

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΕΣ ΔΙΑΒΙΒΑΣΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ**

Η απόσβεση,  $L$ , των καναλιών εν γένει αυξάνει εκθετικά με το μήκος τους. Το αποτέλεσμα είναι ότι, όταν χρειαστούμε να διαβιβάσουμε σήματα σε μακρινές αποστάσεις, το κανάλι που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε παρουσιάζει απαγορευτικές τιμές απόσβεσης.

Για παράδειγμα, αν θελήσουμε να διαβιβάσουμε ένα σήμα πολυπλεξίας μερικών εκατοντάδων τηλεφωνικών σημάτων σε απόσταση 400 χιλιομέτρων μέσα από ένα ομοαξονικό κανάλι με απόσβεση 1 dB/Km η απόσβεση θα είναι 400 dB. Για να επιτύχουμε στην είσοδο του δέκτη ένα  $(S/N)_R$  με λογική τιμή, ακόμα και για μικρές τιμές της  $N_0/2$ , απαιτείται η ισχύς εκπομπής  $P_T$  να λάβει εξωπραγματικές τιμές.

**Παράδειγμα**

Θεωρείστε κανάλι μήκους 400 Km με απόσβεση 1 db/Km και AWG θόρυβο με PSD  $N_0/2=10^{-13}$  Watt/Hz.

A) Επιθυμούμε να διαβιβάσουμε σήμα πολυπλεξίας 250 καναλιών ομίλιας, με συνολικό εύρος ζώνης  $B_C=1$  MHz, το οποίο στην είσοδο του δέκτη πρέπει να έχει ποιότητα  $(S/N)_{R-dB}=40$  db. Να υπολογίσετε την ισχύ του πομπού  $P_T$  που απαιτείται για το σκοπό αυτό.

B) Επιθυμούμε να διαβιβάσουμε ακολουθία δυαδικών δεδομένων μέσω ενός B-PAM με ρυθμό  $R_b=2$  Mbit/sec και πιθανότητα σφάλματος  $P_b=10^{-6}$ . Να υπολογίσετε την ισχύ του πομπού  $P_T$  που απαιτείται για το σκοπό αυτό.

**Απάντηση**

Η συνολική απόσβεση του καναλιού σε dB,  $L_{dB}=400$  dB και  $L=10^{40}$

A)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{P_R}{N_0 B_C} = \frac{P_T}{L N_0 B_C} \Rightarrow P_T = \left(\frac{S}{N}\right)_R L B_C N_0 = 10^4 \times 10^{40} \times 10^6 \times 2 \times 10^{-13}$$

$$P_T = 2 \times 10^{37} \text{ Watt}$$

B)

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2P_R}{N_0 R_b}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2P_T}{L N_0 R_b}}\right) \Rightarrow P_T = [Q^{-1}(P_b)]^2 L R_b (N_0/2)$$

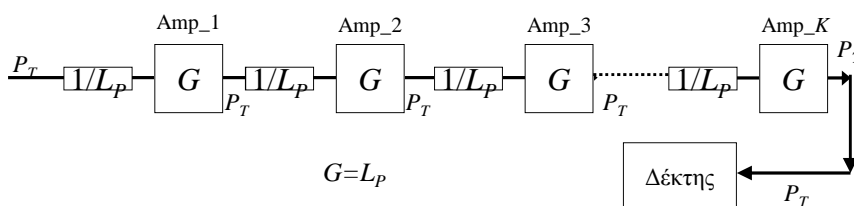
$$P_T = [Q^{-1}(10^{-6})]^2 \times 10^{40} \times 2 \times 10^6 \times 10^{-13} = 4.5 \times 10^{34} \text{ Watt}$$

$$P_T = 4.5 \times 10^{34} \text{ Watt}$$

Και στις δύο περιπτώσεις η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής  $P_T$  είναι απαγορευτικά μεγάλη!

