

Ασκήσεις στο μάθημα «Επισκόπηση των Τηλεπικοινωνιών»

Άσκηση 1

Πρόκειται να μεταδώσουμε δυαδικά δεδομένα σε RF κανάλι με $R_b = 3\text{Mbps}$. Αν ο θόρυβος του καναλιού είναι Gaussian - λευκός με φασματική πυκνότητα $\frac{N_o}{2} = 10^{-14} \text{ WHz}^{-1}$, να βρεθεί η ισχύς στο δέκτη και το απαιτούμενο εύρος ζώνης για ένα σύστημα 4-PSK και ένα σύστημα FSK 16 τόνων για $\text{BER} = 10^{-5}$.

Λύση

$$R_b = 3\text{Mbps} = 3 \cdot 10^6 \text{ Hz}^{-1}$$

$$S = E_b \cdot R_b = \frac{E_b}{N_o} \cdot R_b \cdot 2 \frac{N_o}{2} \Rightarrow S = \left[\frac{E_b}{N_o} \right]_{\text{dBm}} + 10 \log(R_b \cdot N_o) \Big|_{\text{dBm}}$$

$$\Rightarrow S = 10\text{dB} + 10 \log(2 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-14} \cdot 10^3) \text{dBm} \approx$$

$$\approx (10 + 3 + 5 - 50) \text{dBm} \Rightarrow \boxed{S_b = -32 \text{dBm}}$$

Για το FSK θα είναι: $\frac{E_b}{N_o} = 7,5\text{dB}$ για $\text{BER} = 10^{-5}$, επομένως

$$\boxed{S = -34,5 \text{dBm}}.$$

$$\boxed{BW_{\text{PSK}} = 1,5 \text{MHz}} \text{ και } BW_{\text{FSK}} = \frac{M \cdot R_b}{\log_2 M} \Big|_{M=16} \Rightarrow \boxed{BW_{16\text{FSK}} = 12 \text{MHz}}$$

Άσκηση 2

Ένα RF κανάλι εύρους ζώνης B χρησιμοποιείται για μετάδοση ψηφιακής πληροφορίας. α) Υπολογίστε τη φασματική απόδοση ενός ιδανικού συστήματος μετάδοσης στις περιπτώσεις: $S/N = 0\text{dB}$,

$S/N = 6\text{dB}$, $S/N = 10\text{dB}$, $S/N = 20\text{dB}$. β) Έστω ότι χρησιμοποιείται

ένα πραγματικό σύστημα σηματοδοσίας ρυθμού $2B$ [bps] με πιθανότητες σφάλματος στη λήψη του "1" και του "0" P_{e1} και P_{e0} αντίστοιχα και με $P_{e1} = P_{e0} = P_e = Q\left(\sqrt{\frac{S}{N}}\right)$. Επαναλάβετε τους υπολογισμούς. Τι συμπεραίνετε;

Λύση

α) Ιδανικό σύστημα:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \Rightarrow \frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

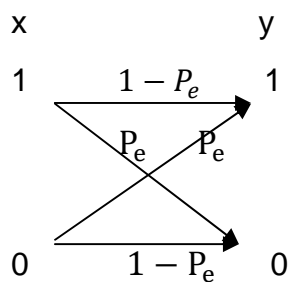
$$\frac{S}{N} = 0 \text{ dB} \Rightarrow \frac{S}{N} = 1, \frac{S}{N} = 6 \text{ dB} \Rightarrow \frac{S}{N} = 4,$$

$$\frac{S}{N} = 10 \text{ dB} \Rightarrow \frac{S}{N} = 100$$

Άρα: $\left(\frac{C}{B} \right)_{\text{ιδανικό}} = \{1, 2.30, 3.50, 6.50\}$

β) Το πραγματικό σύστημα ισοδυναμεί με ένα διακριτό κανάλι με $P_e =$

$$Q \left(\sqrt{\frac{S}{N}} \right).$$



Η χωρητικότητα του διακριτού καναλιού

δίνεται από τη σχέση:

$$C = \{H(x) - H(x|y)\} R_s \quad (2)$$

όπου το $H(x)$ είναι η εντροπία της πηγής

και $H(x|y)$ είναι η υπό συνθήκη εντροπία της

εισόδου με δοσμένη έξοδο. Μέτρο της

αβεβαιότητας για το x με δεδομένο το y .

