

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

Χρησιμοποιείτε το κριτήριο MMSE για τον υπολογισμό των συντελεστών ενός εξισωτή με πέντε συντελεστές, τους C_{-2} , C_{-1} , C_0 , C_1 , C_2 σε ένα σύστημα βασικής ζώνης αν οι μη μηδενικοί συντελεστές του ισοδύναμο ψηφ. φίλτρου του καναλιού είναι οι:

x_0	x_1
1.00	1.00

Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συνδιασμού ψηφιακό κανάλι εξισωτής. Δίνεται ότι η φασματική πυκνότητα θορύβου του καναλιού είναι $N_0/2=0.1$ Watt/Hz και ότι $E[a_m^2]=1$ $\{a_m\}$ η ακολουθία συμβόλων που λαμβάνεται.

Υπόδειξη

Η ακολουθία δειγμάτων στην έξοδο του αναλογικού φίλτρου λήψης y_m $m=\dots,0,1,2,\dots$, με την ISI που υπάρχει στην περίπτωση της άσκησης 8.48, δίνεται από τη σχέση

$$y_m = \sum_{n=-1}^1 x_n a_{m-n} + v_m$$

Δεχθείτε ότι $\sigma_v^2=N_0/2$.

Καθώς τα x_i είναι γνωστά από τα δεδομένα της άσκησης, είναι εύκολος ο προσδιορισμός των $R_{yy}(n)$ και $R_{ya}(n)$ $n=-1,0,1$ από τις σχέσεις:

$$R_{yy}(n)=R_{yy}(-n)=E[y_m y_{m-n}] \quad \text{και} \quad R_{ya}(n)=E[y_m a_{m-n}]$$

Τις παραστάσεις αυτές μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα αν προσέξουμε ότι τα δεδομένα είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους και επίσης είναι ασυσχέτιστα με τις τυχαία μεταβλητή v_m και αν δεχθούμε επίσης ότι:

$$E[v_m v_{m-j}]=0 \text{ όταν } j \neq 0 \text{ και } \sigma^2 \text{ όταν } j=0.$$

Υπολογίστε λοιπόν τα y_m συναρτήσει των στοιχείων των $\{a_n\}, \{x_n\}$ και $\{v_n\}$ και στη συνέχεια τις αναμενόμενες τιμές ώστε να προκύψουν οι συντελεστές του συστήματος MMSE.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5

Χρησιμοποιείτε το κριτήριο MMSE για τον υπολογισμό των συντελεστών ενός εξισωτή με πέντε συντελεστές, τους C_{-2} , C_{-1} , C_0 , C_1 , C_2 σε ένα σύστημα βασικής ζώνης αν οι μη μηδενικοί συντελεστές του ισοδύναμο ψηφ. φίλτρου του καναλιού είναι οι:

x_0	x_1
1.00	1.00

Υπολογίστε την κρουστική απόκριση του συνδιασμού ψηφιακό κανάλι εξισωτής. Δίνεται ότι η φασματική πυκνότητα θορύβου του καναλιού είναι $N_0/2=0.1$ Watt/Hz και ότι $E[a_m^2]=1$ $\{a_m\}$ η ακολουθία συμβόλων που λαμβάνεται.

ΛΥΣΗ

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, οι συντελεστές του εξισωτή προκύπτουν από το γραμμικό σύστημα:

$$\begin{bmatrix} R_y(0) & \dots & R_y(2N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_y(-2N) & \dots & R_y(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-N} \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{AY}(-N) \\ \vdots \\ R_{AY}(N) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_y(0) & R_y(1) & R_y(2) & R_y(3) & R_y(4) \\ R_y(-1) & R_y(0) & R_y(1) & R_y(2) & R_y(3) \\ R_y(-2) & R_y(-1) & R_y(0) & R_y(1) & R_y(2) \\ R_y(-3) & R_y(-2) & R_y(-1) & R_y(0) & R_y(1) \\ R_y(-4) & R_y(-3) & R_y(-2) & R_y(-1) & R_y(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-2} \\ C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{AY}(-2) \\ R_{AY}(-1) \\ R_{AY}(0) \\ R_{AY}(1) \\ R_{AY}(2) \end{bmatrix}$$

Οι ακολουθίες αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης υπολογίζονται ως κάτωθι:

$$R_{yy}(n) = R_{yy}(-n) = E[y_m y_{m+n}], y_k = a_k + a_{k-1} + v_k \Rightarrow (R_{yy}(n) = R_{yy}(-n) = E[(a_m + a_{m-1} + v_m)(a_{m+n} + a_{m+n-1} + v_{m+n})])$$

$$R_{yy}(n) = R_{yy}(-n) = E[a_m a_{m+n}] + E[a_m a_{m+n-1}] + E[a_m v_{m+n}] + E[a_{m-1} a_{m+n}] + E[a_{m-1} a_{m+n-1}] + E[a_m v_{m+n}] + E[v_m a_{m+n}] + E[v_m a_{m+n-1}] + E[v_m v_{m+n}]$$

