

Αναζήτηση στους γράφους

- Βασικός αλγόριθμος
- Αναζήτηση κατά πλάτος
- Αναζήτηση κατά βάθος
- Συνεκτικές Συνιστώσες
- Πρόσθεση πλευρών και συνεκτικές συνιστώσες (Union and Find)

Βασική ιδέα του αλγορίθμου

Φεύγοντας από μια δεδομένη αρχική κορυφή s , **διάσχιση** (επίσκεψη) ενός γράφου G , είναι η αναζήτηση των διαδόχων του s .

1. **Μαρκάρουμε** την κορυφή s
2. Προωθούμε τις μάρκες
Όσο βρίσκουμε τόξο (x, y) , με το κόμβο x μαρκαρισμένο και τον επόμενο του y **αμαρκάριστο** τότε μαρκάρουμε τον κόμβο y .

Αναζήτηση στους γάφους: **Δομές δεδομένων**

- Ο γράφος **G** είναι κωδικοποιημένος με λίστες γειτνίασης
- Ο πίνακας **Mark** δείχνει τις κορυφές που έχουμε ήδη επισκεφθεί
- Το σύνολο **Z**, περιέχει κορυφές των οποίων απομένουν ακόμη διάδοχοι που δεν έχουμε επισκευθεί.

ΓΕΝΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Αναζήτησης

Αρχικοποίησε Mark σε false

Mark[s] = true

Z = {s}

Repeat

Πάρε μια κορυφή x από το Z

Αν όλοι οι διάδοχοι του x έχουν εξεταστεί τότε

Z=Z-{x}

Αλλιώς

Πάρε έναν κόμβο y διάδοχο του x

Αν y **δεν είναι μαρκαρισμένος** τότε

μάρκαρε y

Θέσε y μέσα στο Z

Until Z = \emptyset

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ (BFS: Breadth First Search)

Ζ κωδικοποιημένο με μια ουρά

Διάδοχοι του s



Διάδοχοι διαδόχων του s



Εξάπλωση στίγματος λαδιού

Αρχικοποίησε Mark σε false

Mark[s] = true

Θέσε s στην ουρά

Repeat

Πάρε x από την κεφαλή της ουράς (FIFO)

Για κάθε διάδοχο y του x

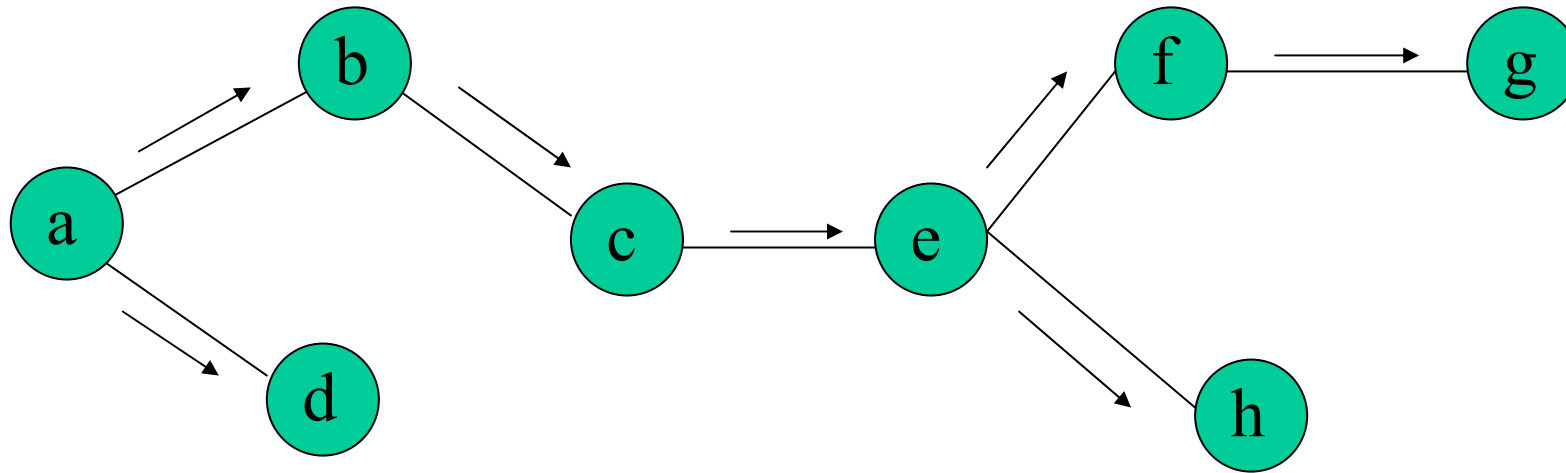
Αν y μη μαρκαρισμένος

 μάρκαρε y

 Θέσε y στο τέλος της ουράς

Until Z = \emptyset (****)

ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ ΔΕΝΔΡΟ επίσκεψης με BFS



Κατευθυνόμενο δένδρο με την BFS ξεκινώντας απο τον κόμβο a.

