

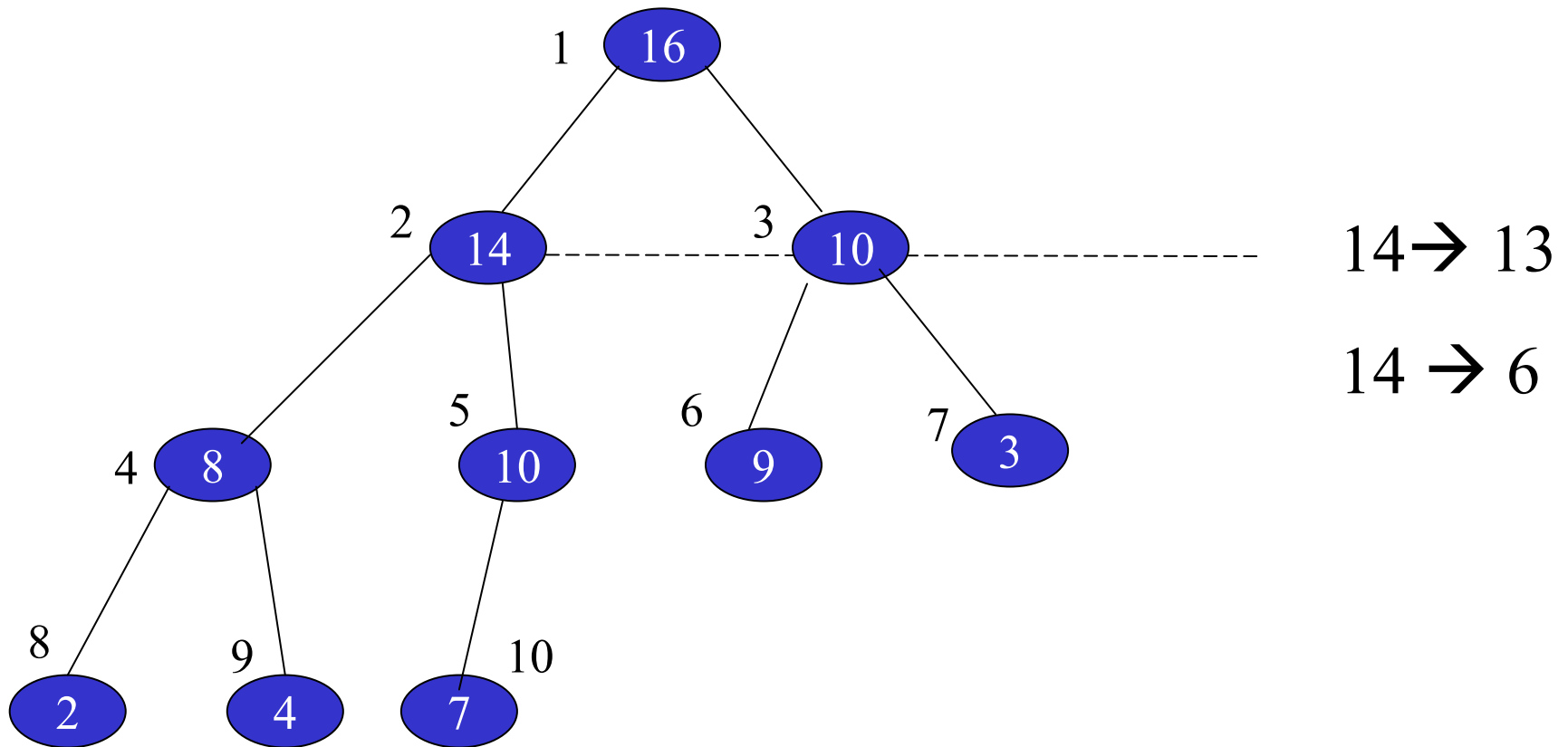
Εφαρμογές σωρού

Max heap: χρονοπρογραμματισμός

Min heap: simulation

Ταξινόμηση με τη βοήθεια σωρού

Εφαρμογές σωρού



Διατήρηση σωρού

MAX-HEAPIFY (A, i)

l ← left [i]

r ← right (i)

if $l \leq \text{heap-size} [A]$ and $A [l] > A [i]$

 then largest ← l

 else largest ← i

if $r \leq \text{heap-size} [A]$ and $A [r] > A [\text{largest}]$

 then largest ← r

if largest ≠ i

 then exchange $A [i] \leftrightarrow A [\text{largest}]$

 MAX-HEAPIFY [A, largest]

