

Διαμόρφωση ολίσθησης φάσης (Phase Shift Keying-PSK)

Το PSK είναι αποκλειστικά ζωνοπερατή διαμόρφωση αφού η πληροφορία μεταφέρεται στη φάση ημιτονοειδών κυματομορφών, της ίδιας συχνότητας και πλάτους (ενέργειας).

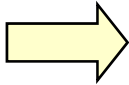
$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta_i), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, i = 1, \dots, M \quad \theta_i = 2\pi \frac{i-1}{M}$$

Σταθερή περιβάλλουσα
(Constant Envelope) $\Rightarrow V(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}}$.

Ίση Ενέργεια συμβόλων \Rightarrow

$$\begin{aligned} \int_0^T s_i^2(t) dt &= \int_0^T \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 \cos^2(2\pi f_c t + \theta_i) dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_0^T \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 dt + \int_0^T \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 \cos(4\pi f_c t + \theta_i) dt \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_0^T \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \right)^2 dt \right] = \mathcal{E}_s, \end{aligned}$$

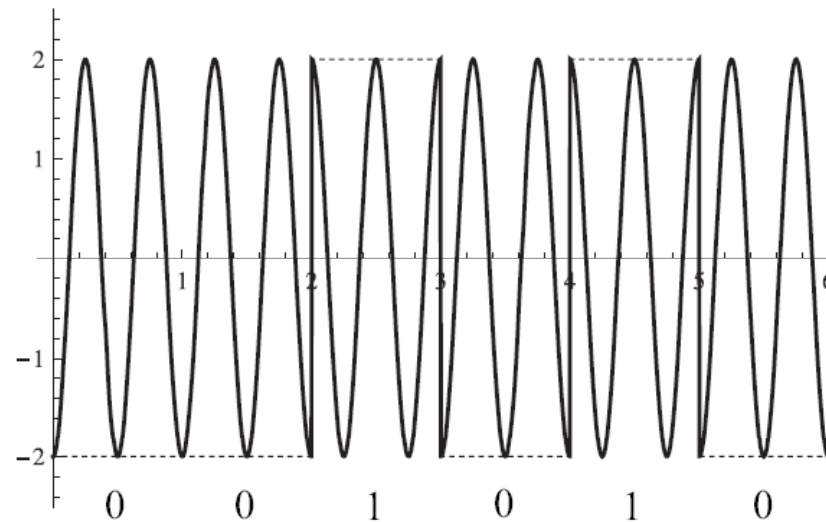
Binary Phase Shift keying (BPSK)

BPSK 

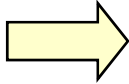
$\theta_1 = 0$ και $\theta_2 = \pi$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos 2\pi f_c t,$$
$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -s_1(t)$$

a = {001010}



Quaternary Phase Shift Keying (QPSK)



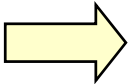
$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \frac{\pi}{2}, \theta_3 = \pi, \theta_4 = \frac{3\pi}{2}$$

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos 2\pi f_c t$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2}) = -\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \sin 2\pi f_c t$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \pi) = -\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos 2\pi f_c t = -s_1(t)$$

$$s_4(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{3\pi}{2}) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \sin 2\pi f_c t = -s_2(t).$$



$$\theta_1 = \frac{\pi}{4}, \theta_2 = \frac{3\pi}{4}, \theta_3 = \frac{5\pi}{4}, \theta_4 = \frac{7\pi}{4}$$

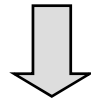
$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{4}), \quad s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{3\pi}{4})$$

$$s_3(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{5\pi}{4}), \quad s_4(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \frac{7\pi}{4})$$

Αστερισμός-Διαγράμματα I/Q

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta_i) \\ &= \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos \theta_i \cos 2\pi f_c t - \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \sin \theta_i \sin 2\pi f_c t \end{aligned}$$

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t, \quad \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin 2\pi f_c t.$$