- Κάθε κόμβος έχει ένα μόνο πατέρα.
- Πατέρας της ρίζας το \emptyset

- Ο κόμβος x δεν επιστρέφει στο σύνολο Z
- Η επανάληψη εξετάζει όλους τους διαδόχους ενός κόμβου

$$\sum_{x=1}^n (d^+(x) + 1) = n + \sum_{x=1}^n d^+(x) = n + m$$

Πλυπλοκότητα BFS: $\Theta(n+m)$. Γενικά $m > n$
και επομένως: **$O(m)$**

Το Z είναι κωδικοποιημένο με **στοίβα**

Η Αναζήτηση προχωρεί ως βολίδα, πηγαίνοντας όσο το δυνατόν **μακρύτερα** στο μονοπάτι με αρχή τον κόμβο s , πριν επιστρέψει σε άλλους κόμβους

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ (DFS)

Αρχικοποίησε **Mark** σε **false**

Mark[s] = true

Θέσε s στη **στοίβα (Z, s)**

Repeat

Πάρε **x** (απο την κορυφή της στοίβας **Z**)

Αν όλοι οι διάδοχοί του είναι **μαρκαρισμένοι**

Διέγραψε τον **x** απο την **Z**

Αλλιώς

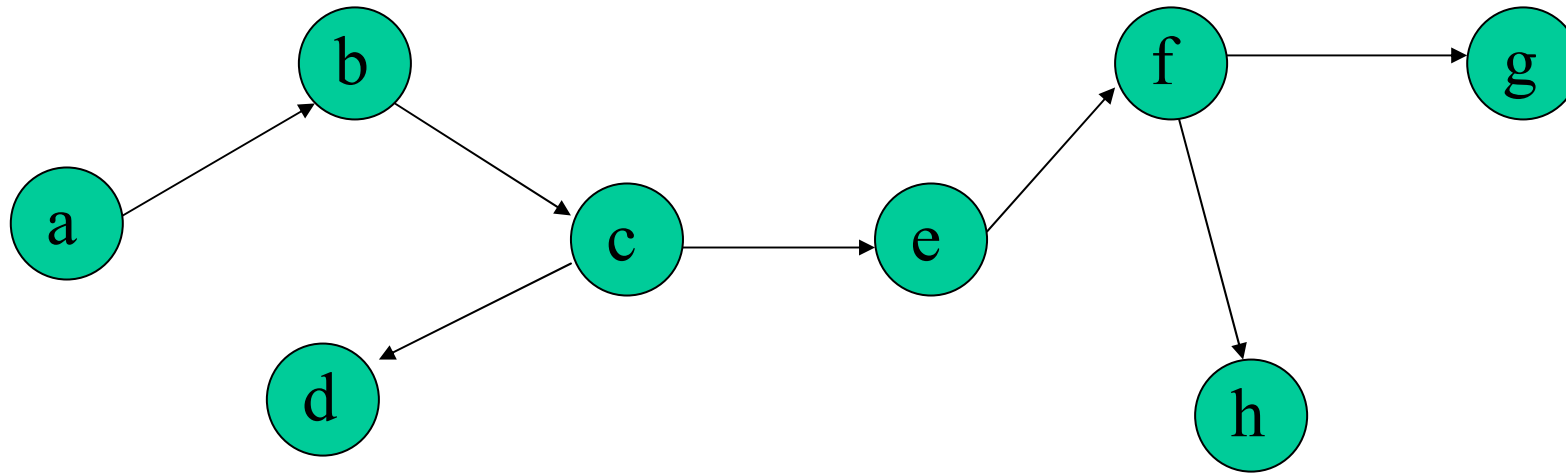
Πάρε ένα **διάδοχο y** του **x**, **μη μαρκαρισμένο**

Μάρκαρε τον κόμβο **y**

Θέσε τον κόμβο **y** στη στοίβα **Z**

Until **Z = ∅** (****)

ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ ΔΕΝΔΡΟ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ με την DFS



Κατευθυνόμενο δένδρο ξεκινώντας απο τον κόμβο a.

