_2}$$

Table 1.2 Frequency Response of STC Networks

	Low-Pass (LP)	High-Pass (HP)
Transfer Function $T(s)$	$\frac{K}{1 + (s/\omega_0)}$	$\frac{Ks}{s + \omega_0}$
Transfer Function (for physical frequencies) $T(j\omega)$	$\frac{K}{1 + j(\omega/\omega_0)}$	$\frac{K}{1 - j(\omega_0/\omega)}$
Magnitude Response $ T(j\omega) $	$\frac{ K }{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}}$	$\frac{ K }{\sqrt{1 + (\omega_0/\omega)^2}}$
Phase Response $\angle T(j\omega)$	$-\tan^{-1}(\omega/\omega_0)$	$\tan^{-1}(\omega_0/\omega)$
Transmission at $\omega = 0$ (dc)	K	0
Transmission at $\omega = \infty$	0	K
3-dB Frequency	$\omega_0 = 1/\tau$; $\tau \equiv$ time constant $\tau = CR$ or L/R	
Bode Plots	in Fig. 1.23	in Fig. 1.24

Το κέρδος dc είναι $-R_2 / R_1$ και η συχνότητα 3 dB είναι $\omega_0 = 1/C_2R_2$

Ο αναστρέφων Ολοκληρωτής



$$v_O(t) = -\frac{1}{CR} \int_0^t v_I(t) dt - V_C$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{sCR}$$

Το ρεύμα $i_1(t)$ ρέει κατά μήκος του πυκνωτή C συσσωρεύοντας φορτίο:

$$\int_0^t i_1(t) dt$$

Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι V_C , τη χρονική στιγμή t θα είναι :

$$v_C(t) = V_C + \frac{1}{C} \int_0^t i_1(t) dt$$

Η τάση στην έξοδο είναι $u_o(t) = -u_c(t)$

$$v_O(t) = -\frac{1}{CR} \int_0^t v_I(t) dt - V_C$$

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\omega CR} \quad (\text{A})$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

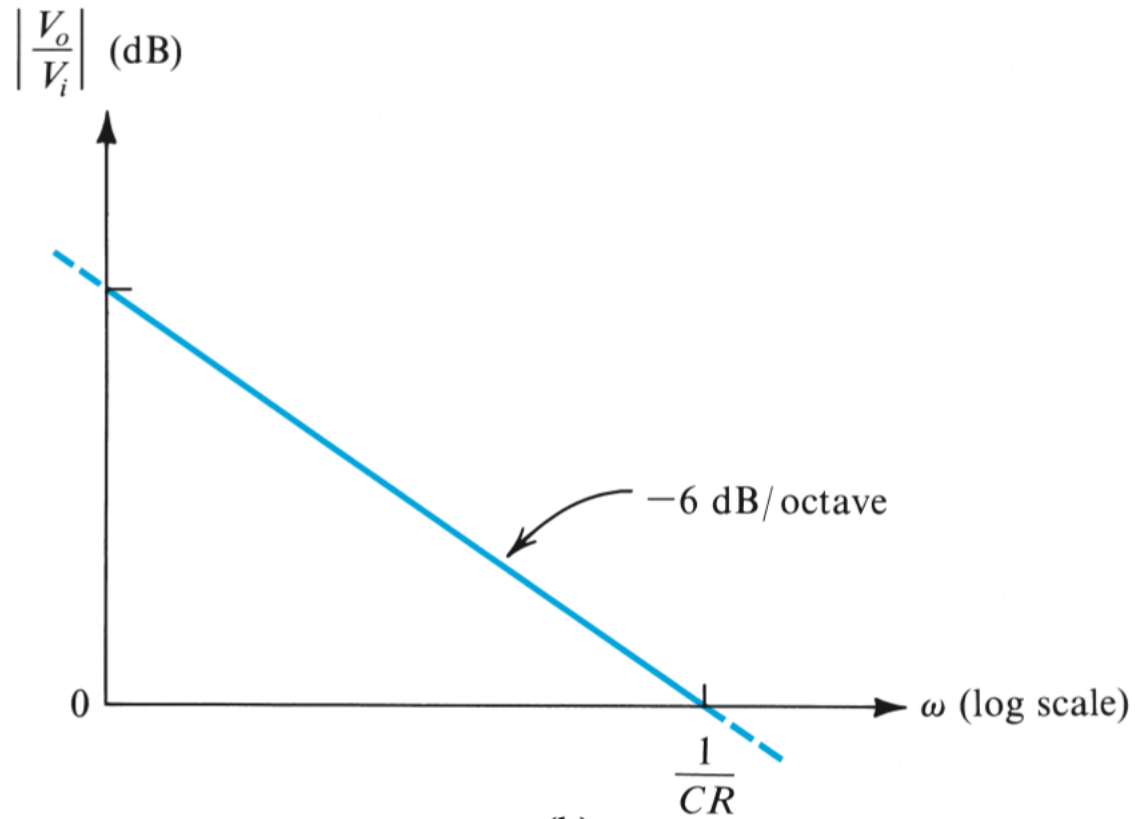
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{1}{sCR}$$

