



**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Τομέας: Ποσοτικές Μέθοδοι – Στατιστική & Οικονομετρία

Τεχνικές Μαθηματικού Προγραμματισμού



**Ο Γραμμικός Προγραμματισμός στο Σχεδιασμό
Παραγωγής Προϊόντος: Η Περίπτωση μελέτης
της Επιχείρησης παραγωγής Σοκολάτας MC**

Περιεχόμενα

- Το Πρόβλημα
- Ο προσδιορισμός των ανεξάρτητων μεταβλητών
- Το Πρότυπο Γ. Π.
- Η Λύση
- Αξιολόγηση της Λύσης
- Προτάσεις

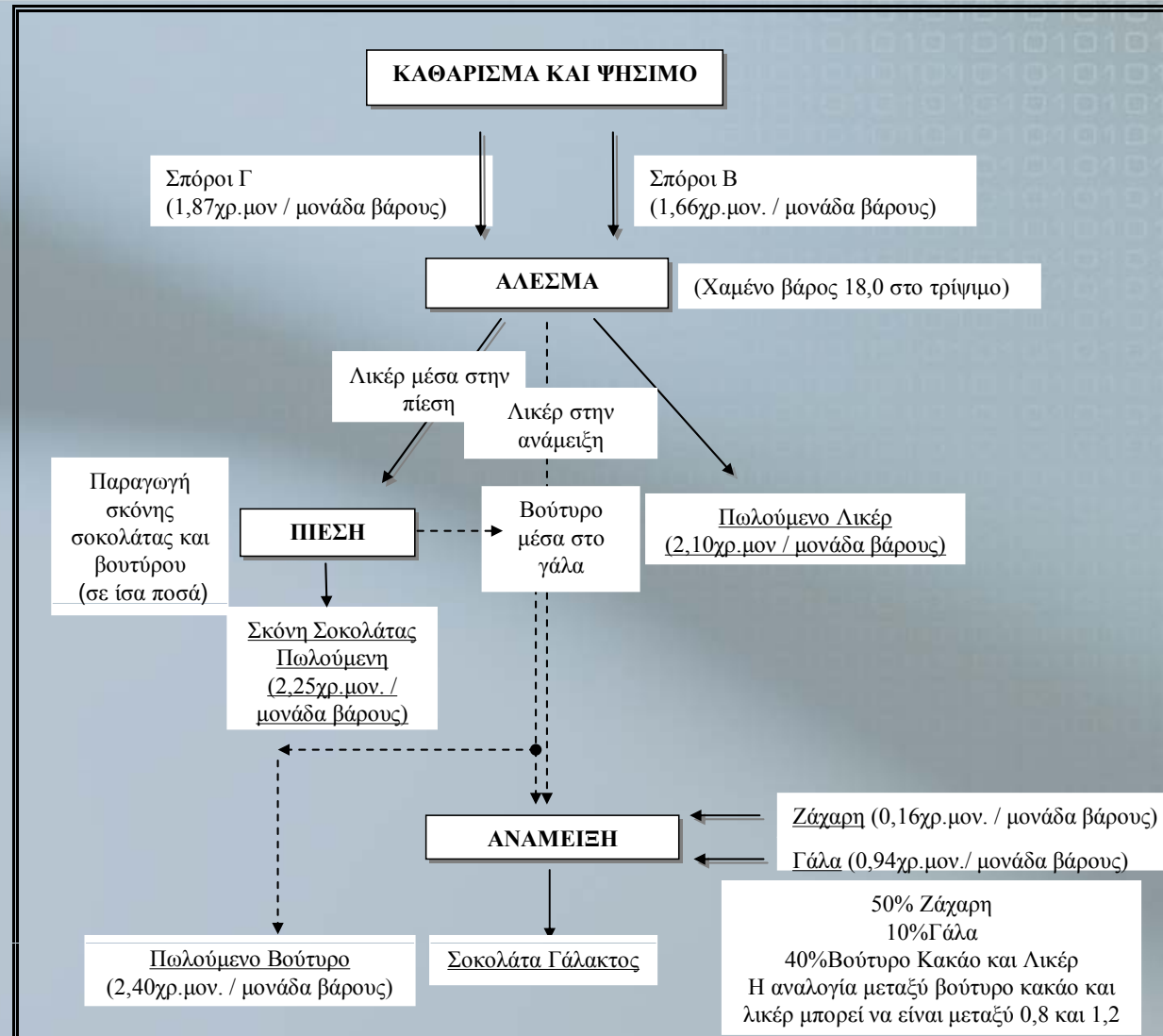


Το Πρόβλημα

- Ο κ. W διευθυντής παραγωγής του τμήματος Γάλακτος Σοκολάτας στην εταιρεία (MC) κοιτούσε τα αποτελέσματα ηλεκτρονικού υπολογιστή, που μόλις του είχαν παραδοθεί στο γραφείο.

Ήταν τα αποτελέσματα ενός προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού, του οποίου σκοπός ήταν να βρει το φθηνότερο τρόπο για το τμήμα Γάλακτος – Σοκολάτας, να παράγει τον Φεβρουάριο ποσότητα 2.000.000 rounds Σοκολάτας – Γάλακτος (που καθορίσθηκε από τον Διευθυντή Marketing), λαμβάνοντας υπ όψη την τιμή των πρώτων υλών (που καθορίσθηκε από τον τομέα προμηθειών) και των υποπροϊόντων που καθορίστηκαν από το τμήμα Marketing.

Γραφική Απεικόνιση της Διαδικασίας Παραγωγής Σοκολάτας



Προσδιορισμός των ανεξάρτητων μεταβλητών

- Σύμφωνα με τα δεδομένα ορίζονται οι ακόλουθες ανεξάρτητες μεταβλητές:
 - **x1:** Σπόροι προέλευσης Γ
 - **x2:** Σπόροι προέλευσης Β
 - **x3:** Λικέρ προς πίεση
 - **x4:** Λικέρ προς ανάμειξη
 - **x5:** Λικέρ προς πώληση
 - **x6:** Βούτυρο Κακάο προς ανάμειξη
 - **x7:** Βούτυρο Κακάο προς πώληση
 - **x8:** Σκόνη Σοκολάτας
 - **x9:** Ζάχαρη
 - **x10:** Γάλα
 - **x11:** Σοκολάτα Γάλακτος

Το Πρότυπο Γ.Π.

ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχέση Σκοπού:

$$\text{ΕΛΑΧ } Z = 1,87x_1 + 1,66x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_6 + 0x_{11} + 0,16x_9 + \\ + 0,94x_{10} - 2,25x_8 - 2,4x_7 - 2,10x_5$$

Από την σχέση σκοπού πρέπει να αφαιρεθούν τα υποπροϊόντα, αφενός γιατί από την πώλησή τους προκύπτουν έσοδα για την εταιρεία τη στιγμή που επιδιώκει την ελαχιστοποίηση του κόστους και αφετέρου γιατί δεν χρησιμοποιούνται ως συστατικά στην παραγωγή της σοκολάτας γάλακτος αλλά προωθούνται σε άλλες Διευθύνσεις της "ΜC".

ΠΡΩΤΕΥΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σύστημα Περιορισμών:

$$x_1 + 1,1x_2 \leq 3.000.000$$

$$x_1 + x_2 \leq 3.000.000$$

$$x_3 \leq 2.400.000$$

$$-0,82x_1 - 0,82x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

$$x_3 - x_6 - x_7 - x_8 = 0$$

$$x_6 + x_7 - x_8 = 0$$

$$x_4 + x_6 + x_9 + x_{10} - x_{11} = 0$$

$$x_9 - 0,5x_{11} = 0$$

$$x_{10} - 0,1x_{11} = 0$$

$$x_4 + x_6 - 0,4x_{11} = 0$$

$$0,8x_4 - x_6 \leq 0$$

$$-1,2x_4 + x_6 \leq 0$$

$$0,3x_1 - 0,7x_2 \geq 0$$

$$x_{11} = 2.000.000$$

Προσδιορισμός των ανεξάρτητων μεταβλητών του Δυικού

y1: η συμβολή των σπόρων Γ

y2: η συμβολή του μέγιστου ύψους επεξεργασίας σπόρων και των δύο ποιοτήτων

y3: η συμβολή της δυνατότητας πίεσης για παραγωγή λικέρ

y4: η διαδικασία παραγωγής λικέρ

y5: η διαδικασία πίεσης λικέρ για παραγωγή βουτύρου και σκόνης σοκολάτας

y6: η σύνθεση του παραγόμενου βουτύρου και σκόνης σοκολάτας από την πίεση λικέρ

y7: η διαδικασία ανάμειξης

y8: η σύνθεση του προϊόντος ως προς την περιεκτικότητα ζάχαρης

y9: η σύνθεση του προϊόντος ως προς την περιεκτικότητα γάλακτος

y10: η σύνθεση του προϊόντος ως προς την περιεκτικότητα λικέρ

y11: η αναλογία βουτύρου και λικέρ στο προϊόν (κατώτερο όριο)

