

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου
κόστους
(ή μέγιστου βάρους)
ΔΕΕΚ

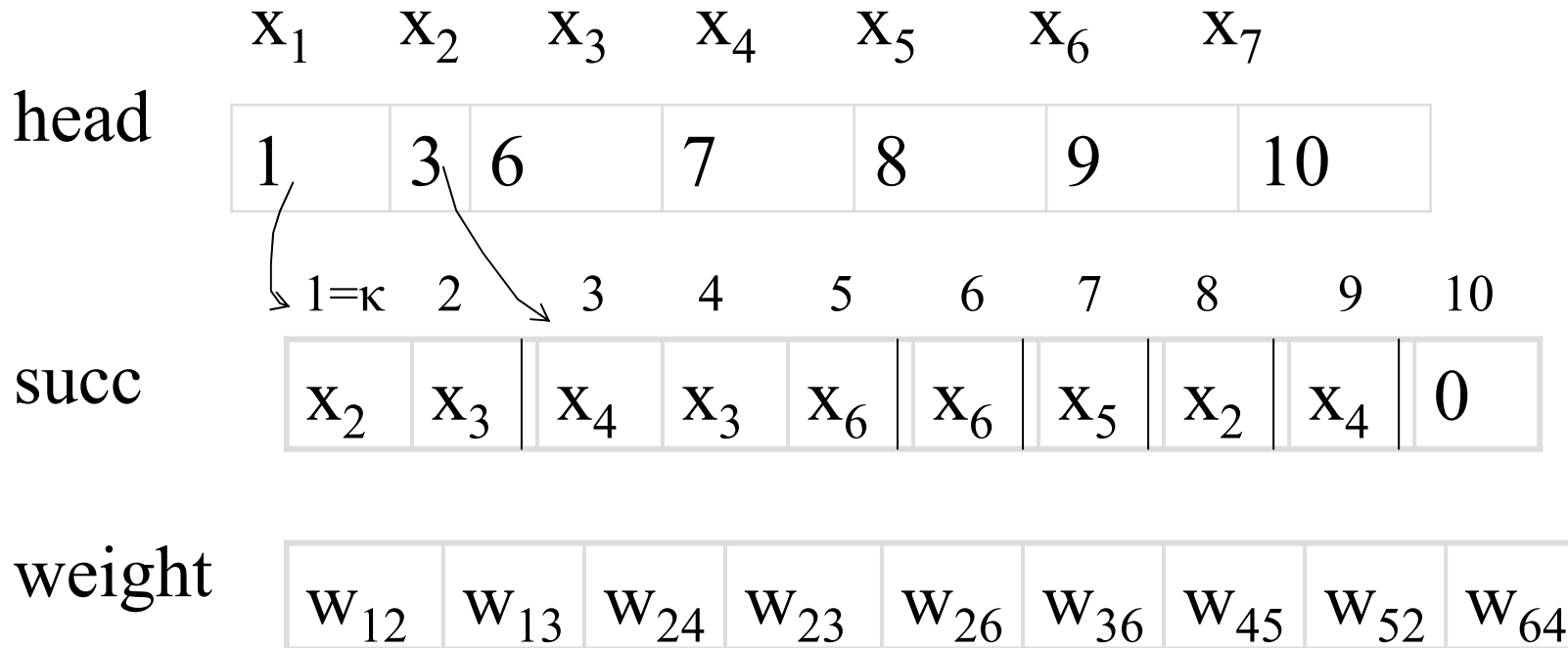
**Minimum (Maximum) Spanning
Trees**

$G=(X,A,W)$

(Υπενθύμιση)

$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$

Λίστες γειτνίασης με πίνακες



Επόμενοι κόμβοι του x_i

for $k:=\text{head}[x_i]$ to $\text{head}[x_{i+1}]-1$

print(succ[k],w[k])

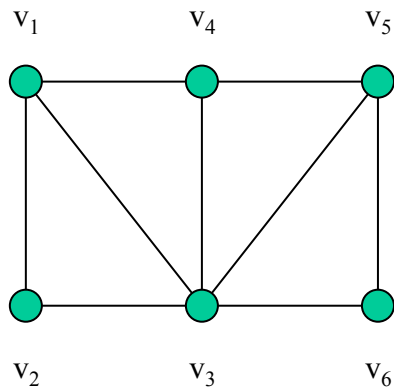
Στη τρέχουσα γλώσσα, ένα δένδρο είναι ένας γράφος G με «**ακριβώς αυτό που πρέπει από πλευρές για να είναι συνεκτικός**»

Ορισμοί (ισοδύναμοι)