Διατήρηση σωρού: πολυπλοκότητα

Πολυπλοκότητα

$$T(n) \leq T(2n/3) + \Theta(1)$$

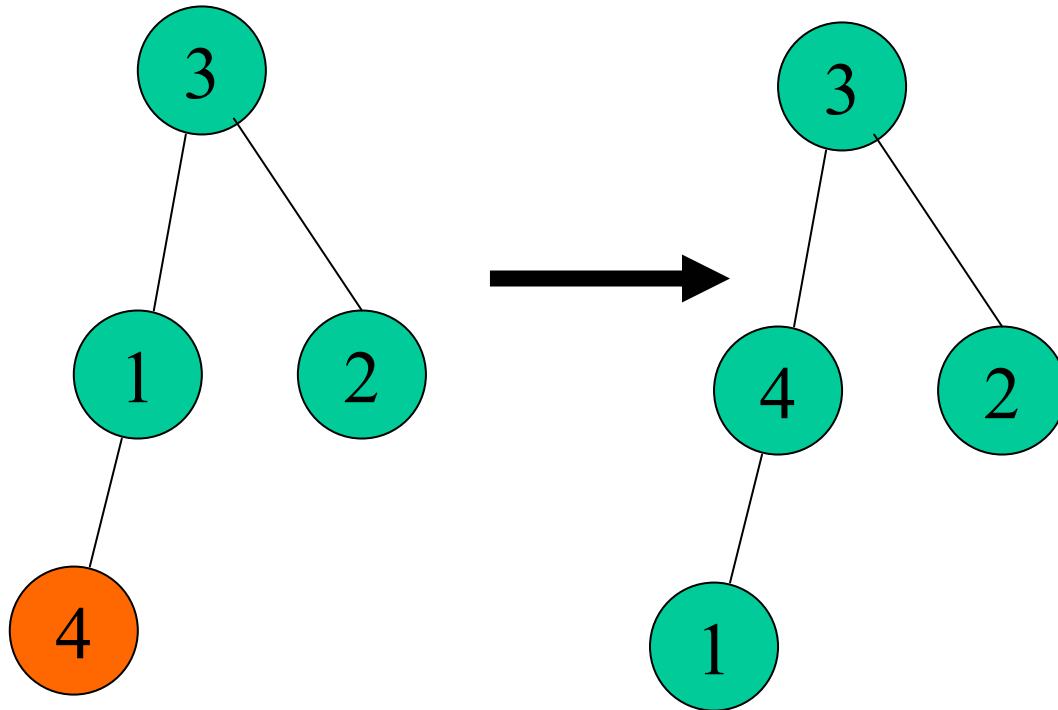
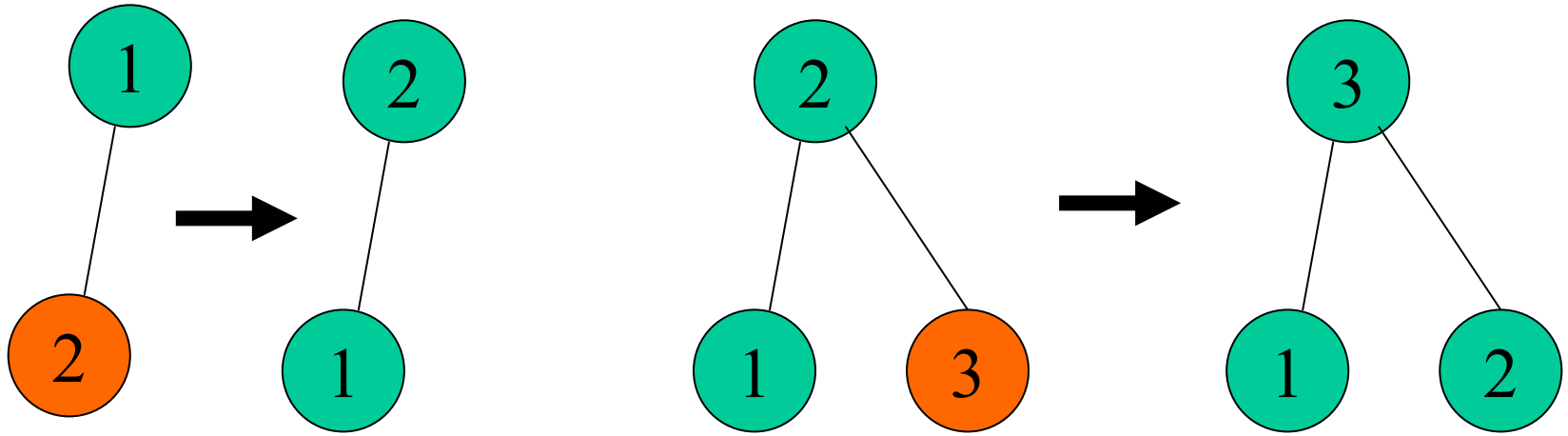
$$T(n) = O(h) = O(\log n), h = \text{ύψος}$$