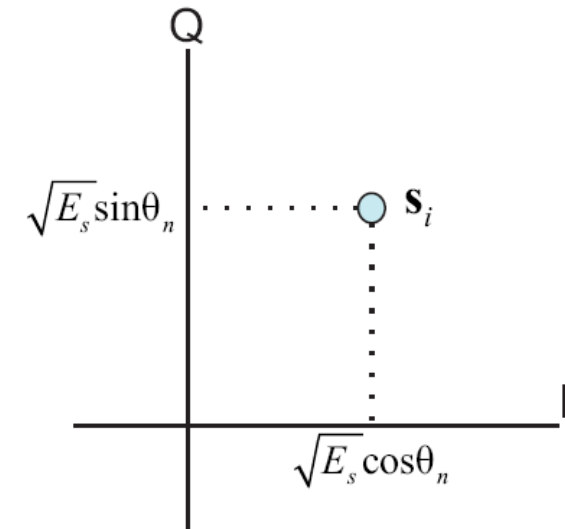
$$s_i(t) = \sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \theta_i \times \phi_1(t) + \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \theta_i \times \phi_2(t).$$

$$d_{s_i, s_j} = \sqrt{\|s_i - s_j\|^2} = \sqrt{2\mathcal{E}_s \left(1 - \cos \frac{2\pi}{M}(i - j)\right)}.$$

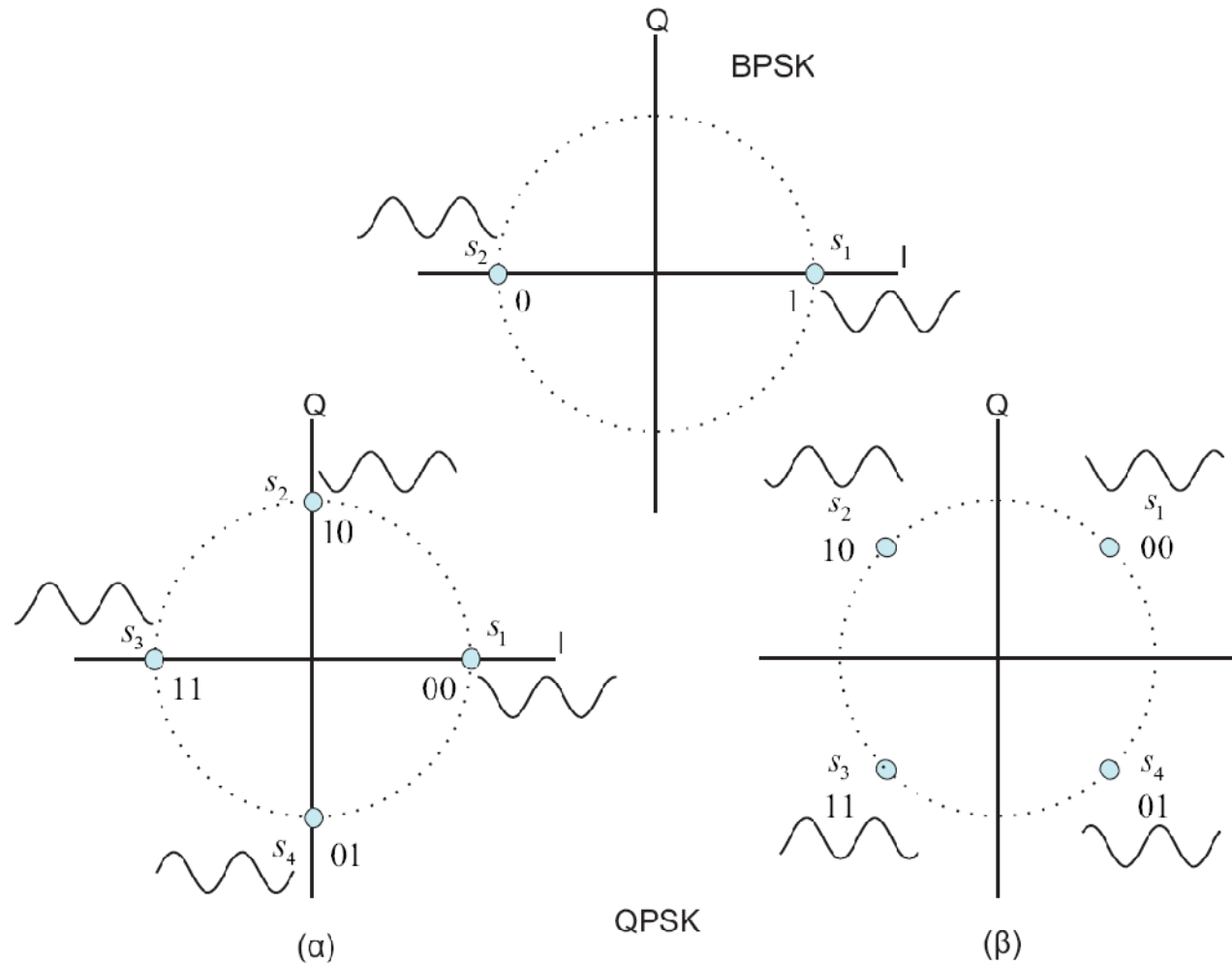
$$d_{min} = \sqrt{2\mathcal{E}_s \left(1 - \cos \frac{2\pi}{M}\right)} = 2\sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M}$$

