ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ : 2η Πρόοδος , 30 Ιουνίου 2011.

Όνομα	ΑΜ:

Θ1:	Θ2:	Θ3:	Θ4:	2η πρόοδος	1η πρόοδος	Βαθμός

Θ1/ Επαληθεύστε τον τύπο του Green (εφαπτομενική μορφή) για $\vec{F}(x,y)=(2x-y,\ x+3y)$, στο σύνολο $G=\{(x,y):\ x^2+y^2\le 4,\ 1\le x^2+\left(\frac{y}{2}\right)^2\}$

Θ2/ Έστω $\vec{F}(x,y,z) = (-y,\ x+y+z,\ y+z)$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα $\iint\limits_{S_1} (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$, $\iint\limits_{S_2} (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$ όπου

$S_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1,\ z \geq 0\}$, $S_2 = \{(x,y,z) : x^2+y^2 = (1-z)^2,\ 0 \leq z \leq 1\}$

] Θεωρούμε το στερεό $B=\{(x,y,z):\ x^2+y^2\leq z\leq 1\}$

i) Υπολογίσετε τον όγκο του B.

ii) Υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\oiint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, όπου S η επιφάνεια που περιβάλλει το B και $\vec{F}(x,y,z)=\left(x+e^{z\,\eta\mu\, y},\ \ln(z^2+2),\ z+\sqrt[5]{y^{10}+1}\right)$

04| Έστω το διαν. πεδίο $\vec{F}(x,y)=(3x^2+2\alpha x+\beta y\,,\,2\gamma y)$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$.

Να βρεθούν οι $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$ (αν υπάρχουν) ώστε

i) το δ.π $\vec{F}$ να είναι συντηρητικό.

ii) Η f για την οποία ισχύει $\nabla f=\vec{F}$, να έχει κρίσιμα σημεία μόνον τα $(0,0)$ και $(2,0)$

iii) Το $(0,0)$ να είναι σημείο τοπικού ελαχίστου και το $(2,0)$ να είναι σημείο σέλλας (σαγματικό) της f (του ii).