Ανάλυση ΙΙ, Τμ. Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Σεπτέμβριος 2011

	AM :

Έχουμε τις συναρτήσεις $\vec{G}(x,y)=(e^{x^2+y^2}, x^2, 0)$, $\vec{H}(x,y)=(1,1,x+y)$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$

1) Να βρεθεί το 2ου βαθμού πολυώνυμο Taylor στο $(x_0,y_0)=(1,1)$ της $\vec{G}\cdot\vec{H}$

2) Επαληθεύστε την σχέση $\|\nabla(\vec{G}\cdot\vec{H})\|^2=\left(\frac{\partial F}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial F}{\partial \theta}\right)^2$ στο $(x_0,y_0)=(1,1)$ όπου $F=(\vec{G}\cdot\vec{H})\circ\vec{T}$ με $\vec{T}(r,\theta)$ τον πολικό μετασχηματισμό στο $\mathbb{R}^2$.

3) Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα $I=\iint_D(\vec{G}\cdot\vec{H})\,dx\,dy$, όπου $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x^2+y^2\le 1$ και $x,y\ge 0\}$.

4) Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\mathcal{J}=\int_\Gamma\vec{\Phi}\cdot d\vec{r}$, όπου $\vec{\Phi}(x,y,z)=(\vec{G}\times\vec{H})(x,y)$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ και Γ το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το $(0,0,0)$ με το $(1,0,0)$.

5) Υπάρχει κλειστή, απλή, "καλή" καμπύλη K του $\mathbb{R}^3$, ώστε $\oint_K\vec{\Phi}\cdot d\vec{r}\neq 0$; ($\vec{\Phi}$ του 4))

6) Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $I^*=\oint_\Gamma\nabla(\vec{G}\cdot\vec{H})\cdot d\vec{r}$, όπου Γ η καμπύλη $x^{2/3}+y^{2/3}=1$.

7) Εάν $\vec{F}(x,y,z)=(I,\mathcal{J},I^*+z)$ υπολογίστε το επιφανειακό ολοκλήρωμα $\oiint_S\vec{F}\cdot d\vec{S}$, όπου $S=\{(x,y,z):\ x^2+y^2+z^2=a^2\}$ $(a>0)$.

Σημείωση: Κάθε ερώτημα βαθμολογείται με 1,5 (7x1,5=10,5)

Θ1	Θ2	Θ3	Θ4	Θ5	Θ6	Θ7	Σύνολο

ΛΥΣΕΙΣ