$$H(x) = H_{\max}(x) = 1 \quad (2\alpha)$$

$$H(x|y) = - \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 P(x=i, y=j) \log_2 P(x=i | y=j) =$$

$$= -1 [P(x=0, y=0) \log_2 P(x=0 | y=0) +$$

$$+ P(x=0, y=1) \log_2 P(x=0 | y=1) + P(x=1, y=0) \log_2 P(x=$$

$$1 | y=0) + P(x=1, y=1) \log_2 P(x=1 | y=1)] =$$

$$= - \left[\frac{1}{2} (1 - P_e) \log_2 (1 - P_e) + \frac{1}{2} P_e \log_2 P_e + \frac{1}{2} P_e \log_2 P_e + \frac{1}{2} (1 - P_e) \log_2 (1 - P_e) \right]$$

$$= - [P_e \log_2 P_e + (1 - P_e) \log_2 (1 - P_e)] \quad (3)$$

Από τις διαφάνειες ($P_e = \vartheta(x)$) βρίσκουμε ότι:

$$\frac{S}{N} = 1 \Rightarrow P_e \approx 0,16, \frac{S}{N} = 4 \Rightarrow P_e \approx 3 \cdot 10^{-2}, \frac{S}{N} = 10 \Rightarrow P_e = 10^{-3}$$

και $S/N = 100 \Rightarrow P_e \approx 0$.

Από τις (2), (2α), (3) $\Rightarrow \left(\frac{C}{B}\right)_{\text{real}} = \frac{R_s}{B} (1 + P_e \log_2 P_e + (1 - P_e) \log_2 (1 - P_e)) \Rightarrow$

$$\left(\frac{C}{B}\right)_{\text{real}} = \{0,72, 1,64, 1,98, 2\}$$

Άσκηση 3

Πηγή πληροφορίας εκπέμπει σύμβολα από ένα αλφάβητο N συμβόλων, με ρυθμό R_s και ισοπίθανα, μέσα από κανάλι εύρους B Hz με δεδομένο S/N . Υπολογίστε το μέγιστο (θεωρητικά) ρυθμό μετάδοσης χωρίς σφάλματα.

Λύση

Το μέσο πληροφοριακό περιεχόμενο ανά χαρακτήρα θα είναι:

$$H = \log_2 N \text{ bits/χαρακτήρα}$$

$$\text{Συνεπώς } R_{s \text{ max}} \cdot \log_2 N \leq C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{s \text{ max}} = B \frac{\log_2 \left(1 + \frac{S}{N_0}\right)}{\log_2 N}}$$

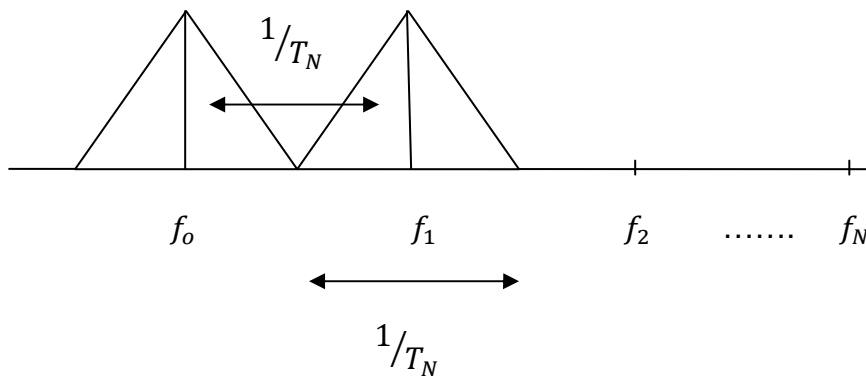
Άσκηση 4

Έστω κανάλι RF με $B_r = 3200 \text{ Hz}$ και διάχυση πολλαπλών διαδρομών $T_m = 1 \text{ ms}$. Σχεδιάστε ένα σύστημα OFDM για τη μεταφορά 4800 bps .