$$s_i = \{\sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \theta_i, \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \theta_i\}$$

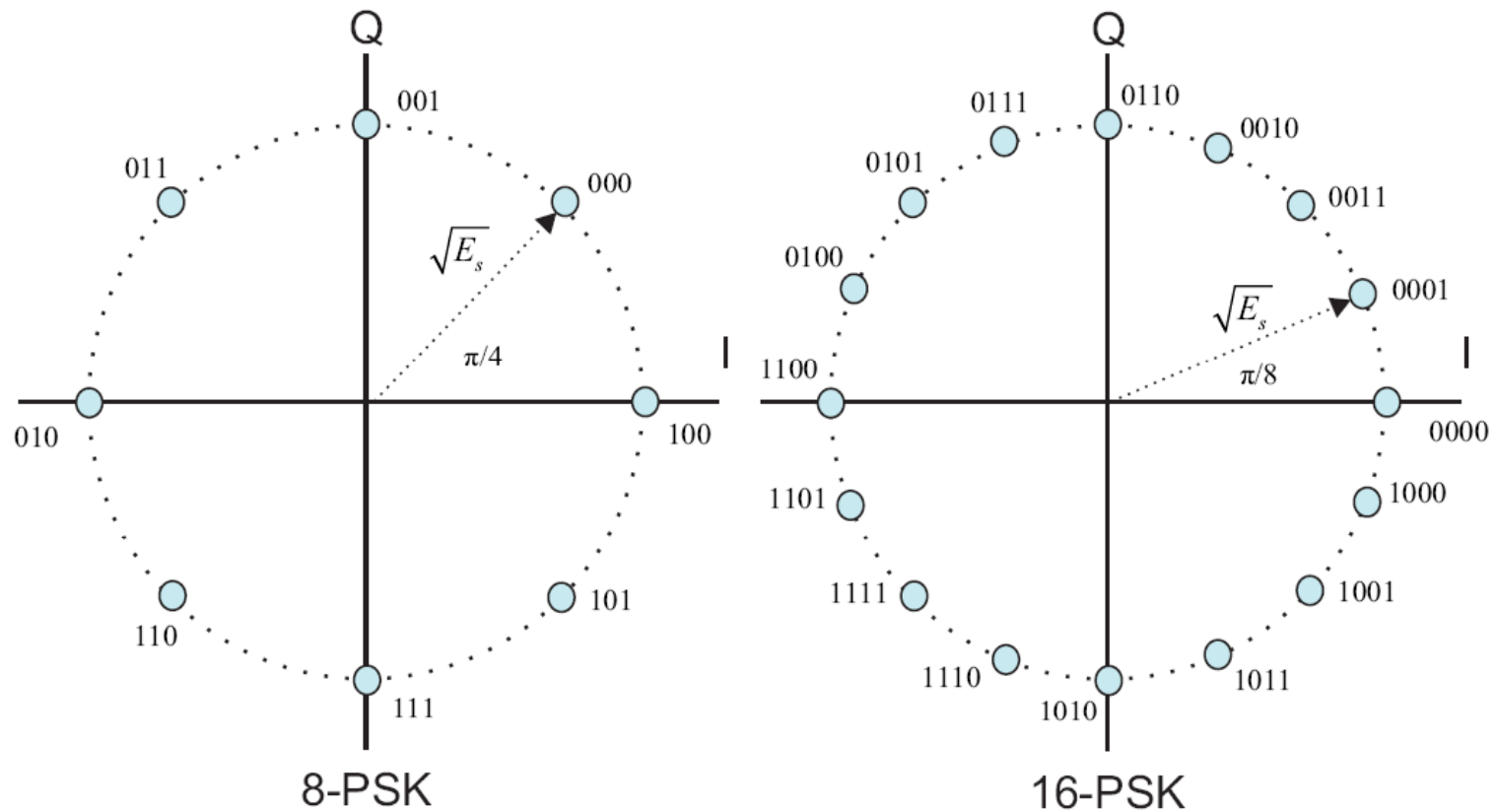
$$\phi_1(t) \rightarrow \mathbf{I}, \quad \phi_2(t) \rightarrow \mathbf{Q}$$



