

ΑΛΛΗΛΟΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΣΥΜΒΟΛΩΝ
(INTERSYMBOL INTERFERENCE-ISI)

Μέχρι τώρα είχαμε δεχθεί ότι κάθε κυματομορφή επικοινωνίας διέρχεται από το κανάλι χωρίς παραμόρφωση με μοναδική αλλαγή της κυματομορφής την ελάττωση στο μέγεθος και την αλλαγή στη φάση αυτής.

Η παραδοχή αυτή στην πράξη δεν ισχύει. Αντίθετα σε κάθε πραγματική εφαρμογή στην έξοδο του ενσύρματου καναλιού η διαβιβαζόμενη κυματομορφή παραμορφώνεται έντονα από το κανάλι με αποτέλεσμα, εκτός των άλλων, η διάρκειά της κυματομορφής εξόδου να γίνεται πολλαπλάσια αυτής της εισόδου.

Η παραμόρφωση αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι το χρησιμοποιούμενο κανάλι παρουσιάζει πεπερασμένο εύρος-ζώνης και επομένως κρουστική απόκριση, $c(t)$, μεγάλης διάρκειας.

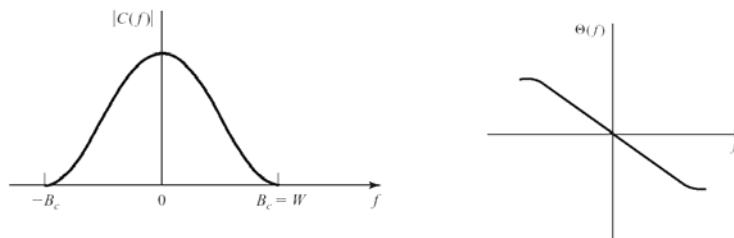
Πρέπει να σημειώσετε ότι παρόμοια παραμόρφωση υφίσταται και κυματομορφή που διαβιβάζεται μέσω ασύρματου καναλιού, αλλά εδώ η παραμόρφωση οφείλεται στο φαινόμενο πολυοδεύσεων.

Τα ενσύρματα κανάλια που χρησιμοποιούμε για τη διαβίβαση διακριτών δεδομένων έχουν περιορισμένο εύρος ζώνης, B_c .

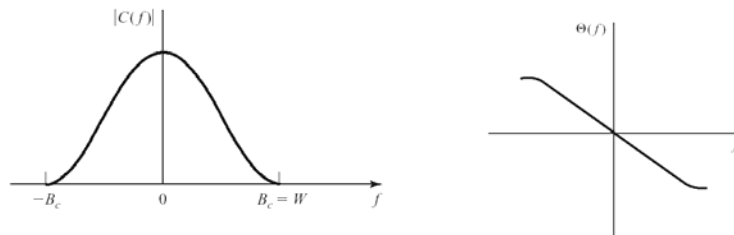
Αν $c(t)$ είναι η κρουστική απόκριση του καναλιού θυμηθείτε ότι η απόκριση συχνότητας $C(f)$ αυτού δίνεται από το μετασχηματισμό Fourier:

$$C(f) = \int_{-\infty}^{\infty} c(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

Το Μέτρο, $|C(f)|$ και η Γωνία $\Theta(f)$ της Απόκρισης Συχνότητας $C(f)$ ενός Ενσύρματου Καναλιού Βασικής Ζώνης.



Απόκριση Συχνότητας Ζωνοπερατού Καναλιού



Θυμηθείτε ότι όταν η διάρκεια της απόκρισης συχνότητας είναι πεπερασμένη, η διάρκεια της κρουστικής απόκρισης είναι άπειρη.

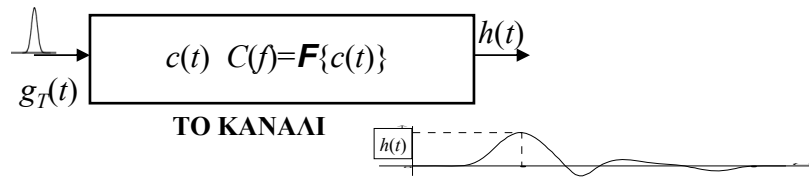
Αν λοιπόν στην είσοδο του καναλιού τεθεί παλμός $p(t)$, ο παλμός $h(t)$ στην έξοδο θα είναι η συνέλιξη του $p(t)$ και της κρουστικής απόκρισης του καναλιού $c(t)$.

$$h(t) = c(t) * p(t)$$

Και η διάρκειά του $h(t)$ θα είναι το άθροισμα των διαρκειών του $c(t)$ και του $p(t)$.

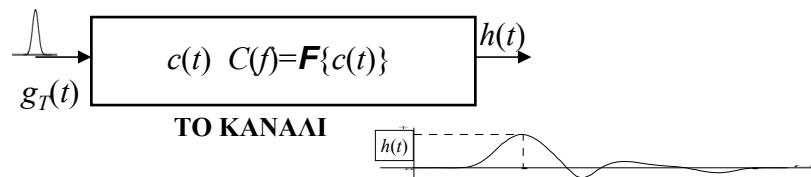
Από τα προαναφερθέντα λοιπόν προκύπτει ότι ο παλμός $h(t)$ στην έξοδο θα έχει διάρκεια θεωρητικά άπειρη, πρακτικά δε αρκετά μεγάλη.

Παλμός $g_T(t)$ στην είσοδο του καναλιού
δίνει παλμό $h(t)$ στην έξοδο του καναλιού.