Λύση

Πρέπει να επιλέξω τον αριθμό των υποκαναλιών N έτσι ώστε $T_N \gg T_m$,

όπου T_N η διάρκεια διάδοσης των συμβόλων σε κάθε υποκανάλι. Για να εξασφαλίσω την ορθογωνιότητα των υποκαναλιών, οι φέρουσες f_N του κάθε καναλιού θα πρέπει να διαφέρουν κατά $\Delta f = f_i - f_{i+1} = \frac{1}{T_N}$.



Για να μην έχω μεγάλη πολυπλοκότητα στον αποδιαμορφωτή, διαλέγω $T_N = 10T_m \Rightarrow B_{T_{sc}} = \frac{1}{T_N} \Rightarrow B_{T_{sc}} = 100\text{Hz}$. Αν χρησιμοποιηθεί όλο το διαθέσιμο εύρος ζώνης, θα χρησιμοποιηθούν 32 κανάλια όπου με τετραδική διαμόρφωση (4QSK ή 4-QAM) επιτυγχάνουμε $2 \cdot 100 \text{ bps}$ ανά κανάλι και συνολικά 6400 bps ($> 4800 \text{ bps}$).

Άσκηση 5

Προσδιόρισε το ρυθμό R_b που μπορεί να μεταδοθεί μέσα από ζωνοπερατό κανάλι εύρους 4KHz , αν χρησιμοποιηθούν οι τεχνικές: α) BPSK, 4-PSK, 8QAM, β) BFSK (ορθογώνιο), 4FSK (ορθογώνιο) και 8FSK (ορθογώνιο). [roll of coefficient $\alpha = 0,5$].

Λύση

α) PSK, QAM:

$$B_T = R_s(1 + \alpha) \Rightarrow R_s = \frac{B_T}{1 + \alpha} \quad (1)$$

$$\text{και } R_b = R_s \log_2 M \quad (2)$$

$$\text{Από (1), (2): } \boxed{R_b = \frac{B_T}{1 + \alpha} \log_2 M}$$

$$\beta) \quad B_T = M \cdot \frac{R_s}{2} \quad (1)$$

$$\text{και } R_b = R_s \log_2 M \quad (2)$$

$$\text{Από (1), (2): } \boxed{R_b = \frac{2B_T \log_2 M}{M}}$$

Άσκηση 6

Υπολογίστε τον αριθμό των χρηστών που μπορεί να υποστηρίξει ταυτόχρονα ένα CDMA σύστημα βασισμένο στο DS-SS με κέρδος επεξεργασίας PG. Πως αλλάζει το πλήθος αν χρησιμοποιηθεί κωδικοποίηση με κέρδος CG;

Λύση

Έστω ότι υπάρχουν N ταυτόχρονοι χρήστες. Τότε ο λόγος S/N σε δεδομένο δέκτη θα είναι: $\frac{S}{N} = \frac{S}{(N-1)S}$ (1) [έλεγχος ισχύος - αν τα σώματα έχουν την ίδια ισχύ]

$$\text{Όμως } \frac{E_b}{N_o} = \frac{S/R_b}{N/W} = \frac{S}{N} \cdot \frac{W}{R_b} = \frac{W/R_b}{N-1} = \frac{PG}{N-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{N = 1 + \frac{PG}{E_b/N_o}}, \text{ όπου } W \text{ το χρησιμοποιούμενο BW}$$

Με κωδικοποίηση για να έχω το ίδιο BER ανά χρήστη πρέπει κάθε χρήστη να λαμβάνει $\left(\frac{E_b}{N_o}\right)' = \frac{1}{CG} \cdot \frac{E_b}{N_o}$ (2)

$$\text{Προφανώς } N' = 1 + \frac{PG}{(E_b/N_o)'} \text{ και από την (2) έχουμε } N' = 1 + \frac{PG \cdot CG}{(E_b/N_o)}$$

Άσκηση 7

Ένα σύστημα DS-SS πετυχαίνει στο δέκτη $S/N = 10^{-2}$. α) Υπολογίστε το PG για $BER = 10^{-5}$. β) Αν ο δέκτης απέχει 2000km από τον πομπό, $f_c = 3MHz$, το διαθέσιμο εύρος ζώνης είναι $BW = 0,1MHz$ και οι κεραίες εκπομπής και λήψης είναι αντίστοιχα $G_T = 20dB$ και $G_R = 0dB$, υπολογίστε την απαιτούμενη ισχύ εκπομπής. γ) Ποιός είναι ο ρυθμός εκπομπής; Πώς μπορεί να διπλασιαστεί; (Δίνεται ότι $k = 1,4 \cdot 10^{-23} \text{Joule}/^{\circ}K$). Σημείωση: Υποθέστε ότι η θερμοκρασία θορύβου του

δέκτη είναι 300K.