Για να γίνει δυνατή μια διαβίβαση σήματος, όπως αυτή του παραδείγματος το κανάλι χωρίζεται σε τμήματα μικρότερου μήκους και χρησιμοποιούνται οι *Επαναλήπτες Σήματος (Signal Repeaters)*, όταν διαβιβάζεται αναλογικό σήμα ή οι *Αναγεννητικοί Επαναλήπτες Σήματος (Regenerative Signal Repeaters)*, όταν διαβιβάζονται διακριτά δεδομένα.

### ΔΙΒΙΒΑΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΕΠΕΝΑΛΗΠΤΕΣ ΣΗΜΑΤΟΣ



Στο πιο πάνω σχήμα δίνεται μια απλή εκδοχή ενός συστήματος με επαναλήπτες σήματος (ΕΣ). Το κανάλι διαχωρίζεται σε  $K$  ισομήκη τμήματα με απόσβεση  $L_p$  το κάθε ένα και στην άκρη του κάθε τμήματος τοποθετείται ενισχυτής με ενίσχυση  $G=L_p$ .

Η απόσβεση  $L_{p\text{dB}}$  του κάθε τμήματος καναλιού είναι  $K$  φορές μικρότερη από την  $L_{T\text{dB}}$  ολόκληρου του καναλιού, και επομένως η αναλογική τιμή του  $L_p$  έχει απομείνει η  $K$  ρίζα της  $L_T$ .

Για παράδειγμα, ένα κανάλι με μήκος 400 χιλιομέτρων με απόσβεση 1dB/Km παρουσιάζει συνολική απόσβεση  $L_{T,dB}=400$  dB και  $L_T=10^{40}$ . Αν χρησιμοποιηθούν 10 ΕΣ, κάθε επί μέρους κανάλι έχει απόσβεση  $L_{p,dB}=40$  dB και  $L_p=10^4$ .

Έχει πολύ ενδιαφέρον να υπολογίσουμε το SNR στην είσοδο του δέκτη για τη διάταξη με τους  $K$  επαναλήπτες σήματος της προηγούμενης διαφάνειας.

Για το σκοπό αυτό παρατηρείστε ότι το σήμα που τοποθετείται στην είσοδο της όλης διάταξης υφίσταται  $K$  φορές απόσβεση τιμής  $L_p$  και  $K$  φορές ενίσχυση τιμής  $G=L_p$ . Έτσι το σήμα αυτό φθάνει χωρίς απόσβεση στον δέκτη με ισχύ λήψης  $P_R=P_T$ .

Επίσης παρατηρείστε ότι κάθε τμήμα καναλιού δημιουργεί θόρυβο ισχύος  $N_0B_C$  το οποίο φθάνει στο δέκτη αφού υποστεί ενίσχυση  $G$  από τον αμέσως επόμενο ενισχυτή και στη συνέχεια υφίσταται ίσο αριθμό φορών απόσβεση τιμής  $L_p$  και ενίσχυσης  $G=L_p$ . Δηλαδή τελικά ο θόρυβος αυτός φθάνει στο δέκτη με ισχύ  $L_pN_0B_C$

Ο συνολικός θόρυβος που φθάνει στο δέκτη έχει τιμή:

$$N_{ολ}=KL_pN_0B_C$$

Οπότε το SNR στην είσοδο του δέκτη γίνεται:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{P_T}{KL_pBN_0}$$

Παρατηρείστε ότι στην είσοδο του τελικού δέκτη η φασματική πυκνότητα θορύβου έχει τιμή  $N_{0,eff}/2=N_T/(2B_C)=KL_pN_0/2$

### Εφαρμογή

Θεωρείστε κανάλι μήκους 400 Km με απόσβεση 1 db/Km και AWG θόρυβο με PSD  $N_0/2=10^{-13}$  Watt/Hz. Επιθυμούμε να διαβιβάσουμε σήμα με εύρος ζώνης  $B=1$  MHz, το οποίο στην είσοδο του δέκτη θα έχει ποιότητα 40 db. Να υπολογίσετε την ισχύ του πομπού  $P_T$  που απαιτείται για το σκοπό αυτό, αν δεν χρησιμοποιηθούν ΕΣ και αν χρησιμοποιηθούν 10 ΕΣ.