Καθώς τα στοιχεία της ακολουθία $\{a_n\}$ είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστα και επίσης ασυσχέτιστα με το θόρυβο \rightarrow

$$R_{yy}(0) = E[a_m a_m] + E[a_m a_{m-1}] + E[a_m v_m] + E[a_{m-1} a_m] + E[a_{m-1} a_{m-1}] + E[a_m v_m] + E[v_m a_m] + E[v_m a_m] + E[v_m v_m] = 2\sigma_a^2 + \sigma_v^2$$

$$R_{yy}(1) = R_{yy}(-1) = E[a_m a_{m+1}] + E[a_m a_m] + E[a_m v_{m+1}] + E[a_{m-1} a_{m+1}] + E[a_{m-1} a_m] + E[a_m v_{m+1}] + E[v_m a_{m+1}] + E[v_m a_m] + E[v_m v_{m+1}] = \sigma_a^2$$

$$R_{yy}(n) = 0, n = \pm 2, \pm 3, \pm 4$$

Παρόμοια:

$$R_{AY}(0) = E[a_m (a_m + a_{m-1} + v_m)] = \sigma_a^2$$

$$R_{AY}(1) = E[a_m (a_{m+1} + a_m + v_{m+1})] = \sigma_a^2$$

$$R_{AY}(2) = R_{AY}(-1) = R_{AY}(-2) = 0$$

Επομένως το σύστημα γίνεται:

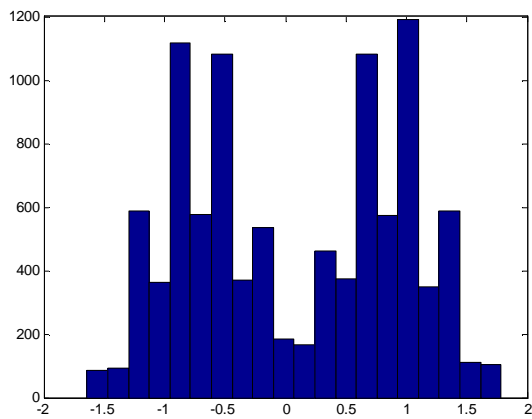
$$\begin{bmatrix} 2\sigma_a^2 + \frac{N_0}{2} & \sigma_a^2 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_a^2 & 2\sigma_a^2 + \frac{N_0}{2} & \sigma_a^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 & 2\sigma_a^2 + \frac{N_0}{2} & \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a^2 & 2\sigma_a^2 + \frac{N_0}{2} & \sigma_a^2 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 & 2\sigma_a^2 + \frac{N_0}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-2} \\ C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_a^2 \\ \sigma_a^2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2.1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2.1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2.1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2.1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{-2} \\ C_{-1} \\ C_0 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0.1297, -0.2725, 0.4424, 0.3434, -0.1635]$$

Για είσοδο $a = [\dots 0 0 1 0 0 \dots] \rightarrow$

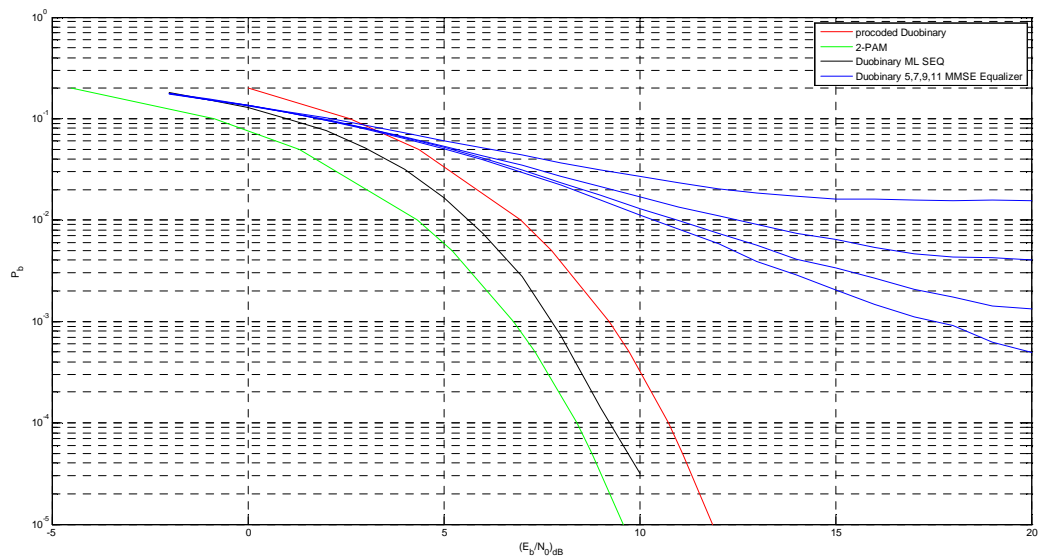
$$\text{έξοδος } q = a * [1, 1] * C = [\dots 0 0 0.1297 -0.1427 0.1700 0.7858 0.1799 -0.1635 0 0 \dots]$$

Αν χρησιμοποιήσουμε simulation ακολουθίας $\{a_n\}$ με AWGN $N_0/2$



Και $E\{(a-z)^2\}=0.057$

Στο πιο κάτω Σχήμα αποδίδονται οι επιδόσεις $P_b=f(E_b/N_0)_{dB}$ φώραση του duobinary με προκωδικοποίηση, MMSE Equalizer, ML Sequence and the performanc of the 2-PAM



Είναι προφανές ότι οι γραμμικοί εξισωτές αποτυγχάνουν όλοι, καθώς επίσης και ότι η ML SEQ παρουσιάζει αποτελεσματικότητα καλύτερη από την προκωδικοποίηση.