Αστερισμοί MPSK



Αστερισμοί MPSK



Παράδειγμα 7.12

Σε ψηφιακό τηλεπικοινωνιακό σύστημα απαιτούνται άνω όρια στην πιθανότητα σφάλματος και στην κατανάλωση ενέργειας, τα οποία περιγράφονται ως

$$d_{\min} \geq 2 \text{ και } E_s \leq 10, \quad (7.95)$$

όπου d_{\min} είναι η ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των συμβόλων του χρησιμοποιούμενου αστερισμού και E_s η μέση ενέργεια συμβόλου.

Να επιλέξετε μεταξύ όλων των δυνατών αστερισμών ζωνοπερατού M -PAM και M -PSK το κατάλληλο σχήμα διαμόρφωσης με σκοπό το μέγιστο δυνατό ρυθμό μετάδοσης δεδομένων αν ικανοποιούνται οι περιορισμοί της (7.95).

Απάντηση

Για την περίπτωση του ζωνοπερατού M -PAM από τις (7.14) και (7.17) θα πρέπει να ισχύει (αντικαθιστώντας όπου \mathcal{E}_g με $\frac{\mathcal{E}_g}{2}$)

$$d_{\min} \geq 2 \Rightarrow 2\sqrt{\frac{\mathcal{E}_g}{2}} \geq 2 \Rightarrow \mathcal{E}_g \geq 2 \quad (7.96)$$

και

$$\mathcal{E}_g = \frac{\frac{\mathcal{E}_g}{2}(M^2 - 1)}{3} \leq 10. \quad (7.97)$$

Από το σύστημα ανισώσεων (7.96) και (7.97) προκύπτει ότι

$$M \leq 5.57 \Rightarrow M = 4. \quad (7.98)$$

Στην περίπτωση του M -PSK θα ισχύει

$$d_{\min} \geq 2 \Rightarrow 2\sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M} \geq 2 \quad (7.99)$$

και

$$\mathcal{E}_s \leq 10, \quad (7.100)$$

οπότε

$$M \leq 9.76 \Rightarrow M = 8. \quad (7.101)$$

Επομένως με βάση τις απαιτήσεις σχεδιασμού του συστήματος προτιμάται να χρησιμοποιηθεί η διαμόρφωση 8-PSK με $K = 3$ bits ανά σύμβολο αντί του ζωνοπερατού 4-PAM με $K = 2$ bits ανά σύμβολο.

Με την πρώτη επιλογή επιτυγχάνεται μεγαλύτερος ρυθμός μετάδοσης ενώ ταυτόχρονα ικανοποιούνται και οι περιορισμοί της (7.95).

Παράδειγμα 7.13

Σε ψηφιακό τηλεπικοινωνιακό σύστημα πρόκειται να χρησιμοποιηθεί διαμόρφωση M -PAM βασικής ζώνης ή M -PSK με μέγιστη ενέργεια συμβόλου $E_{\max} = 1$. Να δοθεί σε πίνακα η ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση για διάφορες τιμές της τάξης M των δύο διαμορφώσεων. Με βάση τον πίνακα αυτό οχυλώστε τη σχέση μεταξύ M -PAM βασικής ζώνης και M -PSK.

Απάντηση

Για το M -PAM: Η μέγιστη ενέργεια συμβόλου δίνεται από την (7.35) ως

$$\mathcal{E}_{\max} = \mathcal{E}_g (M - 1)^2. \quad (7.102)$$

Επειδή $\mathcal{E}_{\max} = 1$ από την (7.102) θα ισχύει

$$\sqrt{\mathcal{E}_g} = \frac{1}{M - 1} \quad (7.103)$$

και η ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση θα είναι

$$d_{\min} = 2\sqrt{\mathcal{E}_g} = \frac{2}{M - 1}. \quad (7.104)$$

Παρόμοια για το M -PSK: Η μέγιστη ενέργεια συμβόλου είναι

$$\mathcal{E}_{\max} = \mathcal{E}_s = 1 \quad (7.105)$$

και η ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση

$$d_{\min} = 2\sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M} = 2\sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M}. \quad (7.106)$$

Με βάση τις (7.104) και (7.106) κατασκευάζεται ο Πίνακας 7.1.

Πίνακας 7.1

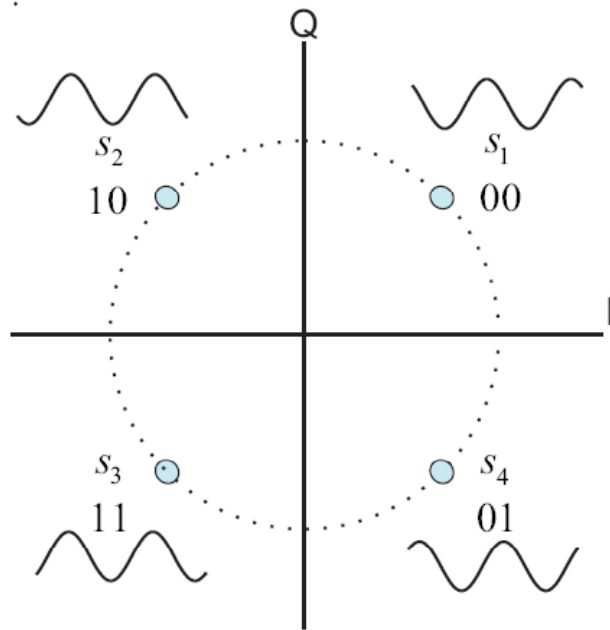
M	2	4	8	16	32
$d_{\min, M-PAM}$	2.000	0.667	0.286	0.133	0.065
$d_{\min, M-PSK}$	2.000	1.414	0.765	0.390	0.196

Όπως προκύπτει από τον πίνακα, το M -PSK παρουσιάζει καλύτερη επίδοση ως προς την πιθανότητα σφάλματος συγκρινόμενο με το M -PAM, αφού καθώς αυξάνεται η τάξη διαμόρφωσης το M -PSK διατηρεί μεγαλύτερη ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση. Όμως σημειώστε ότι το M -PSK ως ζωνοπερατή διαμόρφωση απαιτεί περίπου διπλάσιο εύρος ζώνης για εκπομπή από το αντίστοιχο M -PAM βασικής ζώνης.