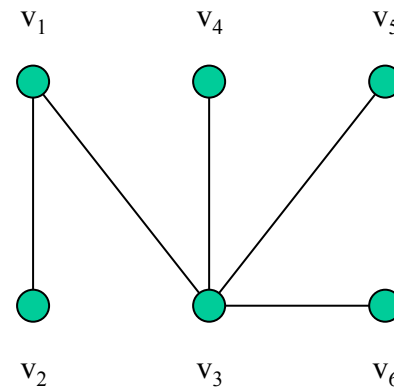
- G είναι συνεκτικός χωρίς κύκλο
- G είναι χωρίς κύκλο και έχει $n-1$ πλευρές (όπου n η τάξη του G)
- G είναι χωρίς κύκλο και εισαγωγή μιας πλευράς δημιουργεί ένα μόνο κύκλο

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

Ένα δένδρο επικάλυψης ενός γράφου είναι ένα δένδρο που συνδέει όλους τους κόμβους



Ένας γράφος G



Δένδρο επικάλυψης του G

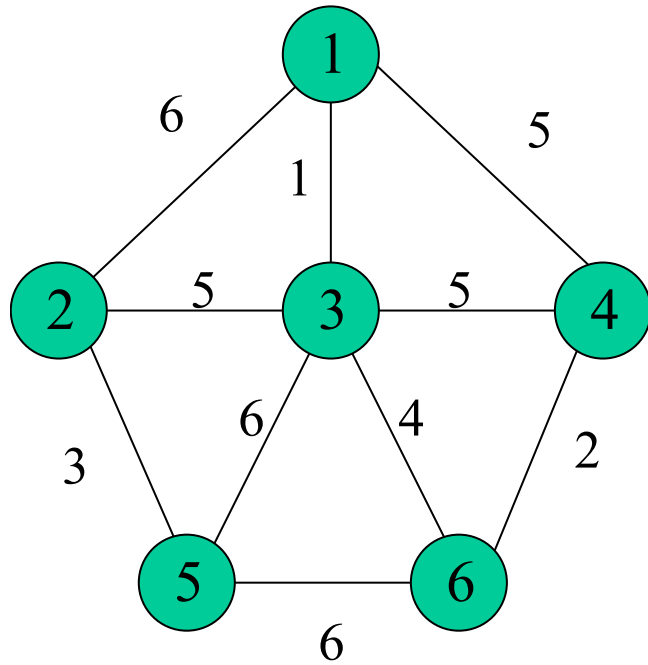
Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

Έστω $G=(V, E, W)$ ένας απλός συνεκτικός
γράφος με βάρη στις ακμές

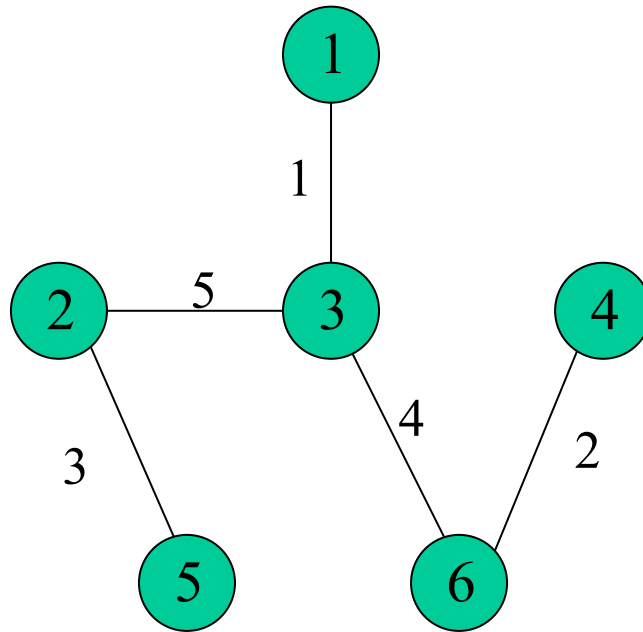
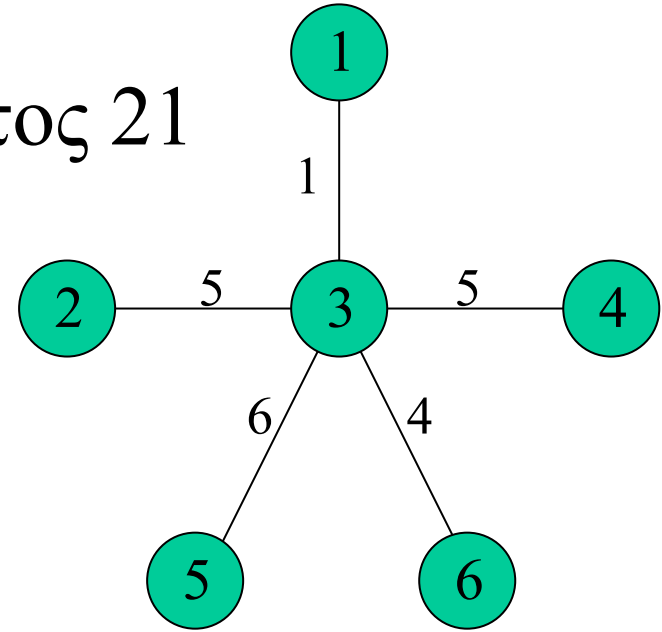
**Ζητείται δένδρο επικάλυψης του G , του
οποίου το συνολικό κόστος των πλευρών είναι
ελάχιστο (ΔΕΕΚ)**

