<u>Θεώρημα Μερικών Παραγώγων</u>

Αν $\exists \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ και είναι συνεχείς, τότε είναι ίσες.

Παράδειγμα: $f(x,y)=\begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, (x,y)\neq(0,0) \\ 0, \wedge(x,y)=(0,0) \end{cases}$

Ισχύει το Θεώρημα Μερικών Παραγώγων σε αυτή τη συνάρτηση στο (0,0);

Λύση:

Έχουμε $\frac{\partial f}{\partial x}(0,y) = \begin{cases} \frac{-y^5}{y^4} = -y, \wedge y\neq 0 \\ 0, \wedge y=0 \end{cases}$

Αν $g=\frac{\partial^2 f}{\partial x}$ τότε $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)=\frac{\partial g}{\partial y}(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{g(0,h)-g(0,0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-h-0}{h}= -1$

Έχουμε $\frac{\partial f}{\partial y}(x,0) = \begin{cases} x, \wedge x\neq 0 \\ 0, \wedge x=0 \end{cases}$

Αν $w=\frac{\partial^2 f}{\partial y}$ τότε $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)=\frac{\partial w}{\partial x}(0,0)=\lim_{h\to 0}\frac{w(h,0)-w(0,0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h-0}{h}= 1$

Άρα $\nexists \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} \text{γιατηνf}(x,y)\text{στο}(0,0)$

Πληκτρολογήστετηνεξίσωσηεδώ.

ΝΤΕΛΕΖΟΣ ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΣ