

# Traveling Salesman Problem

## Συνδυαστική Βελτιστοποίηση

Βασίλης Ζησιμόπουλος

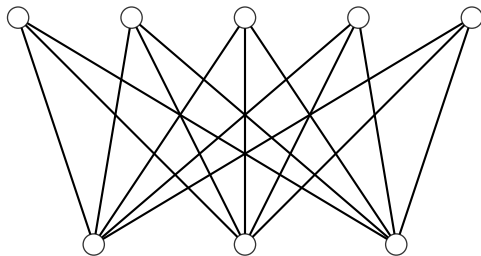
Θεωρητική Πληροφορική  
Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

# Traveling Salesman Problem (TSP)

## Ορισμός

Δοθέντος ενός πλήρους γράφου με μη αρνητικά κόστη ακμών, να βρεθεί ένας κύκλος ελάχιστου κόστους που να επισκέπτεται κάθε κόμβο του γράφου ακριβώς μία φορά.

Υπάρχει ένας Hamiltonian κύκλος μέσα σε δεδομένο γράφο  $G = (V, E)$ ; (NP-Complete)



# Το TSP δεν είναι σταθερά προσεγγίσιμο

Έστω ότι:

- $\exists \mathcal{A}$  αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για το TSP.
- $\frac{f_{\mathcal{A}}(I)}{\hat{f}(I)} \leq \rho, \quad \forall I$  και  $\rho$  σταθερά.

# Το TSP δεν είναι σταθερά προσεγγίσιμο

Έστω ότι:

- $\exists \mathcal{A}$  αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για το TSP.
- $\frac{f_{\mathcal{A}}(I)}{\hat{f}(I)} \leq \rho, \quad \forall I$  και  $\rho$  σταθερά.

Μετασχηματισμός:

- $G = (V, E)$  στιγμιότυπο του Hamiltonian Cycle.
- $G' = (V, E')$  όπου  $E' = \{(u, v) : u, v \in V\}$
- $w(e) = \begin{cases} 1, & e \in E \\ \rho|V| + 1, & e \notin E \end{cases}$

# TSP (τριγωνική ανισότητα)

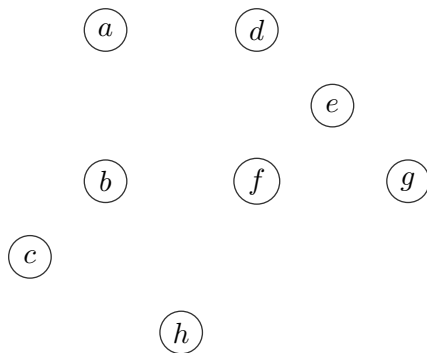
---

**Algorithm 1** Metric TSP - λόγος προσέγγισης 2

---

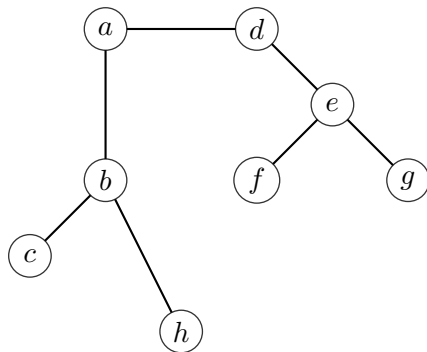
- 1: Βρες ένα δέντρο επικάλυψης ελάχιστου κόστους (MST)  $T$  του  $G$
  - 2: Έστω  $L$  η λίστα των κόμβων του  $T$  με preorder διάσχιση
  - 3: Επέστρεψε τον κύκλο Hamilton  $C$  που επισκέπτεται τους κόμβους του  $G$  με διάταξη  $L$
-

# Παράδειγμα



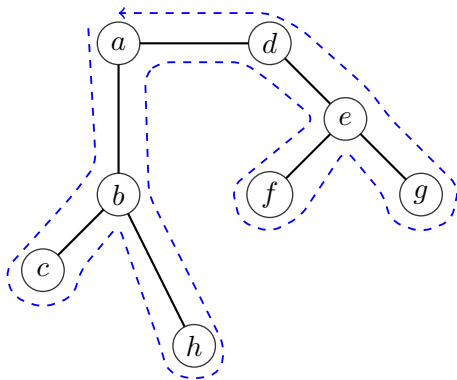
Σχήμα: Input (assume Euclidean distances)

# Παράδειγμα



Σχήμα: MST

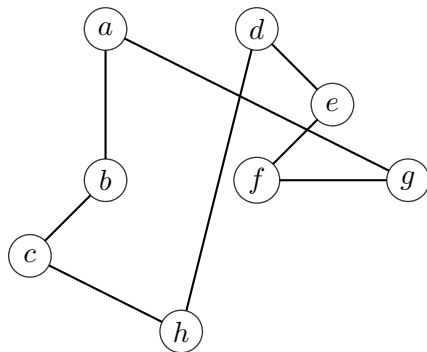
# Παράδειγμα



Σχήμα: Preorder Traversal Full Walk  $L$

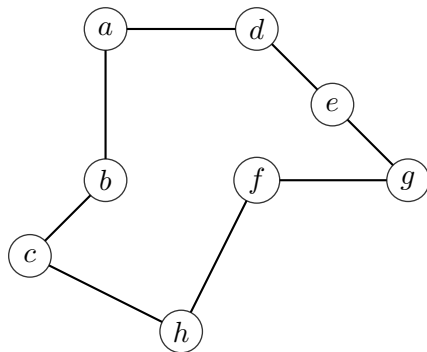


# Παράδειγμα



Σχήμα: Hamiltonian Cycle  $H$  : 19.074

# Παράδειγμα



Σχήμα: Optimal Tour: 14.715 (23% faster)

## 2-προσεγγιστικός

- $H^*$ : βέλτιστη λύση.
- $H$ : ευρεστική λύση.
- $c(T) \leq c(H^*)$ .
- πλήρης διάσχιση  $L$ :  $c(L) = 2c(T)$ .
- $L$  δεν είναι tour.
- τριγωνική ανισότητα: αγνούμε κάποιες κορυφές χωρίς να αυξάνουμε το κόστος.
- από τριγωνική ανισότητα:  $c(H) \leq c(L)$ .
- $c(L) \leq 2c(T)$ .