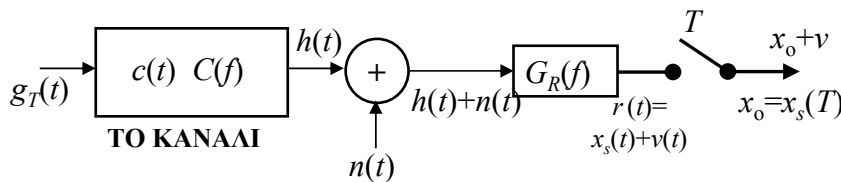
Κατά τη δειγματοληψία λοιπόν του m -στού σύμβολου, θα λαμβάνονται δείγματα από προηγούμενους και επόμενους παλμούς μαζί με το δείγμα του m -στού παλμού εξόδου.

Παλμός $g_T(t)$ στην είσοδο του καναλιού
δίνει παλμό $h(t)$ στην έξοδο του καναλιού.



ΑΡΙΣΤΟΣ ΑΠΟΔΙΑΜΟΡΦΩΤΗΣ:

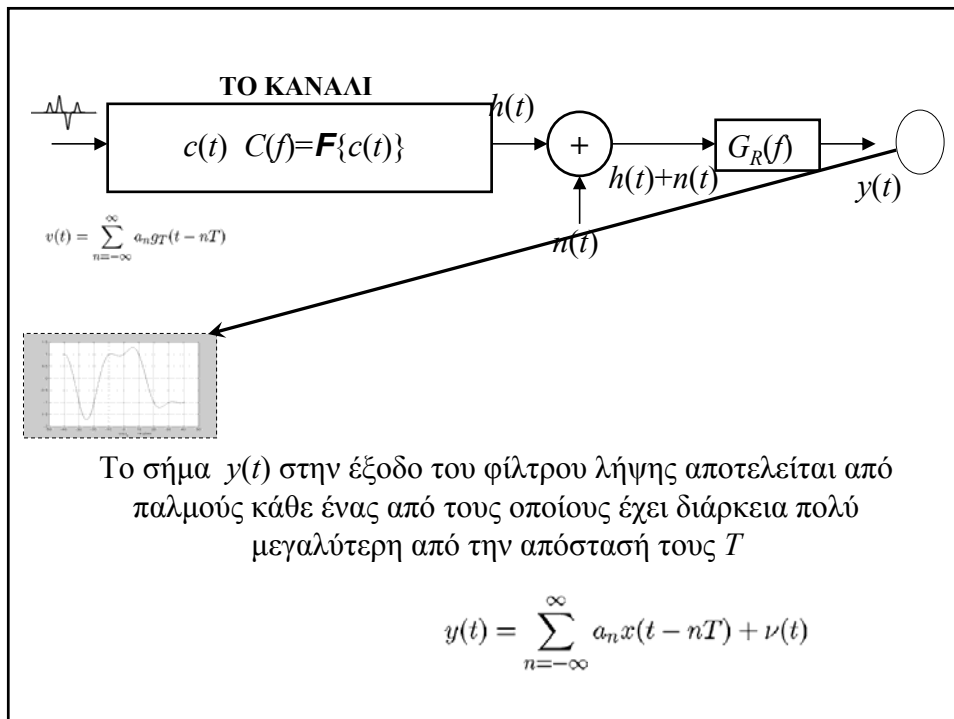
Για την αποδιαμόρφωση το φίλτρο λήψης θα προσαρμοστεί στον παλμό εξόδου $h(t)$ δηλαδή θέτουμε $g_R(t) = h(T-t)$.



Αν διατηρήσουμε μικρή τη χρονική απόσταση T των κυματομοφών, ώστε να επιτύχουμε μεγάλους ρυθμούς διαβίβασης συμβόλων R , και λογικές τιμές στην απόδοση του εύρους-ζώνης R/B_c , τότε κατά τη δειγματοληψία του m -στού παλμού μαζί με την τιμή του συμβόλου αυτού θα λαμβάνεται ένα άθροισμα από δείγματα από προηγούμενους και επόμενους παλμούς.

Για μια σειρά παλμούς στην είσοδο του καναλιού με διάρκεια κάθε παλμού μικρότερη από την απόστασή τους T

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT)$$



Το σήμα $y(t)$ στην έξοδο του φίλτρου λήψης

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT) + \nu(t)$$

Αποτέλεσμα είναι τη στιγμή της δειγματοληψίας του m -στού παλμού $t=mT$ πολλοί από τους γειτονικούς παλμούς έχουν μη μηδενική τιμή, και το δείγμα $y(mT)$:

$$y(mT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(mT - nT) + \nu(mT)$$

Και συμβολίζοντας με x_{m-n} το $x(mT - nT) = x[(m-n)T]$ προκύπτει:

$$\begin{aligned} y_m &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{m-n} + \nu_m \\ &= x_0 a_m + \sum_{n \neq m} a_n x_{m-n} + \nu_m \end{aligned}$$

Το άθροισμα

$$\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq m}}^{\infty} a_n x_{m-n}$$

