

Υλοποίηση - Πειραματική μελέτη

- Για την πειραματική επαλήθευση της ορθότητας των αλγορίθμων σας για την επίλυση του γραμμικού συστήματος (1) θεωρήστε ότι το διάνυσμα \mathbf{x} είναι γνωστό (ως προσχεδιασμένη λύση), υπολογίστε το $\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ και στη συνέχεια επιλύστε το γραμμικό σύστημα. Για παράδειγμα, αν $\mathbf{x} = (1, 1, \dots, 1)^T$, τότε $b_i = k_i + l_i + d_i + r_i + s_i$, $i = 1(1)n$ (όπου $k_1 = l_1 = k_2 = s_{n-1} = r_n = s_n = 0$).
- Για την πειραματική μελέτη σύγκλισης των ανωτέρω επαναληπτικών μεθόδων αφού θεωρήσετε ότι $\tau = 0.1(0.1)1.9$, $\omega = 0.1(0.1)1.9$ και $(k_i = -\alpha, i = 3(1)n)$, $(l_i = -\beta, i = 2(1)n)$, $(d_i = 4, i = 1(1)n)$, $(r_i = -\gamma, i = 1(1)n - 1)$, $(s_i = -\delta, i = 1(1)n - 2)$, όπου
 - $\alpha = 0.1, \beta = 0.2, \gamma = 0.3, \delta = 0.4$
 - $\alpha = 0.4, \beta = 0.3, \gamma = 0.2, \delta = 0.1$
 - $\alpha = 1.2, \beta = 0.9, \gamma = 0.6, \delta = 0.3$
 και $n = 10^2, n = 10^3, n = 10^4$, να υπολογιστούν
 - οι πειραματικές βέλτιστες τιμές τ_b και ω_b των αντιστοίχων παραμέτρων τ και ω ,
 - η φασματική ακτίνα του επαναληπτικού πίνακα ($\rho(G(\tau_b, \omega_b))$),
 - ο αριθμός επαναλήψεων (itcount),
 - ο χρόνος εκτέλεσης (cputime).
- Να γίνει κατάλληλη πινακοποίηση των αποτελεσμάτων σας (βλ. όπως παρακάτω πίνακες) και να σχολιάσετε τα συμπεράσματά σας.

Πίνακες Αποτελεσμάτων

Πίνακας (Εφαρμογή 1)

Επίλυση του $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ (Όνομα επαναλ. μεθόδου)									
Διάσταση A	Παράμετροι				Βέλτιστη τιμή τ_b	Βέλτιστη τιμή ω_b	Φασματική ακτίνα $\rho(G(\tau_b, \omega_b))$	Αριθμός επαναλήψεων itcount	Χρόνος εκτέλεσης cputime
	α	β	γ	δ					
$n = 10^2$	0.1	0.2	0.3	0.4					
	0.4	0.3	0.2	0.1					
	1.2	0.9	0.6	0.3					
$n = 10^3$	0.1	0.2	0.3	0.4					
	0.4	0.3	0.2	0.1					
	1.2	0.9	0.6	0.3					
$n = 10^4$	0.1	0.2	0.3	0.4					
	0.4	0.3	0.2	0.1					
	1.2	0.9	0.6	0.3					

(Ευδεικτικές) Εφαρμογές

Επίλυση ενός **πενταδιαγώνιου** γραμμικού συστήματος $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$

Εφαρμογή 1(i): $n = 5, \alpha = 0.1, \beta = 0.2, \gamma = 0.3, \delta = 0.4,$

$$\begin{bmatrix} 4 & -0.3 & -0.4 & 0 & 0 \\ -0.2 & 4 & -0.3 & -0.4 & 0 \\ -0.1 & -0.2 & 4 & -0.3 & -0.4 \\ 0 & -0.1 & -0.2 & 4 & -0.3 \\ 0 & 0 & -0.1 & -0.2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.3 \\ 3.1 \\ 3 \\ 3.4 \\ 3.7 \end{bmatrix}$$

