

1^ο Σετ Ασκήσεων

Άσκηση 1^η. Έστω ο συστηματικός $(8, 4)$ γραμμικός κώδικας \mathcal{C} με τις ακόλουθες σχέσεις ισοτιμίας

$$v_0 = u_1 + u_2 + u_3$$

$$v_1 = u_0 + u_1 + u_2$$

$$v_2 = u_0 + u_1 + u_3$$

$$v_3 = u_0 + u_2 + u_3$$

όπου u_0, \dots, u_3 είναι τα ψηφία του μηνύματος και v_0, \dots, v_3 τα ψηφία ισοτιμίας. Απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα:

- α'. Βρείτε τον πίνακα γεννήτορα και τον πίνακα ισοτιμίας του κώδικα.
- β'. Βρείτε την ελάχιστη απόσταση d_{\min} του κώδικα. Πόσα σφάλματα μπορεί να διορθώσει/ανιχνεύσει ο κώδικας;
- γ'. Κατασκευάστε το κύκλωμα ενός συστηματικού κωδικοποιητή.
- δ'. Κατασκευάστε το κύκλωμα υπολογισμού του συνδρόμου.

Άσκηση 2^η. Βρείτε την κατανομή βαρών (ισοδύναμο το πολυώνυμο απαρίθμησης βαρών) του κώδικα \mathcal{C} της Άσκησης 1. Χρησιμοποιήστε την ταυτότητα MacWilliams για να βρείτε την κατανομή βαρών του δυϊκού κώδικα \mathcal{C}^\perp . Τι παρατηρείτε;

Άσκηση 3^η. Αποδείξτε ότι ο κώδικας της Άσκησης 1 είναι αυτο-δυϊκός (υπόδειξη: δείξτε ότι $G \cdot G^t = 0$ ή $P \cdot P^t = I_4$).

Άσκηση 4^η. Έστω το BSC κανάλι με πιθανότητα μετάβασης (λάθους) $p = 10^{-2}$. Βρείτε την πιθανότητα μη-ανιχνεύσιμου σφάλματος $\Pr_u(E)$ για τον κώδικα της Άσκησης 1.