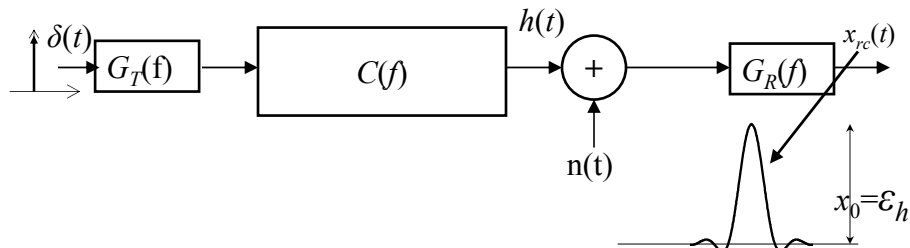
Καλείται *Αλληλοπαρεμβολή Συμβόλων (Intersymbol Interference-ISI)*

Η φώραση λοιπόν του m -στού συμβόλου πρέπει να γίνει με βάση το δείγμα του αποδιαμορφωτή, y_m , η οποία τώρα περιλαμβάνει και τον όρο της ISI.

$$y_m = x_0 a_m + ISI_m + \nu_m$$

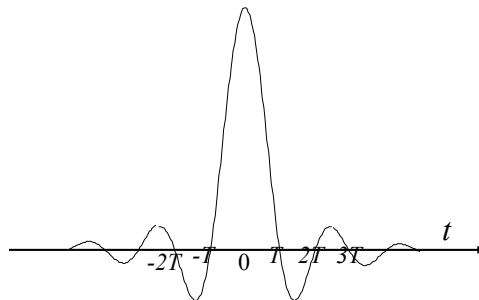
Αν δεν ληφθούν μέτρα η ISI είναι δυνατόν να λάβει εξαιρετικά μεγάλες τιμές κάνοντας αδύνατη τη σωστή φώραση του συμβόλου.

Το πρώτο μέτρο που λαμβάνουμε είναι η μορφοποίηση (shaping) των παλμών λήψης.



Στην τεχνική αυτή εκτός από το φίλτρο λήψης χρησιμοποιείται επί πλέον το φίλτρο εκπομπής $G_T(f)$ και επιδιώκουμε ο παλμός λήψης, $x_{re}(t)$ να αποκτήσει την ακόλουθη ειδική μορφή.

Ειδικά Μορφοποιημένος Παλμός Λήψης $x_{re}(t)$.



Παρατηρείστε ότι ισχύει

$$x_{re}(nT) = \begin{cases} 1, & \text{για } n = 0 \\ 0, & \text{για } n = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Οπότε με τον τρόπο αυτό η ISI μηδενίζεται!

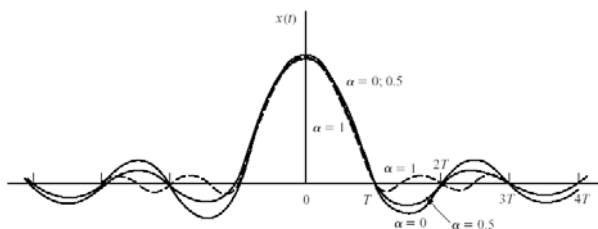
Να επαναλάβουμε ότι για δεδομένη απόκριση συχνότητας $C(f)$ του καναλιού, τα φίλτρα λήψης $G_R(f)$ και εκπομπής $G_T(f)$ επιλέγονται ώστε να υπάρχει στην έξοδο ο ειδικά μορφοποιημένος παλμός που μηδενίζει την ISI συγχρόνως το $G_R(f)$ να είναι προσαρμοσμένο στον παλμό εξόδου του καναλιού, $h(t)$, ώστε να λαμβάνει τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή το πηλίκο x_0/σ_v^2

Να μεταφέρουμε από τη βιβλιογραφία ότι ο ειδικά μορφοποιημένος παλμός δεν μπορεί να επιτευχθεί παρά μόνο αν ισχύει:

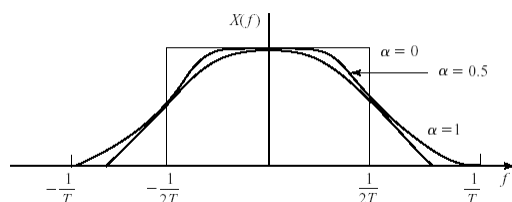
$$1/(2T) < B_c \iff R < 2B_c$$

Δηλαδή αν για κανάλι βασικής ζώνης επιχειρήσουμε μεγαλύτερο ρυθμό διαβίβασης από $2B_c$ η ISI δεν είναι δυνατόν να εξαλειφθεί!

Οικογένεια Παλμών Λήψης Ειδικής Μορφής



$$x(t) = \frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} \frac{\cos(\pi \alpha t/T)}{1 - 4\alpha^2 t^2/T^2} = \text{sinc}(t/T) \frac{\cos(\pi \alpha t/T)}{1 - 4\alpha^2 t^2/T^2}$$



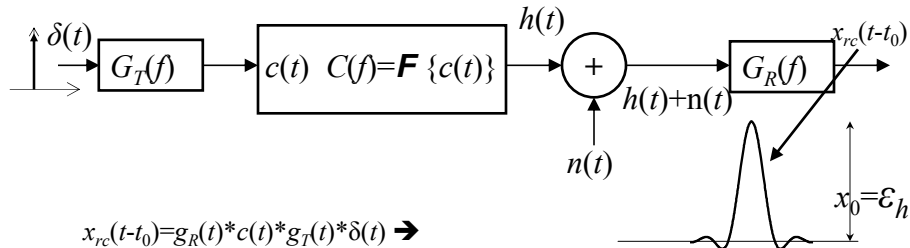
$$X_{rc}(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| \leq (1-\alpha)/2T \\ \frac{T}{2} [1 + \cos \frac{\pi T}{\alpha} (|f| - \frac{1-\alpha}{2T})], & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases}$$