Διαμορφωτές I/Q

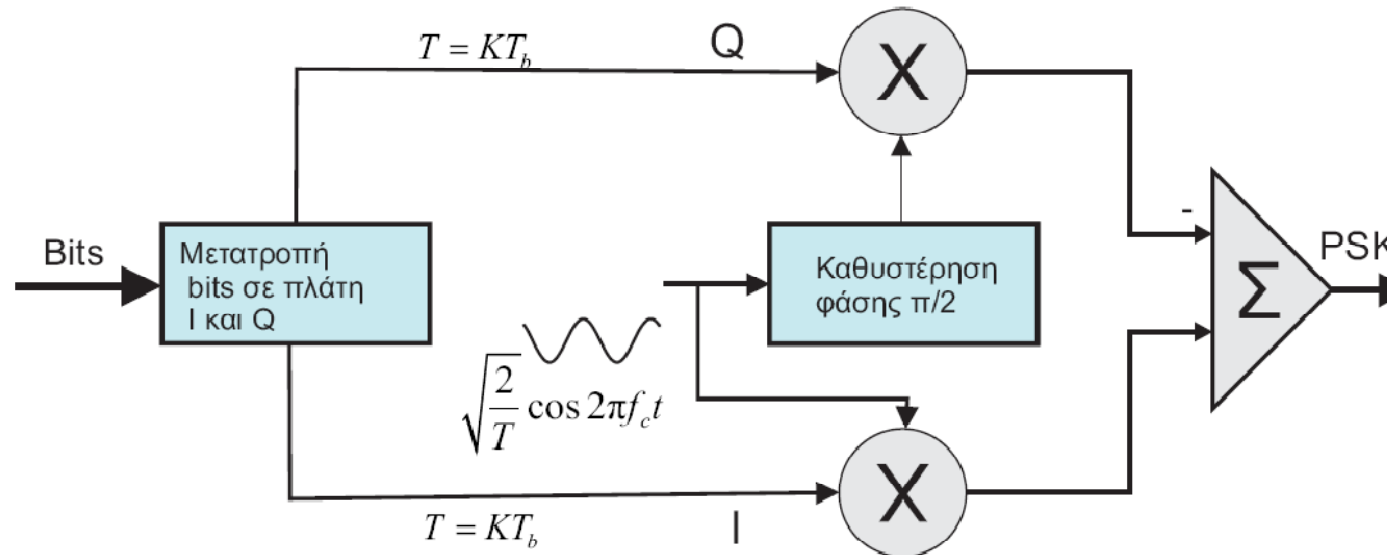
$\mathbf{a} = \{111001001111\}$

$$\mathbf{s}_i = \{\sqrt{\mathcal{E}_s} \cos \theta_i, \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \theta_i\}$$



	I	Q
00	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$
01	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$
11	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$
10	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$

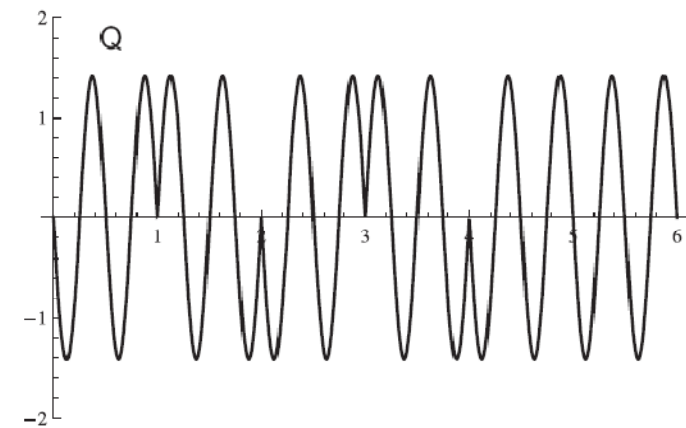
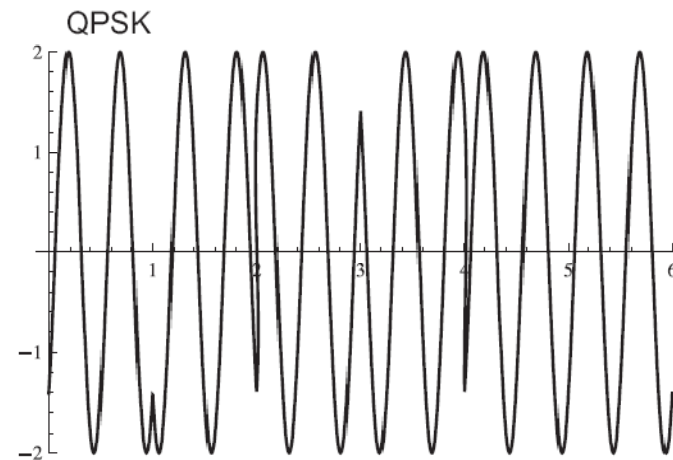
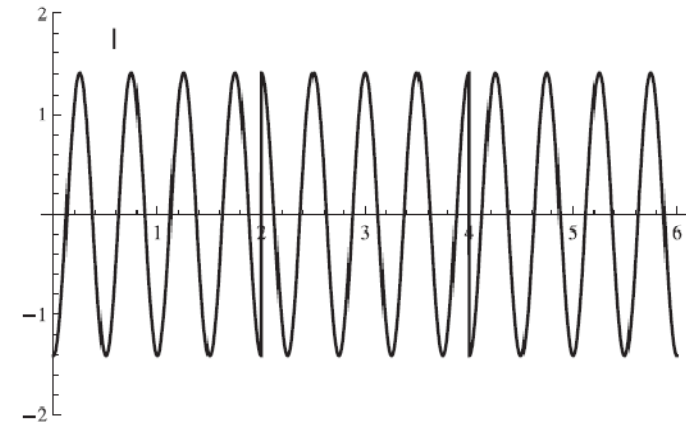
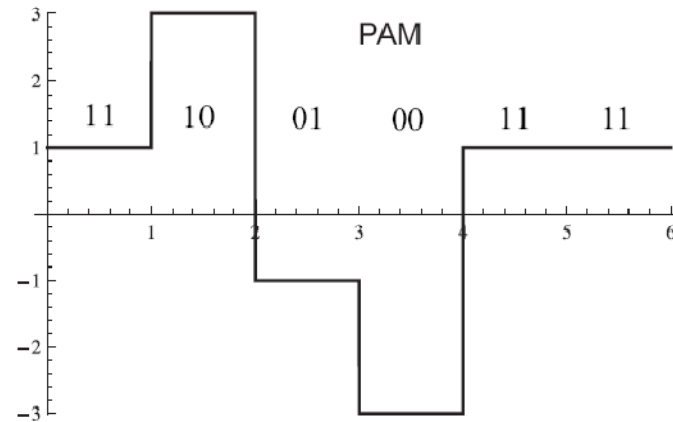
Διαμορφωτές I/Q



