

---

## Πιθανοτικοί Αλγόριθμοι

### Δεύτερη Άσκηση

### Παράδοση: Δευτέρα 3 Ιουλίου, 2006

Παράδοση στη γραμματεία Θεωρητικής Πληροφορικής, μέχρι 2μμ.

Οι δυο πρώτες ασκήσεις έχουν σκοπό την εμπέδωση της "θεωρίας" και έχουν διδαχθεί στην τάξη.

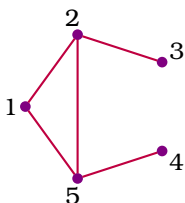
Άσκηση 1. Δώστε ένα FPRAS για τον αριθμό των satisfying truth assignments of a DNF formula.

Άσκηση 2. Δείξτε ότι ο χρόνος κάλυψης (cover time)  $c(G)$ , ενός τυχαίου περιπάτου σε ένα γράφο  $G$ , ικανοποιεί  $c(G) \leq 2EV$ .

Άσκηση 3. Δώστε ένα FPRAS για το παρακάτω πρόβλημα: Η είσοδος είναι ένα σύνολο ορθογωνίων παραλληλεπιπέδων για το κάθε ορθογώνιο δίνονται οι συντεταγμένες δυο αντιθέτων κορυφών. Όλες οι συντεταγμένες είναι ακέραιες. Θέλουμε να υπολογίσουμε το εμβαδόν της ένωσης τους.

*Προαιρετικό:* Δώστε ένα ντετερμινιστικό ακριβή αλγόριθμο για την διδιάστατη περίπτωση, δηλαδή την περίπτωση ορθογωνίων παραλληλογράμμων.

Άσκηση 4. Θεωρείστε τον τυχαίο περίπατο (με πιθανότητες μετάβασης  $p_{uv} = 1/d(u)$ ) στο γράφο του σχήματος.



1. Ποιά είναι η stationary distribution?
2. Υπολογίστε τον αναμενόμενο αριθμό βημάτων του περιπάτου που αρχίζει στον κόμβο 3 και τελειώνει την πρώτη φορά που φτάνει στον κόμβο 4.
3. Υπολογίστε την πρώτη και τη δεύτερη ιδιοτιμή.
4. Δώστε απλές (προσεγγιστικές) εκφράσεις για τις πιθανότητες  $P_u^t$  να βρισκείται ο περίπατος στον κόμβο  $u$  μετά από  $t$  βήματα, όταν ο αρχικός κόμβος είναι ο 1.