Χρονική μορφή και εξίσωση παλμού με φάσμα ανυψωμένου συνημίτονου

Φασματική μορφή και εξίσωση παλμού με φάσμα ανυψωμένου συνημιτόνου

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΒΕΛΤΙΣΤΟ
ΦΙΛΤΡΟ ΛΗΨΗΣ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΑ ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΜΕΝΟ
ΠΑΛΜΟ ΛΗΨΗΣ (Δεχόμαστε $C(f)=\Pi(f/2W)$)**

Για να λυθεί το πρόβλημα χρησιμοποιούμε εκτός από το φίλτρο λήψης, $G_R(f)$, ένα φίλτρο εκπομπής στην είσοδο του καναλιού, $G_T(f)$, κατάλληλα επιλεγμένο..



$$x_{rc}(t-t_0) = g_R(t) * c(t) * g_T(t) * \delta(t) \rightarrow$$

$$X_{rc}(f) \exp(-j2\pi f t_0) = G_R(f) C(f) G_T(f) \quad |f| \leq B_c \quad (1)$$

Συνθήκη Βέλτιστου Φίλτρου!

$$G_R(f) = c_R H^*(f) \exp(-j2\pi f T) \quad (2)$$

$$H(f) = G_T(f) C(f) \quad (3)$$

$$X_{rc}(f) = |G_R(f)| |G_T(f)|, \quad |f| \leq W \quad (1)$$

$$|G_R(f)| = c_R |H(f)| \quad (2)$$

$$|H(f)| = |G_T(f)| \quad (3)$$

Μια λύση είναι:

$$|G_T(f)| = c_T \sqrt{X_{rc}(f)}$$

$$|G_R(f)| = c_R \sqrt{X_{rc}(f)}$$

όπου c_R, c_T σταθερές. Η c_T καθορίζει την ισχύ εκπομπής ενώ η c_R επιλέγεται αυθαίρετα.

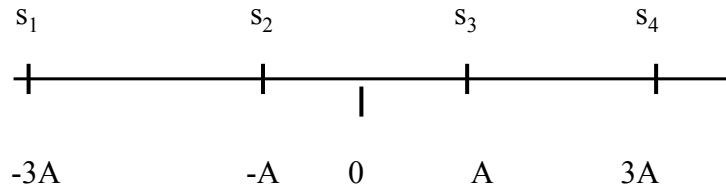
ΜΙΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ PAM

Σε ένα Σύστημα M-PAM οι παλμοί που φθάνουν στο δέκτη έχουν M διαφορετικά πλάτη:

$$a_m A, m=1,2,\dots,M$$

$$a_m = (2m-1-M) \quad m=1,2,\dots,M$$

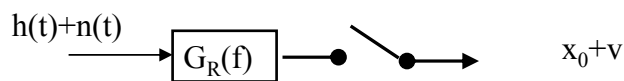
Πλάτη Τετραδικού PAM



Στο Φίλτρο λήψης

Αν δεχθούμε ότι έχει επιλεγεί $c_R=1$

$$\int_{-W}^W \|G_R(f)\|^2 df = \int_{-W}^W X_{rc}(f) df = 1$$



$$x_0 = E_g, \quad \sigma_v^2 = E_g N_0 / 2$$

$$\begin{cases} x_0^2 = 2\mathcal{E}_g \\ \sigma_v^2 = N_0 \end{cases}$$

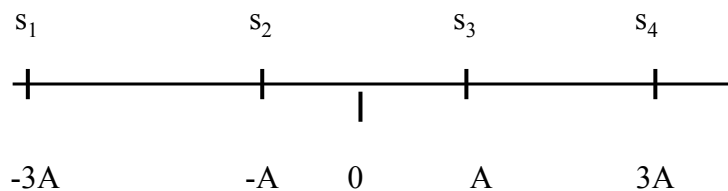
Πιθανότητα Σφάλματος κατά τη Φόραση Ψηφιακού PAM με Μηδενικό ISI

$$y_m = x_0 a_m + \nu_m \quad x_0 = \int_{-W}^W |G_T(f)|^2 df = \mathcal{E}_g \quad \sigma_\nu^2 = \mathcal{E}_g N_0 / 2$$

Σε ένα Σύστημα M-PAM ισχύει:

$$\begin{cases} a_m = (2m - 1 - M) & m = 1, 2, \dots, M \\ \nu_m : \text{Gaussian} & \frac{x_0^2}{\sigma_\nu^2} = \frac{2\mathcal{E}_g}{N_0} \end{cases}$$

Πλάτη Τετραδικού PAM



Πιθανότητα Σφάλματος κατά τη Φόραση Ψηφιακού PAM με Μηδενικό ISI

Η Πιθανότητα Σφάλματος P_M υπολογίζεται ως:

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_g}{N_0}} \right)$$

$$\mathcal{E}_{av} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathcal{E}_m = \frac{\mathcal{E}_g}{M} \sum_{m=1}^M (2m-1-M)^2$$

$$\mathcal{E}_g = 3\mathcal{E}_{av} / (M^2 - 1) \quad \text{και} \quad \mathcal{E}_{av} = k\mathcal{E}_{bav}$$

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6P_{av}T}{(M^2-1)N_0}} \right) \quad P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left[\sqrt{\frac{6(\log_2 M)\mathcal{E}_{bav}}{(M^2-1)N_0}} \right]$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8.10

Ένα ενσύρματο κανάλι μήκους 1000 Km χρησιμοποιείται για τη μετάδοση δεδομένων με τη βοήθεια δυαδικού PAM. Αναγεννητικοί επαναλήπτες τοποθετούνται ανά 50 Km στο σύστημα. Κάθε τμήμα του καναλιού έχει ιδανική (σταθερή) απόκριση συχνότητας στη ζώνη συχνοτήτων $0 \leq f \leq 1200$, και εξασθένιση 1 dB/Km. Ο θόρυβος του καναλιού είναι AWGN.