Πολυπλοκότητα **$O(n+m)$**

όπου m =αριθμός πλευρών του γράφου

Ελάχιστα μονοπάτια σε αριθμό τόξων

Χρησιμοποιώντας τη Αναζήτηση κατά πλάτος

- Χρήση ενός πίνακα: **απόσταση[]**
- Αρχικοποίηση: **απόσταση[s]=0**
- Θέσε **απόσταση[y]=απόσταση[x]+1**,
/*μετά το μαρκάρισμα του y διαδόχου του x*/

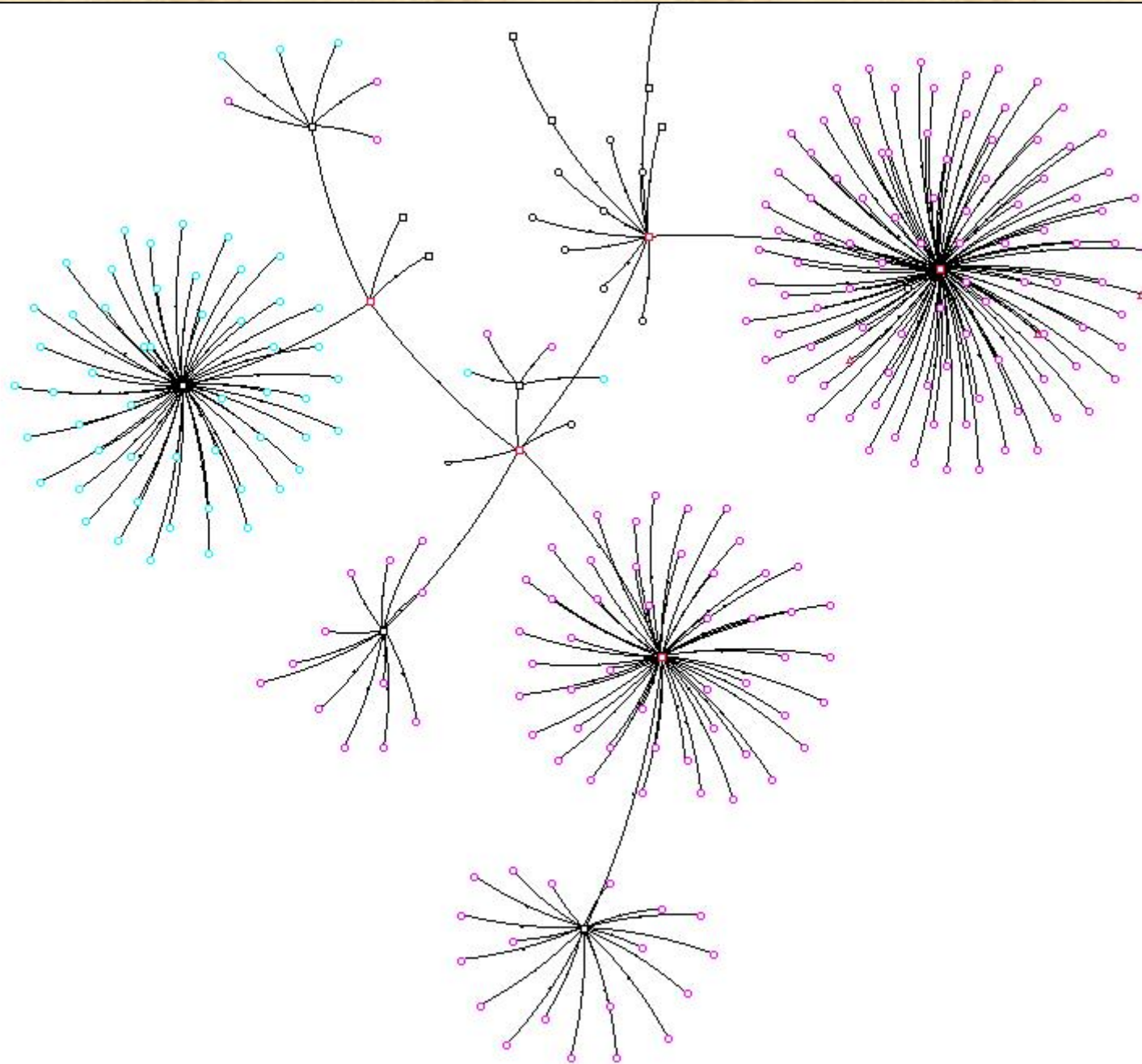
Ανακάλυψη κλειστών μονοπατιών (κύκλων)