Εφαρμογή 1(ii): $n = 10, \alpha = 0.4, \beta = 0.3, \gamma = 0.2, \delta = 0.1,$

$$\begin{bmatrix} 4 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 & -0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & -0.3 & 4 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4 & -0.3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.7 \\ 3.4 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3.1 \\ 3.1 \\ 3.3 \end{bmatrix}$$

Εφαρμογή 2: Ο πίνακας \mathbf{A} είναι $n \times n$ **πενταδιαγώνιος**, όπου $n = 10^2, 10^3, 10^4$ με στοιχεία, όπου τα $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι της δικής σας επιλογής. Για την πειραματική επαλήθευση θεωρήστε ότι η λύση του γραμμικού συστήματος είναι η $\mathbf{x} = (1, 1, \dots, 1, 1)^T$, υπολογίστε το $\mathbf{b} = \mathbf{Ax}$ και επιλύστε το γραμμικό σύστημα $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

Εφαρμογή 3: Δημιουργία ενός τυχαίου $n \times n$ **πενταδιαγώνιου** πίνακα \mathbf{A} , όπου $n = 10^2, 10^3, 10^4$ με τη χρήση της συνάρτησης `rand()`. Για την πειραματική επαλήθευση θεωρήστε ότι η λύση του γραμ. συστήματος είναι η $\mathbf{x} = (1, 1, \dots, 1, 1)^T$, υπολογίστε το $\mathbf{b} = \mathbf{Ax}$ και επιλύστε το γραμμικό σύστημα $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

Οδηγίες για την παράδοση της 2ης ΑΣΚΗΣΗΣ

Σημείωση : Όλες οι υλοποιήσεις των ασκήσεων να γίνουν σε MatLab (ή και) σε C (ή C++).

Προσοχή : Η άσκηση είναι **ατομική** (δηλαδή ο κάθε φοιτητής θα πρέπει να εργαστεί μόνος του και να παρουσιάσει στην παρούσα εργασία την προσωπική του προσπάθεια).

Καταληκτική ημερομηνία υποβολής:

Ο κάθε φοιτητής θα πρέπει εμπρόθεσμα να υποβάλει ηλεκτρονικά την **2η ΑΣΚΗΣΗ** στην e_class μέχρι και την **Παρασκευή 22.5.2026** και **ώρα 23:59**.

Η **2η ΑΣΚΗΣΗ** πρέπει να περιλαμβάνει:

1. ένα αρχείο για τη κάθε μέθοδο με όνομα **ask2_method**, (όπου method το όνομα της μεθόδου π.χ. ask2_PSD), που θα περιέχει μόνο τον πηγαίο κώδικα για κάθε μέθοδο και
2. ένα μόνο αρχείο κειμένου με όνομα **ask2_Αποτελέσματα_xxxxxxx** (.tex σε latex ή .docx σε word ή σε χειρόγραφο ή και σε pdf) για την περιγραφή των αλγορίθμων, την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, των σχολίων και των συμπερασμάτων σας.

Για την υποβολή στην **e_class** πρέπει να επισυνάψετε ΜΟΝΟ ένα Φάκελο (συμπιεσμένο με winzip) με όνομα **ASK2_Ονοματεπώνυμο_ xxxxxxx.zip**, όπου xxxxxxx τα τελευταία ψηφία του Α.Μ. σας. Μέσα στον φάκελο αυτό να περιέχονται τα αρχεία με τον **πηγαίο(source) κώδικα** (και όχι εκτελέσιμα αρχεία) και το **αρχείο κειμένου** με την ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Προσοχή: Είναι απαραίτητο στην αρχή του κάθε αρχείου (**κώδικα** και **κειμένου**) να αναγράφετε το ονοματεπώνυμό σας και τον ΑΜ.