**Απάντηση**

A) Περίπτωση χωρίς ΕΣ (K=1)

Στην περίπτωση αυτή  $L_{T-dB}=400$  dB και  $L_T=10^{40}$

$$P_T = \left(\frac{S}{N}\right)_R L_T B N_0 = 10^4 \times 10^{40} \times 10^6 \times 2 \times 10^{-13}$$

$$P_T = 2 \times 10^{37} \text{ Watt}$$

B) Περίπτωση με (K=10) ΕΣ

Στην περίπτωση αυτή  $L_{P-dB}=40$  dB και  $L_P=10^4$

$$P_T = \left(\frac{S}{N}\right)_R K L_P B N_0$$

$$P_T = \left(\frac{S}{N}\right)_R K L_P B N_0 = 10^4 \times 10 \times 10^4 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-13}$$

$$P_T = 200 \text{ Watt}$$

### ΑΝΑΓΕΝΝΗΤΙΚΟΙ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΕΣ (REGENERATING REPEATERS)

Όπως συμβαίνει με τη διαβίβαση αναλογικού, σήματος έτσι και με τη διαβίβαση διακριτών δεδομένων, όταν αυτή γίνεται σε μεγάλες αποστάσεις, χρησιμοποιούνται επαναλήπτες.

Στην περίπτωση όμως αυτή οι επαναλήπτες κατασκευάζονται ως αναγεννητές (*regenerators*) των συμβόλων που διαβιβάζονται και όχι ως επαναλήπτες των μεταδιδόμενων κυματοσειρών.

Δηλαδή κάθε επαναλήπτης αντί απλώς να ενισχύει το σήμα της κυματοσειράς κάνει αποδιαμόρφωση και φώραση, οπότε αναγεννά τα διαβιβαζόμενα σύμβολα και στη συνέχεια διαμορφώνει με αυτά νέες κυματοσειρές τις οποίες επανεκπέμπει.

Θυμηθείτε τους αναλογικούς ΕΣ και τις επιδόσεις τους!

Για  $K$  αναλογικούς ΕΣ ισχύει:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \left(\frac{P_R}{N_0 B_C}\right)_R = \frac{P_T}{K L_P B_C N_0}$$

Όπου  $L_P$  η απόσβεση του ενός τμήματος από τα  $K$  κανάλια,  $N_0/2$  η φασματική πυκνότητα θορύβου,  $B_C$  το εύρος-ζώνης του σήματος που διαβιβάζεται και  $P_T$  η ισχύς εκπομπής.

Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε έναν ΕΣ αυτού του τύπου για τη διαβίβαση των κυματοσειρών ενός συστήματος διακριτών δεδομένων. Για παράδειγμα για ένα 2-PSK.

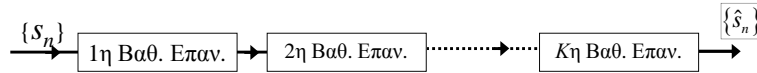
Θυμηθείτε ότι στο 2-PSK η πιθανότητα σφάλματος είναι  $P_b$ :

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2P_R}{R_b N_{0eff}}}\right)$$

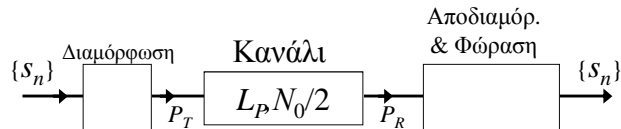
Οπότε εφαρμόζοντας τον τύπο των αναλογικών ΕΣ η πιθανότητα σφάλματος στην έξοδο το δέκτη θα είναι:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2P_T}{R_b L_P N_0 K}}\right)$$

Υποθέστε τώρα ότι τους αναλογικούς ΕΣ υλοποιούμε τους αναγεννητές των συμβόλων (ΑΣ), όπως πιο κάτω:



όπου η  $k$  βαθμίδα Επανάληψης,  $k=1,2,\dots,K$ , είναι:



Η  $k$  Βαθμίδα Επανάληψης στο προτεινόμενο τύπο περιλαμβάνει τη βαθμίδα διαμόρφωσης του  $k$  πομπού, το  $k$  τμήμα του καναλιού, και τις βαθμίδες αποδιαμόρφωσης και φώρασης του  $k$  δέκτη.