(minimum (or maximum) cost spanning tree)

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους



κόστος 21

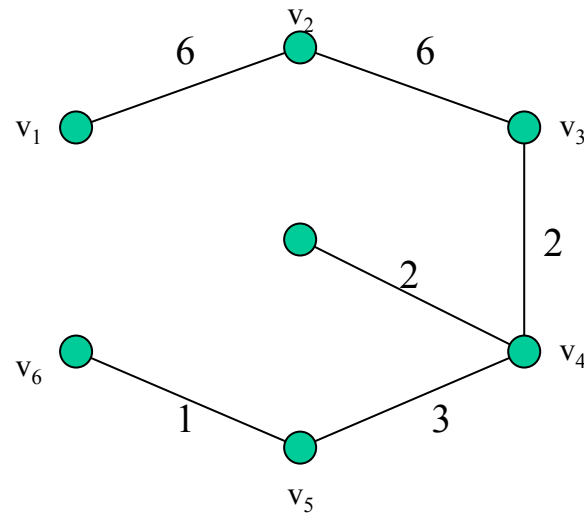
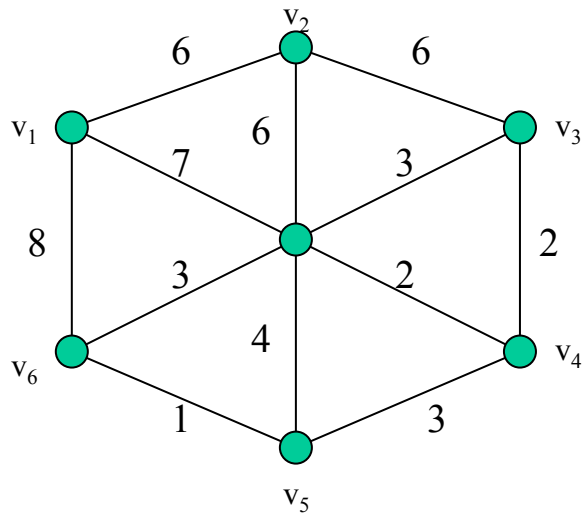


κόστος 15

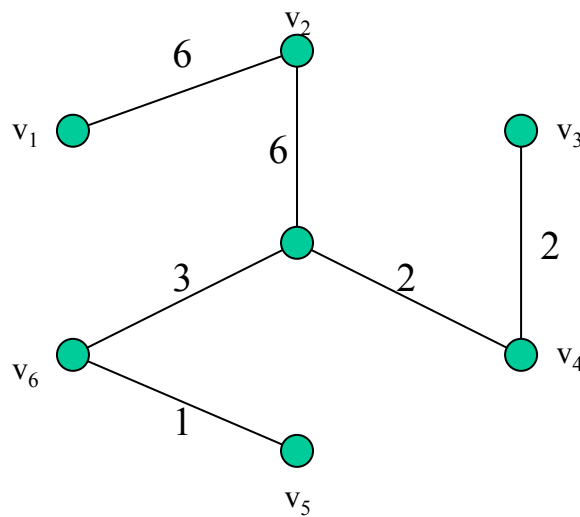
Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

- Αν το βάρος κάθε πλευράς είναι 1, το πρόβλημα συνίσταται στο να βρούμε ένα οποιοδήποτε δένδρο επικάλυψης (κόστους $n-1$)
- Το ΔΕΕΚ δεν είναι αναγκαία μοναδικό.

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους



κόστος 20



κόστος 20

Δένδρα επικάλυψης

Σε ένα πλήρη γράφο, ο αριθμός των δένδρων επικάλυψης είναι ακριβώς n^{n-2} , όπου n είναι η τάξη του γράφου (Θεώρημα Cayley)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	10
ΔΕΕΚ	1	1	3	16	125	1296	16807	262144	10^8

Το πρόβλημα όμως είναι πολυωνυμικό!

Minimum spanning tree

Άσκηση: Αν τα βάρη στο γράφο είναι διαφορετικά τότε το minimum spanning tree είναι μοναδικό.