$$\frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = -\frac{1}{j\omega CR}$$

$$Z_1(s) = R \text{ and } Z_2(s) = 1/sC$$

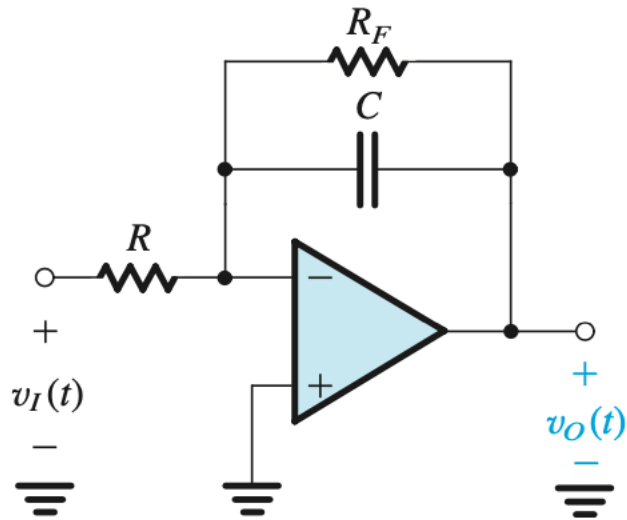
$$\phi = +90^\circ$$

Το διάγραμμα Bode του ολοκληρωτή (εξ. Α) Συμπεριφέρεται σαν ένα low pass φίλτρο



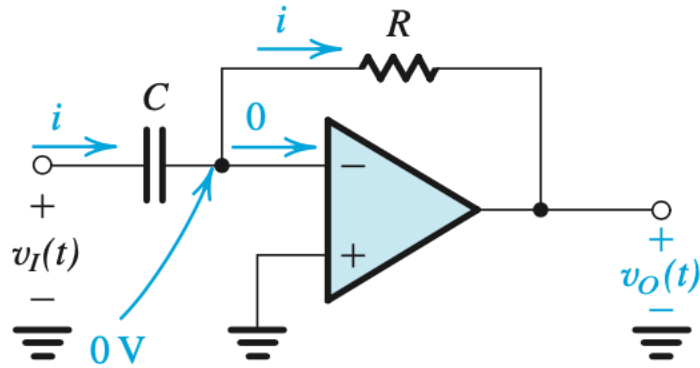
Για $\omega=0$ το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς του ολοκληρωτή μηδενίζεται. Για συνεχές ρεύμα δημιουργείται ένα κύκλωμα ανοικτού βρόγχου : Αστάθεια.

Λύση : Ενσωμάτωση αντίστασης R_f στο κύκλωμα ανάδρασης όπως παρακάτω.



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R_F/R}{1 + sCR_F}$$

ΔΙΑΦΟΡΙΣΤΗΣ



$$i(t) = C \frac{dv_I(t)}{dt}$$

$$v_O(t) = -CR \frac{dv_I(t)}{dt}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -sCR$$

Το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή είναι : $C(dv_I/dt)$

Η τάση εξόδου είναι :

$$v_o(t) = -CR \frac{dv_I(t)}{dt}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -sCR$$

Αν θεωρήσουμε ότι $Z_1(s) = 1/sC$ and $Z_2(s) = R$

Και για $s=j\omega$

$$\frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = -j\omega CR$$

Η συνάρτηση μεταφοράς έχει μέτρο

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \omega CR$$

Και φάση

$$\phi = -90^\circ$$

Το διάγραμμα Bode του διαφοριστή αντιστοιχεί σε ένα φίλτρο διέλευσης υψηλών με κλίση 6dB/οκτάβα και και τάση εξόδου ίση με τάση ισόδου για $\omega = 1/CR$ (σταθερά χρόνου του διαφοριστή).

Ο διαφοριστής είναι ένας «θορυβώδης ενισχυτής». Μικρές μεταβολές στην είσοδο οδηγούν σε τεράστια spikes στην έξοδο. Μια λύση είναι μια μικρή αντίσταση σε σειρά με τον πυκνωτή στην είσοδο.