Χρησιμοποιώντας την Αναζήτηση κατά βάθος

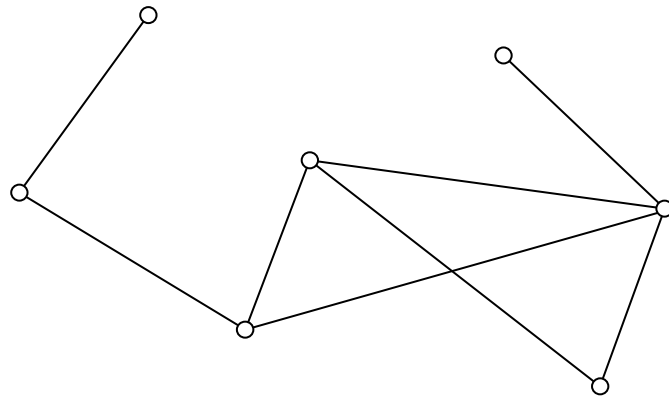
Ένας γράφος είναι **συνεκτικός** αν υπάρχει ένα μονοπάτι που συνδέει δύο οποιουσδήποτε κόμβους. *Ο γράφος τότε αποτελείται από ένα μόνο bloc.*

Συνεκτικές συνιστώσες

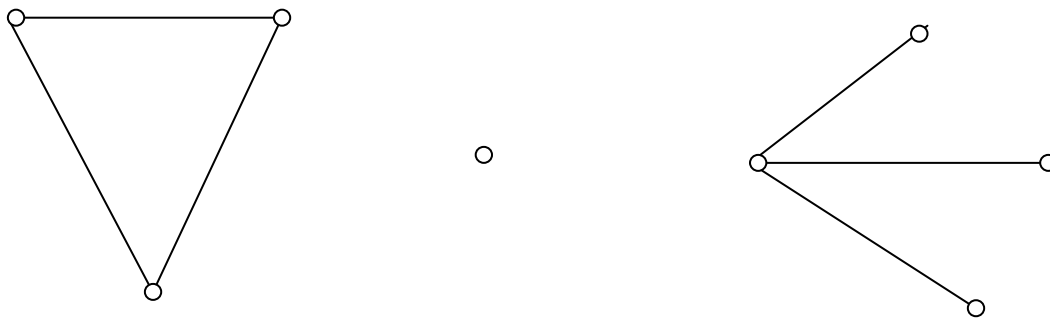
ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΣ γράφος



Παραδείγματα ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

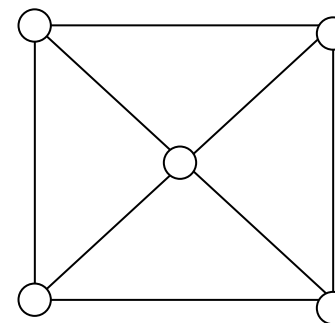
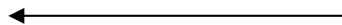
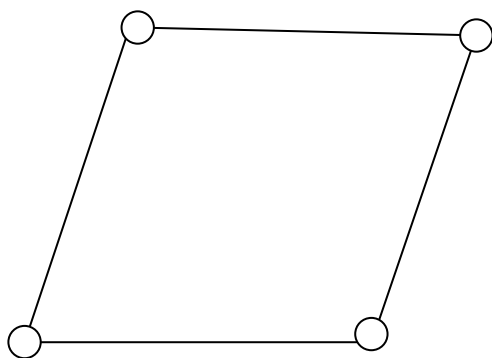
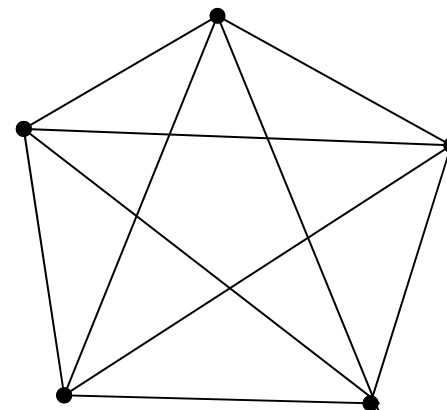
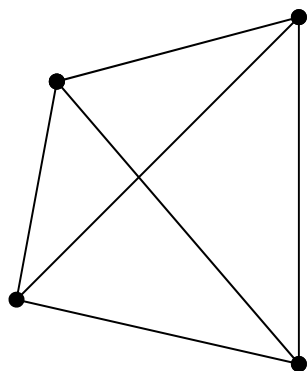