Input: τα στοιχεία φθάνουν το ένα μετά το άλλο: $a[i]$,
 $1 \leq i \leq n$ (τα στοιχεία δεν είναι όλα διαθέσιμα)

Output: Δομή σωρού

Ακολουθία στοιχείων:

1 2 3 4 . . .



```
ConstructHeap;
```

```
  nheap := 0;  
  for i := 1 to n do  
    insert(a[i]);  
end; ****
```

Πολυπλοκότητα

$$n! \leq n^n$$

$$n! \geq (n/2)^{n/2}$$

Κατασκευή σωρού σε $O(n)$

Τα στοιχεία είναι όλα διαθέσιμα στο πίνακα A

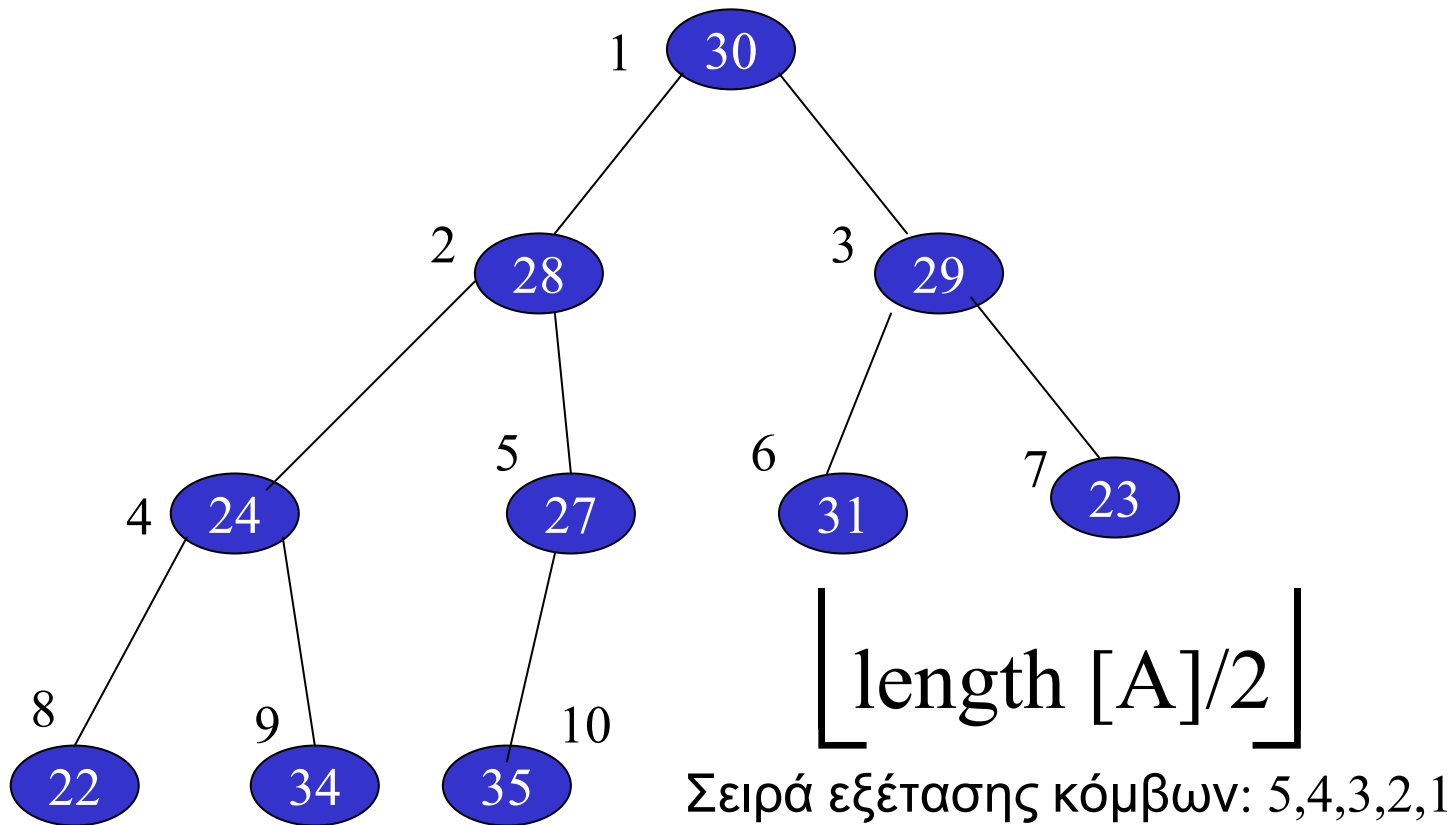
BUILD-MAX-HEAP (A)

