ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8

1. Το κανάλι που παρεμβάλεται μεταξύ της κεραίας ραδιοσταθμού AM και ραδιοφωνικού δέκτη παρουσιάζει απόσβεση L_{dB} =40 dB και AWG θόρυβο με φασματική πυκνότητα $\frac{N_0}{2} = 10^{-10}$ W/Hz. Ο πομπός εκπέμπει με συντελεστή διαμόρφωσης α=0.8 και το σήμα βασικής ζώνης με το οποίο γίνεται η δισμόρφωση έχει κανονικοποιημένη ισχύ P_{mn}=0.3. Μετράμε την ποιότητα στην έξοδο του μεγαφώνου του δέκτη και την βρίσκουμε $(S/N)_{\text{dB}}$=50 dB. Υπολογίστε την ισχύ εκπομπής P_T του πομπού. Δίνεται ότι το σήμα βασικής ζώνης στη ραδιοφωνία έχει εύρος ζώνης W=20 KHz

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Ως γνωστόν για το συμβατικό AM ισχύει:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{\alpha^2 P_{mn}}{1+\alpha^2 P_{mn}} \frac{P_R}{N_0 W} = \frac{\alpha^2 P_{mn}}{1+\alpha^2 P_{mn}} \frac{P_T}{L N_0 W}$$

επομένως

$$P_T = \frac{1+\alpha^2 P_{mn}}{\alpha^2 P_{mn}} \left(\frac{S}{N}\right)_o L N_0 W$$

$$P_T = \frac{1+0.8^2 \times 0.3}{0.8^2 \times 0.3} \times 10^5 \times 10^4 \times 2 \times 10^{-10} \times 20 \times 10^3$$

$$P_T = 24.8 \text{ KWatt}$$

2. Στο δέκτη φθάνει το πολυπλεγμένο σήμα

$$u(t) = A m_1(t) \cos(2\pi f_C t + \phi_C) + A m_2(t) \sin(2\pi f_C t + \frac{\pi}{6} + \phi_C)$$

με ισχύ σήματος P_R=20 mWatt. Ο θόρυβος στην είσοδο του δέκτη είναι AWG με φασματική πυκνότητα $N_0/2 = 10^{-12}$ Watt/Hz. Επίσης τα δύο σήματα βασικής ζώνης $m_1(t)$ και $m_2(t)$ έχουν την ίδια ισχύ ($P_{m_1} = P_{m_2}$), το ίδιο εύρος ζώνης W=5KHz, και είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστα. Για την αποδιαμόρφωση στο δέκτη λαμβάνουμε δύο αντίγραφα του σήματος και το ένα το πολλαπλασιάζουμε με

$$u_{L_1} = B \sin(2\pi f_C t + \phi_C)$$

και το δεύτερο με

$$u_{L_2} = B\cos(2\pi f_C t + \frac{\pi}{6} + \phi_C)$$

οπότε ανακατασκευάζουμε τα $m_1(t)$ και $m_2(t)$. Να υπολογίσετε την ποιότητα $(S/N)_o$ σε db για κάθε ένα από αυτά.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το συνολικό σήμα $s_R(t)$ που φθάνει στην είσοδο του δέκτη γράφεται

$$s_R(t) = Am_1(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + Am_2(t)\sin(2\pi f_C t + \frac{\pi}{6} + \phi_C) + n(t)$$

όπου $n(t)$ ο θόρυβος του καναλιού. Το $s_R(t)$ στο πρώτο αντίγραφο μπορεί να γραφεί ως

$$\begin{aligned} s_{R1}(t) &= Am_1(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + Am_2(t)\sin(2\pi f_C t + \tfrac{\pi}{6} + \phi_C) + \\ &\qquad + n_c(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + n_s(t)\sin(2\pi f_C t + \phi_C) \\ &= [Am_1(t) + n_C(t)]\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\quad + Am_2(t)\sin(2\pi f_C t + \tfrac{\pi}{6} + \phi_C) + n_s(t)\sin(2\pi f_C t + \phi_C) \end{aligned}$$