1. Ποιος είναι ο μέγιστος ρυθμός bit που μπορεί να μεταδοθεί χωρίς ISI;
2. Προσδιορίστε το απαιτούμενο E_b/N_0 για να επιτευχθεί πιθανότητα σφάλματος bit $P_2 = 10^{-7}$ για κάθε επαναλήπτη.
3. Υπολογίστε την ισχύ εκπομπής σε κάθε επαναλήπτη για να επιτύχουμε το επιθυμητό E_b/N_0 , όπου $N_0 = 4.1 \times 10^{-21}$ W/Hz.

ΛΥΣΗ

$$1. W=1200 \text{ Hz} \quad \text{άρα } R_{\text{MAX}}=2W=2400 \text{ bits/sec}$$

$$P_2 = Q \left[\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right] \quad 2. P_2=10^{-7} \quad E_b/N_0=(1/2)[\text{Quinv}(10^{-7})]^2=13.5$$

$$3. P_T=LRE_b=LR(E_b/N_0)N_0 = 10^5 \times 2400 \times 13.5 \times 4.1 \times 10^{-21}=13.3 \times 10^{-11}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ένα ενσύρματο κανάλι επιτρέπει τη διέλευση των συχνοτήτων της περιοχής [0,1200 Hz] στις οποίες παρουσιάζει απόσβεση $L=30 \text{ dB}$ ενώ αποσβένει πλήρως τις εκτός της περιοχής αυτής συχνοτήτες. Στην έξοδο του καναλιού υπάρχει AWGN με φασματική πυκνότητα $N_0/2=10^{-8}$. Επιθυμούμε να σχεδιάσουμε ένα M-αδικό PAM σύστημα μέσω του οποίου να γίνει δυνατή η διαβίβαση μιας δυαδικής ακολουθίας με ρυθμό $R_2=8\,000 \text{ bits/sec}$ και πιθανότητα σφάλματος $P_2=10^{-5}$.

1. Να προσδιορίσετε την μικρότερη δυνατή τιμή του M που είναι ανάγκη να χρησιμοποιήσουμε στο σύστημα αυτό, ώστε να έχουμε ψηφιακή διαβίβαση χωρίς ISI, καθώς και την αντίστοιχη τιμή του συντελεστή επέκτασης a .
2. Να προσδιορίσετε την ισχύ εκπομπής P_T για την περίπτωση του ερωτήματος 1.

ΛΥΣΗ

Η τιμή του M που αναζητούμε πρέπει να είναι ακέραια δύναμη του 2 $\rightarrow M=2^k$

$R_b/R=k$ & $R < 2B_c \rightarrow k$ ο μικρότερος ακέραιος που εξασφαλίζει ότι $R_b/k < 2B_c \rightarrow$

k ο μικρότερος ακέραιος που εξασφαλίζει ότι $k > R_b/2B_c \rightarrow k=4 \rightarrow M=16 \rightarrow R=R_b/4=2000 \text{ s/sec}$

Από (8.3.22) $\rightarrow B_c=(1+a)R/2 \rightarrow a=2B_c/R-1=2400/2000-1 \rightarrow a=0.2$

ΛΥΣΗ συνέχεια

2.

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6P_{av}T}{(M^2-1)N_0}} \right)$$

Στην περίπτωσή μας ισχύει:

• $P_M = k \cdot P_2 = 4 \cdot 10^{-5}$

• $T = T_{16} = 1/R_{16} = k/R_2 = 4/R_2$

Άρα $P_r = P_{av} = [Q_{inv}(M \cdot k \cdot P_2 / (2 \cdot (M-1)))]^2 (M^2-1) (N_0/2) (R_2/4) / 3$

$= [Q_{inv}(16 \cdot 4 \cdot 10^{-5} / (2 \cdot 15))]^2 \cdot 255 \cdot 10^{-8} \cdot (8000/4) / 3 =$

$(Q_{inv}(16 \cdot 4 \cdot 10^{-5} / (2 \cdot 15)))^2 \cdot 255 \cdot 10^{-8} \cdot (8000/4) / 3 = 0.0285$

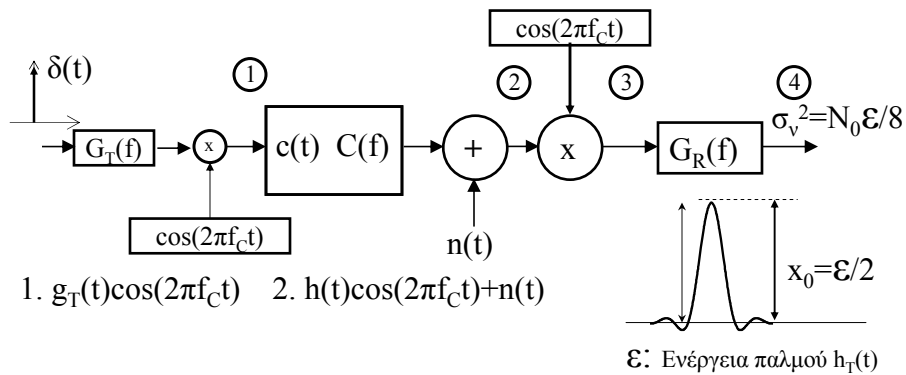
Άρα $P_T = LP_{av} = 28,50 \text{ Watt}$