heap-size [A] \leftarrow length [A]

for $i \leftarrow \lfloor \text{length}[A]/2 \rfloor$ downto 1 do

MAX-HEAPIFY (A, i)

Κατασκευή σωρού σε $O(n)$



Κατασκευή σωρού σε $O(n)$

Πολυπλοκότητα:

Το πολύ $\left\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \right\rceil$ κόμβοι ύψους h

$$T(n) = \sum_{h=1}^{\lfloor \log n \rfloor} \left\lceil \frac{n}{2^{h+1}} \right\rceil O(h) = \dots O(n)$$

• Υπενθύμιση:
$$\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h} = \frac{\frac{1}{2}}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = 2$$

Υπενθύμιση

Για $x \neq 1$
$$\sum_{k=0}^n x^k = 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

Για $|x| < 1$
$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1 - x}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} kx^k = \frac{x}{(1 - x)^2}$$

Αλγόριθμος ταξινόμησης με σωρό

Input: πίνακας $a[i]$, $1 \leq i \leq n$

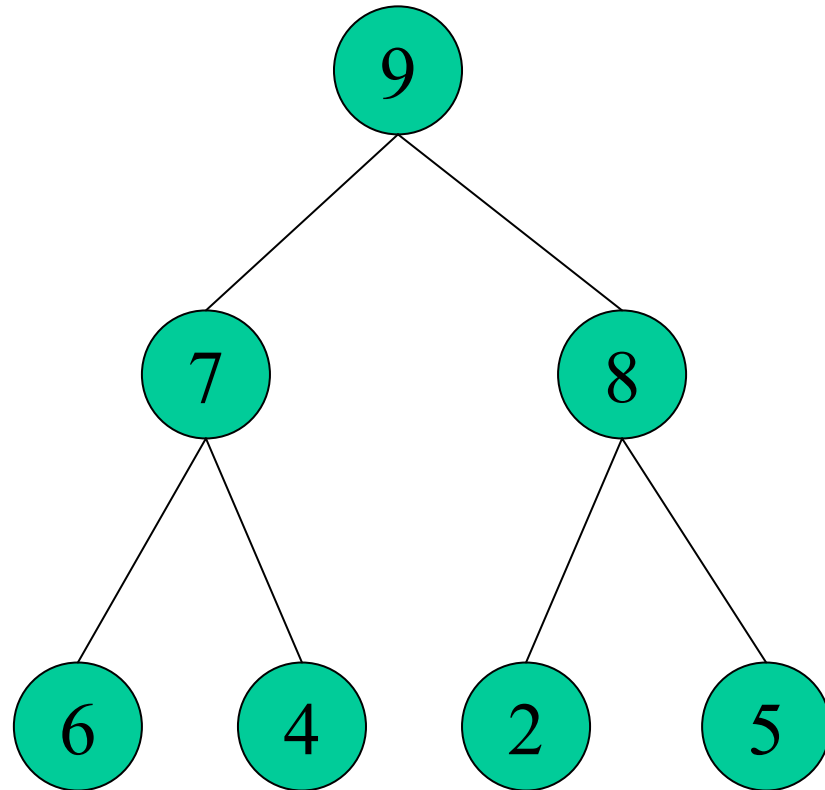
Output: πίνακας $a[i]$, $a[i] \leq a[i_{j+1}]$