Λύση

$$\alpha) \text{ Από τις διαφάνειες έχουμε: } BER = 10^{-5} \Rightarrow \frac{E_b}{N_o} \approx 10, \text{ ενώ } PG = \frac{T_b}{T_c} =$$

$$= \frac{R_c}{R_b} = T_b \cdot R_c. \text{ Επομένως } \frac{E_b}{N_o} = \frac{S \cdot T_b}{N_o} = \frac{S \cdot PG}{N_o \cdot R_c} = \frac{S}{N} \cdot PG \Rightarrow PG = 1000,$$

όπου $R_c = W$ το χρησιμοποιούμενο BW και T_c η διάρκεια του chip.

$$\beta) P_{R[dBm]} = P_{T[dBm]} + G_{T[dB]} + G_{R[dB]} - L_{[dB]} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{S}{N} \cdot N = \frac{S}{N} \cdot N_0 \cdot W = \frac{S}{N} \cdot kT \cdot W = \\ &= \left(\frac{S}{N}\right)_{dB} + 10 \log kT|_{dBm/Hz} + 10 \log W|_{dB \cdot Hz} = \\ &= -20(dB) + 10 \log(4 \cdot 10^{-18})|_{dBm/Hz} + 50dB \cdot Hz = \\ &= -20 + 6 - 180 + 50 = -144dBm \quad (2) \end{aligned}$$

Οι απώλειες μπορούν να προσεγγιστούν με μεγάλη ακρίβεια με το μοντέλο του ελευθέρου χώρου, λόγου του μεγάλου μήκους κύματος, $\lambda = 100m$.

$$L = L_{fs} = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda} = 108dB \quad (3), \text{ με } d = 2000 \cdot 10^3m$$

Επομένως, από τις (1), (2), (3) $\rightarrow -144 = P_T + 20 + 0 - 108 \Rightarrow$

$$\boxed{P_T = -56dBm}.$$

$\gamma)$ $R_b = W/P_G = 100bps$ και μπορεί να διπλασιαστεί με χρήση QPSK συστήματος.

Άσκηση 8

Θέλουμε να μεταδώσουμε δεδομένα μέσω τηλεφωνικής dial-up σύνδεσης με $BW = 3kHz$, $S/N = 13dB$ με ρυθμό $1200bps$ και

$BER \leq 10^{-4}$. Διαθέτουμε ένα QPSK modem που μπορεί να λειτουργήσει με ταχύτητα σηματοδότησης $n \cdot 1200bps$ (όπου $n=1,2,3$) με $P_e = 2^n \cdot 10^4$ αντίστοιχα. Είναι αυτό εφικτό;

Λύση

Η χωρητικότητα του καναλιού μας είναι: $C = B \log \left(1 + \frac{S}{N}\right) \Rightarrow C = 13Kbps$.

Αφού $r_b = 1,2Kbps$, σύμφωνα με το θεώρημα του Shannon υπάρχει κωδικοποίηση ώστε να μεταδώσουμε με όσο μικρή πιθανότητα θέλουμε. Για παράδειγμα, διαλέγω μια κωδικοποίηση μπλοκ (3,1), οπότε η πιθανότητα σφάλματος γίνεται:

$$P_e = P(2 \text{ ή περισσότερα bits τ}\ddot{\text{u}}\text{s κωδικής λέξ}\ddot{\text{u}}\text{s είναι εσφαλμένα)} =$$

$$= \binom{3}{2}P_c^2(1 - P_c) + \binom{3}{3}P_c^3 = 3P_c^2 - 2P_c^3 \quad \text{και} \quad \text{επειδὴ} \quad P_c = 2^3 \cdot 10^{-4},$$

$P_e = 2 \cdot 10^{-6}$