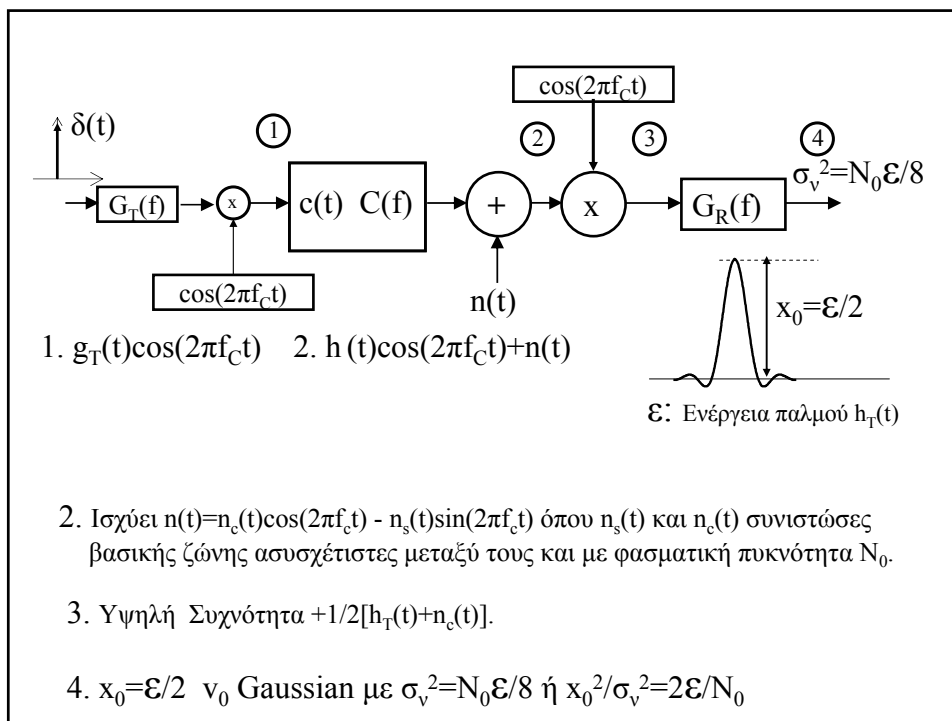
$P_T = 28,50 \text{ Watt}$

Ψηφιακή Μετάδοση μέσω Ζωνοπερατών Καναλιών Περιορισμένου Εύρους-Ζώνης

ΜΕ ΑΠΛΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ (ASK)

$$u(t) = v(t) \cos 2\pi f_c t \quad v(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} a_n g_T(t-nT)$$





Ψηφιακή Μετάδοση μέσω Ζωνοπερατών Καναλιών Περιορισμένου Εύρους-Ζώνης

ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ, PSK

$$u(t) = v_c(t) \cos 2\pi f_c t \quad \square \quad v_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$v_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nc} g_T(t - nT)$$

$$v_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{ns} g_T(t - nT)$$

όπου

$$\alpha_{nc} = A \cos(2\pi m/M), \quad \alpha_{ns} = A \sin(2\pi m/M), \quad m=0, 1, \dots, M-1$$

ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ, QAM

$$u(t) = v_c(t) \cos 2\pi f_c t \quad \boxed{-} \quad v_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$v_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nc} g_T(t - nT)$$

$$v_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{ns} g_T(t - nT)$$

όπου

$$\alpha_{nc} = m_c A, \alpha_{ns} = m_s A, m_c, m_s = -(M-1), \dots, -1, 1, \dots, (M-1)$$

Θέτοντας:

$$\begin{aligned} v(t) &= v_c(t) - jv_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{nc} - ja_{ns}) g_T(t - nT) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t - nT) \quad \{a_n = a_{nc} - ja_{ns}\} \end{aligned}$$

$$u(t) = \operatorname{Re}[v(t)e^{j2\pi f_c t}]$$

Επομένως τα σήματα ASK, PSK και QAM γράφονται με τη γενική μορφή:

$$u(t) = \operatorname{Re}[v(t)e^{j2\pi f_c t}] \quad v(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \alpha_n g_T(t-nT)$$

Το $v(t)$ καλείται **ισοδύναμο χαμηλοπερατό σήμα εκπομπής**. Το $v(t)$ είναι ένα σήμα βασικής ζώνης. Για το ASK το $v(t)$ έχει **πραγματική τιμή**. Αντίθετα για τα QAM και PSK το $v(t)$ έχει **μγαδική τιμή**.

ΣΤΗΝ ΕΞΟΔΟ ΤΟΥ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ

$$w(t) = \operatorname{Re}[r(t)e^{j2\pi f_c t}] \quad \text{με} \quad r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t-nT) + n(t)$$

όπου

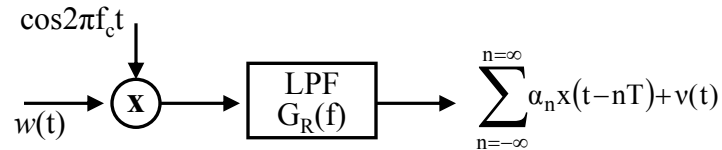
$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau) g_T(t-\tau) d\tau = c(t) * g_T(t) \quad H(f) = C(f)G_T(f)$$

Το $r(t)$ καλείται **ισοδύναμο χαμηλοπερατό σήμα λήψης**. Το $r(t)$ είναι ένα σήμα βασικής ζώνης. Για το ASK το $r(t)$ έχει **πραγματική τιμή**. Αντίθετα για τα QAM και PSK το $r(t)$ έχει **μγαδική τιμή**.

**ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ
ΛΗΨΗΣ ΣΕ ΣΗΜΑ ΒΑΣΙΚΗΣ ΖΩΝΗΣ**

$$w(t) = \text{Re}[r(t)e^{j2\pi f_c t}] \quad r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT) + n(t)$$

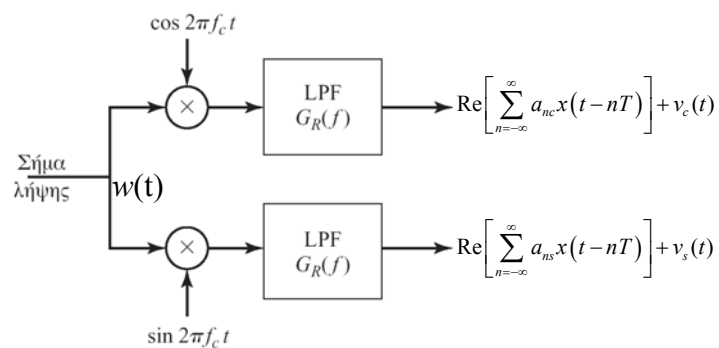
Για ASK a_n πραγματική ακολουθία.



**ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΣΗΜΑΤΟΣ
ΛΗΨΗΣ ΣΕ ΣΗΜΑ ΒΑΣΙΚΗΣ ΖΩΝΗΣ**

$$w(t) = \text{Re}[r(t)e^{j2\pi f_c t}] \quad r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT) + n(t)$$

Για PSK και QAM a_n μιγαδική ακολουθία.



Και στις δύο περιπτώσεις.

$$y(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT) + \nu(t)$$

Όπου a_n και $\nu(t)$ είναι πραγματικά για ASK και μιγαδικά για PSK και QAM

Απαιτηση σε Εύρος-Ζώνης των Τηλεπ.
Συστημάτων

Μέγιστη Τιμή του R/B_C

1. Βασική Ζώνη: $R/B_C=2$
2. Ζωνοπερατά Δυδιάστατα $R/B_C=1$

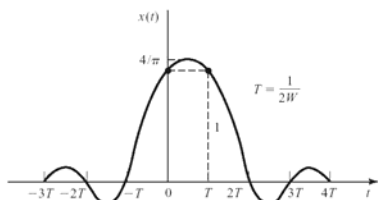
Μέγιστη Τιμή του R_b/B_C

1. Βασική Ζώνη: $R_b/B_C=2\log_2 M$
2. Ζωνοπερατά Δυδιάστατα $R_b/B_C=\log_2 M$

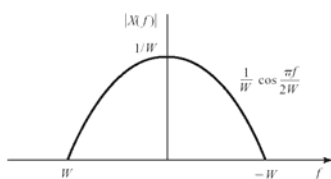
Σχεδιασμός Σημάτων Περιορισμένου Εύρους-Ζώνης με Ελεγχόμενο ISI — Σήματα Μερικής Απόκρισης

Το εύρος ζώνης περιορίζεται αν δεν απαιτήσουμε την πλήρη εξουδετέρωση του ISI

$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



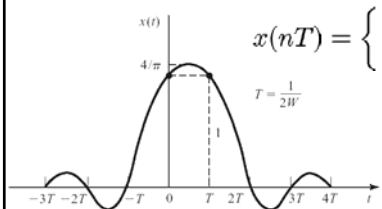
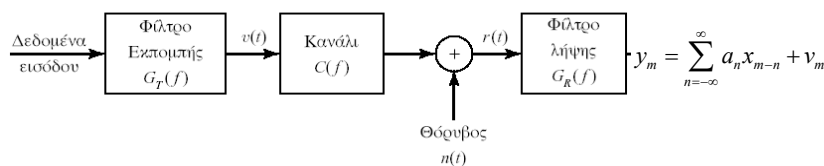
$$x(t) = \text{sinc}(2Wt) + \text{sinc}(2Wt - 1)$$



$$X(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W}[1 + e^{-j\frac{\pi f}{2W}}] = \frac{1}{W}e^{-j\frac{\pi f}{4W}} \cos(\frac{\pi f}{4W}), & |f| < W \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$R=2W$

Σχεδιασμός Σημάτων Περιορισμένου Εύρους-Ζώνης με Ελεγχόμενο ISI — Σήματα Μερικής Απόκρισης



$$x(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0, 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$y_m = a_m + a_{m-1} + v_m$$

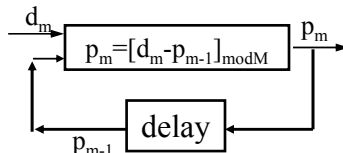
Σύμβολο-προς-Σύμβολο Φώραση Δεδομένων με Ελεγχόμενο ISI

$$y_m = b_m + \nu_m = a_m + a_{m-1} + \nu_m$$

Προκωδικοποίηση στον πομπό

Ισχύει ότι $d_m = [p_m + p_{m-1}]_{\text{mod}M}$

$$p_m = \begin{matrix} 0 & 1 & \dots & M-1 \\ \alpha_m = -(M-1) & -(M-3) & & M-1 \end{matrix}$$