Βήμα 1: Διαμόρφωση πίνακα σε σωρό

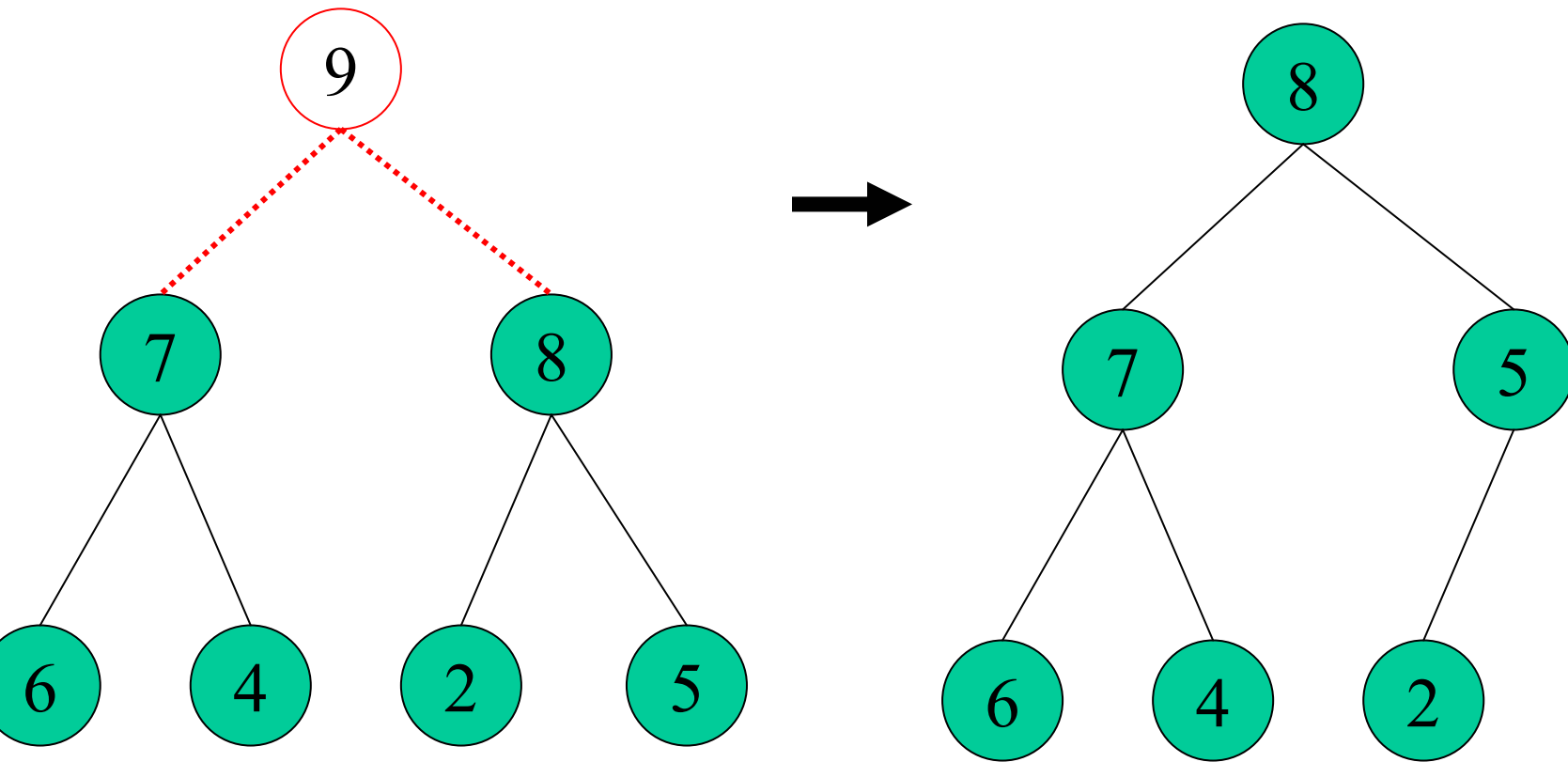
Βήμα 2: Επανάλαβε

- Πάρε μεγαλύτερο στοιχείο
- Αφαίρεσέ το από το σωρό
- Τοποθέτησέ το δεξιά στον πίνακα

6 9 2 7 4 5 8



9 7 8 6 4 2 5



HeapSort ()

```

nheap = 0;
for i = 0 to n-1
    Insert(a[i]) ****

for i = n-1 to 0
    v = Maximum()
    Delete()
    a[i] = v

```

Πολυπλοκότητα

Βήμα 1: $\Theta(n \log n)$

Βήμα 2: $\Theta(n \log n)$

$$\sum_{k=1}^n \log k = \log \left(\prod_{k=1}^n k \right) = \log(n!)$$