και μετά τον πολλαπλασιασμό επί u_{L1} το σήμα $s_{p1}(t)$ που προκύπτει είναι:

$$\begin{aligned} s_{p1}(t) &= B[Am_1(t) + n_C(t)]\cos(2\pi f_C t + \phi_C)\sin(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\quad + BAm_2(t)\sin(2\pi f_C t + \tfrac{\pi}{6} + \phi_C)\sin(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\quad + Bn_s(t)\sin^2(2\pi f_C t + \phi_C) \\ &\text{ή} \\ 2s_{p1}(t) &= B[Am_1(t) + n_C(t)]\sin(4\pi f_C t + 2\phi_C) + \\ &\quad + BAm_2(t)[\cos(\tfrac{\pi}{6}) - \cos(4\pi f_C t + \tfrac{\pi}{6} + 2\phi_C)] + \\ &\quad + Bn_s(t)[1 - \cos(4\pi f_C t + 2\phi_C)] \end{aligned}$$

και απομακρύνοντας τις υψηλές συχνότητες προκύπτει το σήμα $s_{o1}(t)$

$$s_{o1}(t) = \frac{\cos(\frac{\pi}{6})BA}{2}m_2(t) + \frac{B}{2}n_s(t)$$

Στην πιο πάνω εξίσωση ο πρώτος προσθετέος είναι το σήμα με ισχύ $P_s = \frac{1}{4}A^2B^2P_m cos^2(\frac{\pi}{6})$ και ο δεύτερος είναι ο θόρυβος με ισχύ $P_N = \frac{1}{4}B^2 2N_0W$. Επομένως η ποιότητα του σήματος είναι

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o2} = \frac{A^2P_m}{2N_0W}cos^2(\pi/6) = \frac{3A^2P_m}{8N_0W}$$

Όπως αποδεικνύεται στη συνέχεια το $A^2 P_m$ ισούται με την ισχύ του σήματος εισόδου, δηλαδή ισούται με 20 mWatt.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o2} = \frac{3 \times 20 \times 10^{-3}}{8 \times 2 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^{3}} = 7.5 \times 10^{5}$$

δηλαδή

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o2\mathrm{dB}} = 58.8 \text{ dB}$$

Με παρόμοιο τρόπο προκύπτει ότι ισχύει το ίδιο αποτέλεσμα για την ανακατασκευή του σήματος $m_1(t)$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o1\mathrm{dB}} = 58.8 \text{ dB}$$

Για τον υπολογισμό της σχέσης μεταξύ μέσης ισχύος του σήματος P_R και του P_m αναλύουμε το σήμα όπως πιο κάτω.

$$\begin{aligned} u(t) &= Am_1(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + Am_2(t)\sin(2\pi f_C t + \tfrac{\pi}{6} + \phi_C) \\ &= Am_1(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\quad + Am_2(t)[\sin(2\pi f_C t + \phi_C)\cos(\tfrac{\pi}{6}) + \cos(2\pi f_C t + \phi_C)\sin(\tfrac{\pi}{6})] \\ &= A[m_1(t) + m_2(t)\sin(\tfrac{\pi}{6})]\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\qquad + Am_2(t)\cos(\tfrac{\pi}{6})\sin(2\pi f_C t + \phi_C) \end{aligned}$$

Από το αυσχέτιστο των σημάτων προκύπτει:

$$P_u = \frac{A^2}{2}[P_m + P_m \sin^2(\frac{\pi}{6})] + \frac{A^2}{2} P_m \cos^2(\frac{\pi}{6}) = A^2 P_m$$