Δηλαδή $\alpha_m = 2p_m - M + 1$

Στο Δέκτη το λαμβανόμενο δείγμα $y_m = b_m + n_m$

$$b_m = a_m + a_{m-1} = 2[p_m + p_{m-1} - (M - 1)] \quad p_m + p_{m-1} = \frac{b_m}{2} + (M - 1)$$

και $d_m = [p_m + p_{m-1}]_{\text{mod}M}$

$$\text{Άρα τελικά } d_m = [b_m/2 + (M-1)]_{\text{mod}M}$$

Σύμβολο-προς-Σύμβολο Φώραση Δεδομένων με Ελεγχόμενο ISI

Προκωδικοποίηση στον πομπό Ισχύει ότι $d_m = [p_m + p_{m-1}]_{\text{mod}M}$

$$\text{Άρα τελικά } d_m = [b_m/2 + (M-1)]_{\text{mod}M}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2 ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΣΤΑΘΜΩΝ ΜΕ ΔΙΠΛΟΔΥΑΔΙΚΟΥΣ ΠΑΛΜΟΥΣ

Ακολουθία δεδομένων d_n	0	0	1	3	1	2	0	3	3	2	0	1	0
Προκωδικοποιημένη ακολουθία p_n	0	0	0	1	2	3	3	1	2	1	1	3	2
Μεταδιδόμενη ακολουθία a_n	-3	-3	-3	-1	1	3	3	-1	1	-1	-1	3	1
Λαμβανόμενη ακολουθία b_n	-6	-6	-4	0	4	6	2	0	0	-2	2	4	2
Αποκωδικοποιημένη ακολουθία d_n	0	0	1	3	1	2	0	3	3	2	0	1	0

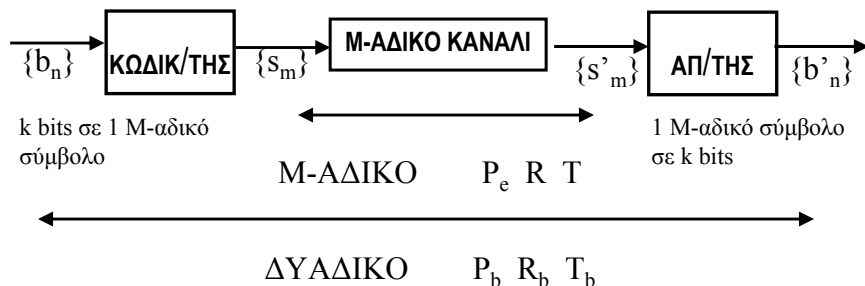
Σύμβολο-προς-Σύμβολο Φόραση Δεδομένων με Ελεγχόμενο ISI

$$P_M < 2 \left(1 - \frac{1}{M^2}\right) Q \left(\sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \frac{6}{M^2 - 1} \frac{\mathcal{E}_{av}}{N_0}} \right)$$

Παρατίθεται για σύγκριση ο μαθ. τύπος της P_M
του M-αδικού PAM

$$P_M = \frac{2(M-1)}{M} Q \left(\sqrt{\frac{6}{(M^2-1)} \frac{\mathcal{E}_{av}}{N_0}} \right)$$

Για να πετύχουμε στα δύο συστήματα την ίδια
πιθανότητα σφάλματος, πρέπει η \mathcal{E}_{av} του
συστήματος μερικής απόκρισης να αυξηθεί
περίπου κατά 2.1 dB από αυτήν του M-PAM



Σχεση Μεταξύ παραμέτρων ($k = \log_2 M$)

$$R_b = kR \quad \text{για όλα τα συστήματα}$$

$$\text{για MPAM, MPSK, MQAM, } P_b = P_e/k$$

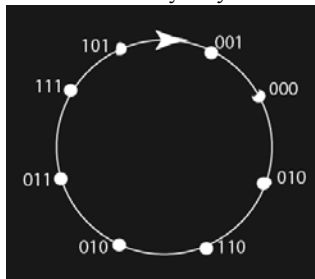
$$\text{για MFSK} \quad P_b = P_e/2$$

Στα MPSK, MPAM, MQAM, όταν συμβεί σφάλμα το εσφαλμένο σύμβολο που λαμβάνεται στην έξοδο του φωρατή συνήθως απέχει ελάχιστη απόσταση από αυτό που έχει αποσταλεί από τον πομπό. Χρησιμοποιώντας κώδικα Gray εξασφαλίζεται ότι όταν συμβεί λάθος από τα k bits του κώδικα θα είναι λανθασμένο μόνο το 1. Έτσι στα συστήματα αυτά ισχύει $P_b = P_M/k$. Στα MFSK η τεχνική αυτή δεν μπορεί να εφαρμοστεί αφού όλα τα σύμβολα απέχουν μεταξύ τους την ίδια σταθερή απόσταση $D = E_s$. Για το λόγο αυτό στα MFSK σε κάθε λανθασμένο σύμβολο, κατά μέσο όρο τα μισά από τα k bits είναι λανθασμένα.

Κώδικας Gray για 8-αδικό σύστημα

S0	0	0	0
S1	1	0	0
S2	1	1	0
S3	0	1	0
S4	0	1	1
S5	1	1	1
S6	1	0	1
S7	0	0	1

8PSK και ο αντίστοιχος κώδικας Gray



8PAM και ο αντίστοιχος κώδικας Gray