Η  $k$  βαθμίδα επανάληψης προκαλεί κατά την αναγέννηση των συμβόλων σφάλματα και η πιθανότητα σφάλματος  $P_{bk}$  στην βαθμίδα αυτή είναι:

$$P_{bk} = Q\left(\sqrt{\frac{2P_T}{L_p R_b N_0}}\right) \quad k=1,2,\dots,K$$

Αν δεχθούμε ότι η  $P_{bk}$  έχει μικρή τιμή, πολύ σπάνια θα εμφανίζεται σφάλμα στο ίδιο σύμβολο σε περισσότερες από μια βαθμίδες επανάληψης. Έτσι στις  $K$  βαθμίδες θα εμφανιστούν κατά μέσο όρο  $K$  φορές ο αριθμός των λαθών που εμφανίστηκε στη μια βαθμίδα, και η πιθανότητα σφάλματος στον τελικό προορισμό θα είναι:

$$P_b = KQ\left(\sqrt{\frac{2P_T}{L_p R_b N_0}}\right)$$

Η σύγκριση της πιθανότητας σφάλματος για τους δύο τύπους των ΕΣ δείχνει ότι οι Αναγεννητικές Συμβόλων (ΑΣ) υπερέρχουν συντριπτικά των αναλογικών ΕΣ όταν διαβιβάζουμε διακριτά δεδομένα.

Αναγεννητής  
Συμβόλων

$$P_b = KQ \left( \sqrt{\frac{2P_T}{L_p R_b N_0}} \right)$$

Αναλογικός ΕΣ

$$P_b = Q \left( \sqrt{\frac{2P_T}{R_b L_p N_0 K}} \right)$$

### Παράδειγμα

Ένα δυαδικό ψηφιακό τηλεπικοινωνιακό σύστημα διαβιβάζει δεδομένα με μέσω ενός ενσύρματου καναλιού μήκους 1000 Km με απόσβεση 1 dB/Km. Κάθε 10 Km χρησιμοποιούνται επαναλήπτες για να αντισταθμίσουν την απόσβεση του καναλιού. Καθορίστε την ισχύ εκπομπής  $P_T$  που απαιτείται για να επιτευχθεί πιθανότητα σφάλματος  $P_2=10^{-5}$  όταν χρησιμοποιούνται αναλογικοί ΕΣ ( $P_{TE}$ ) και όταν χρησιμοποιούνται ΑΣ ( $P_{TA}$ ).

### Λύση.

Προφανώς για τη διαβίβαση αυτή απαιτούνται  $K=100$  βαθμίδες επανάληψης.

Για Αναλογικούς ΕΣ

$$P_b = Q \left( \sqrt{\frac{2P_{TE}}{R_b L_p N_0 K}} \right) \Rightarrow \frac{P_{TE}}{R_b N_0} = [Q_{inv}(P_b)]^2 \frac{L_p K}{2} = 18.2 \times 5 \times 100 = 9100$$

Για Αναγεννητικούς Επαναλήπτες

$$P_b = KQ \left( \sqrt{\frac{2P_{TA}}{L_p R_b N_0}} \right) \Rightarrow \frac{P_{TA}}{R_b N_0} = \left[ Q_{inv} \left( \frac{P_b}{K} \right) \right]^2 \frac{L_p}{2} = \left[ Q_{inv} \left( \frac{10^{-5}}{100} \right) \right]^2 \times 5$$

$$\frac{P_{TA}}{R_b N_0} = \left[ Q_{inv} \left( \frac{10^{-5}}{100} \right) \right]^2 \times 5 = 48$$

$$\left( \frac{P_{TE}}{P_{TA}} \right)_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{4100}{48} \right) \sim 23 \text{ dB}$$



**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

**Οι διαφάνειες του αρχείου αυτού καλύπτουν την ύλη που περιέχεται στο βιβλίο του J. Proaki στις παραγράφους:**

**\$ 5.5.4, 7.6.10, 7.7.1**