3. Ένα SSB σήμα φθάνει στην είσοδο του δέκτη μα ισχύ P_R=10 mWatt. Ο θόρυβος στην είσοδο του δέκτη είναι AWG με φασματική πυκνότητα $N_0/2 = 10^{-12}$ Watt/Hz. Ο τοπικός ταλαντωτής έχει την ίδια συχότητα με το φέρον αλλά διαφέρει κατά φάση από αυτό κατά $\Delta\phi = 30^o$. αποτέλεσμα είναι στην έξοδο του αποδιαμορφωτη να λαμβάνεται το σήμα

$$s(t) = a_1 m(t) + a_2 \hat{m} + n_0(t)$$

Θεωρείστε ότι η συνολική ισχύς του θορύβου είναι το άθροισμα των ισχύων των δύο τελευταίων συνιστωσών και υπολογιστε την ποιότητα $(S/N)_o$ σε dB στην έξοδο του αποδιαμορφωτή. Το σήμα βασικής ζώνης έχει εύρος ζώνης W=5 KHz.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Το συνολικό σήμα $s_R(t)$ που φθάνει στην είσοδο του δέκτη γράφεται

$$\begin{aligned} s_R(t) &= Am(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + A\hat{m}(t)\sin(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\quad + n_C(t)\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + n_S(t)\sin(2\pi f_C t + \phi_C) \\ &= [Am(t) + n_C(t)]\cos(2\pi f_C t + \phi_C) + \\ &\qquad [A\hat{m}(t) + n_S(t)]\sin(2\pi f_C t + \phi_C) \end{aligned}$$

Αν δεχθούμε ότι το σήμα του τοπικού ταλαντωτή είναι $U_L(t) = \cos(2\pi f_C t + \phi_C + \Delta\phi)$ τότε το γινόμενο των σημάτων $s_p(t)$ γράφεται:

$$\begin{aligned} s_p(t) &= [Am(t) + n_C(t)]\cos(2\pi f_C t + \phi_C)\cos(2\pi f_C t + \phi_C + \Delta\phi) + \\ &\quad + [A\hat{m}(t) + n_S(t)]\sin(2\pi f_C t + \phi_C)\cos(2\pi f_C t + \phi_C + \Delta\phi) \\ 2s_p(t) &= [Am(t) + n_C(t)]\cos(4\pi f_C t + 2\phi_C + \Delta\phi) + \\ &\quad + [Am(t) + n_C(t)]\cos(-\Delta\phi) + \\ &\quad + [A\hat{m}(t) + n_S(t)]\sin(4\pi f_C t + 2\phi_C + \Delta\phi) + \\ &\quad + [A\hat{m}(t) + n_S(t)]\sin(-\Delta\phi) \end{aligned}$$

Και απομακρύνοντας τις υψηλές συχνότητες προκύπτει το σήμα εξόδου $s_o(t)$

$$\begin{aligned} s_o(t) &= \tfrac{1}{2}[Am(t) + n_C(t)]\cos(\Delta\phi) - \tfrac{1}{2}[A\hat{m}(t) + n_S(t)]\sin(\Delta\phi) \\ &= \tfrac{Am(t)}{2}\cos(\Delta\phi) + \tfrac{n_C(t)\cos(\Delta\phi) - n_S(t)\sin(\Delta\phi)}{2} - \tfrac{\hat{m}(t)}{2}\sin(\Delta\phi) \end{aligned}$$

Ο πρώτος όρος του τελικού αθροίσματος με μέση ισχύ $P_s = A^2 P_m \cos^2(\Delta\phi)/4$ είναι το σήμα και οι δύο άλλοι προσθεταίοι είναι ο θόρυβος εξόδου $n_o(t)$ με ισχύ P_{no}:

$$\begin{aligned} P_{no} &= P_n[\cos^2(\Delta\phi) + \sin^2(\Delta\phi)]/4 + \\ &\qquad + A^2 P_m \sin^2(\Delta\phi)/4 \\ &= N_0 W/4 + A^2 P_m \sin^2((\Delta\phi))/4 \end{aligned}$$

Επομένως

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{A^2 P_m \cos^2(30^o)}{N_0 W + A^2 P_m \sin^2(30^o)} = \frac{3P_R/4}{N_0 W + P_R/4} = 3$$