Συνεκτικός γράφος

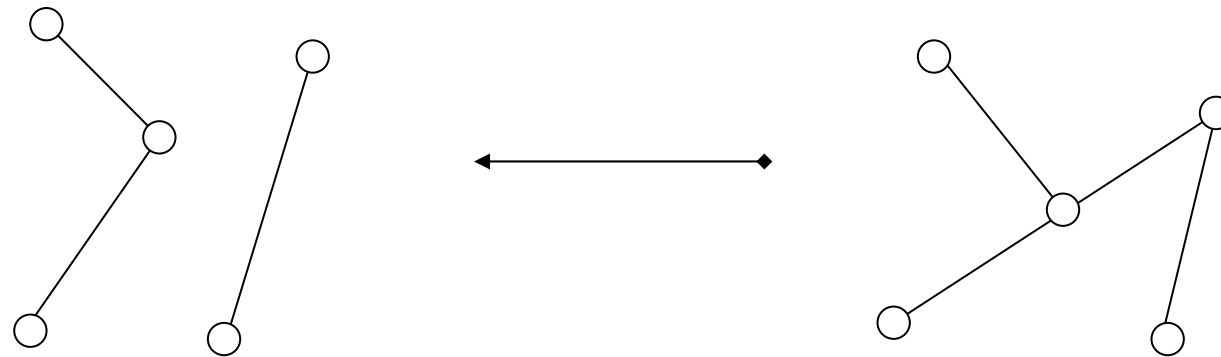
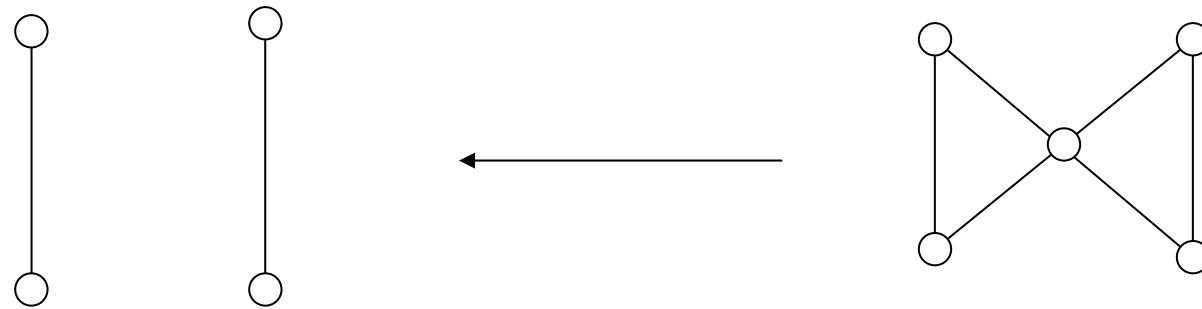


Μη συνεκτικός γράφος με 3 συνεκτικές συνιστώσες

Συνεκτικότητα και διαγραφή ενός κόμβου



Συνεκτικότητα και διαγραφή ενός κόμβου/πλευράς



$G = (V, E) \rightarrow \text{Είναι Συνεκτικός?} \rightarrow (BFS)$

Procedure BFT(G)

MARK[v_i] = FALSE \forall i

For $i := 1$ to n do

if MARK[v_i] = 0 then BFS(v_i)

Breadth First graph Traversal (BFT)

Πολ/τα = ?

Ένας κατευθυνόμενος γράφος είναι **ισχυρά συνεκτικός** αν για κάθε ζευγάρι $\{x, y\}$ διακεκριμένων κόμβων υπάρχει ένα μονοπάτι από το x στο y και το αντίθετο από τον y στον x .

Δηλαδή, τα x και y βρίσκονται πάνω σε κλειστό μονοπάτι.

Ισχυρά συνεκτικές συνιστώσες

ΙΣΧΥΡΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