y12: η αναλογία βουτύρου και λικέρ στο προϊόν (ανώτερο όριο)

y13: η ποιότητα των πρώτων υλών

y14: η ανάγκη ικανοποίησης της αγοράς και παραγωγής 2.000.000 μονάδων προϊόντος.

Το Πρότυπο Γ.Π.

ΔΥΪΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σχέση Σκοπού:

$$\begin{aligned} \text{ΜΕΓ } Y = & 3.000y_1 + 3.000y_2 + 2.400y_3 + 0y_4 + 0y_6 + 0y_5 + 0y_7 + \\ & + 0y_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} + 0y_{12} + 0y_{13} + 2.000y_{14} \end{aligned}$$

ΔΥΪΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Σύστημα Περιορισμών:

$$y_1 + y_2 - y_4 + y_{13} \geq 1,87$$

$$y_2 - y_4 \geq 1,66$$

$$y_3 + y_4 + y_5 \geq 0,0$$

$$y_4 + y_7 + y_{10} + y_{11} - y_{12} \geq 0$$

$$y_4 \geq -2,1$$

$$-y_5 + y_6 + y_7 + y_{10} - y_{11} + y_{12} \geq 0,0$$

$$-y_5 + y_6 \geq -2,4$$

$$-y_5 - y_6 \geq -2,25$$

$$+y_7 + y_8 \geq 0,16$$

$$+y_7 + y_9 \geq 0,94$$

$$-0,5y_8 - 0,10y_9 - 0,4y_{10} + y_{14} \geq 0$$

$$-1,2y_4 + y_6 \geq 0$$

$$0,3y_1 - 0,7y_2 \leq 0$$

Η άριστη λύση του πρωτεύοντος και δυϊκού προβλήματος

Η ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΕΙΝΑΙ: 1.944.860,841 χρ. μονάδες

Α. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ	ΤΙΜΗ	ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΜΕΙΩΣΗ	ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΑΥΞΗΣΗ
X ₁	2.038.834,9	0,18	0,14
X ₂	873.786,40	1E+30	0,20
X ₃	1.943.905,07	0,075	0,121
X ₄	444.444,44	1E+30	0,075
X ₅	0,00	0,225	1E+30
X ₆	355.555,55	0,075	1E+30
X ₇	616.396,97	5,033	0,15
X ₈	971.952,5	0,15	0,24
X ₉	1.000.000	1E+30	1E+30
X ₁₀	200.000	1E+30	1E+30
X ₁₁	2.000.000	1E+30	1E+30

Η άριστη λύση του πρωτεύοντος και δυϊκού προβλήματος

Β. ΔΥΪΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΔΕΞΙΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	ΔΥΪΚΗ ΤΙΜΗ	ΔΕΞΙΑ ΣΤΑΘΕΡΑ	ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΜΕΙΩΣΗ	ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΑΥΞΗΣΗ
y ₁	-0,0966	3.000.000	1.548.509,5	90.000
y ₂	0	3.000.000	87.378,6	1E+30
y ₃	0	2.400.000	456.094,9	1E+30
y ₄	-2,325	0	1.232.793,9	456.094,0
y ₅	2,325	0	1E+30	1.232.793,9
y ₆	-0,075	0	1.232.793,9	1.943.905
y ₇	0	0	0	5,54934E-11
y ₈	0,16	0	5,54934E-11	0
y ₉	0,94	0	0	0
y ₁₀	2,358	0	5,54934E-11	0
y ₁₁	-0,0416	0	145.454,55	640.000
y ₁₂	0	0	177.777,78	1E+30
y ₁₃	0,20	0	1.909.090,9	900.000
y ₁₄	1,117	2.000.000	2.000.000	2.133.681,8