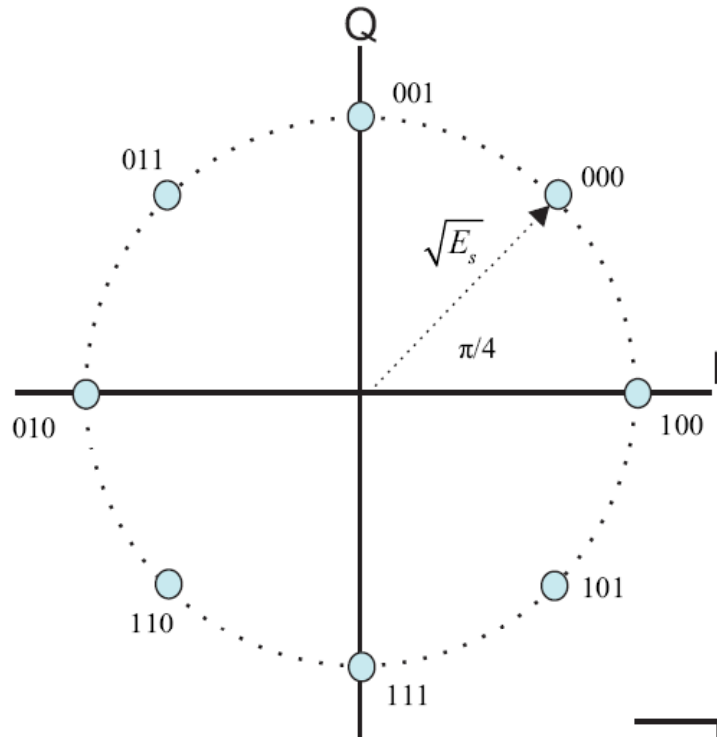
- Για όλα τα σημεία του αστερισμού καταγράφονται σε πίνακα οι συνιστώσες I και Q.
- Η ακολουθία των bits πληροφορίας χωρίζεται σε ομάδες των K bits για κάθε μια από τις οποίες παράγονται οι συνιστώσες I και Q με βάση τον προηγούμενο πίνακα.
- Τα δύο διαμορφωμένα κατά πλάτος σήματος προστίθενται μέσω ενός αθροιστή και η έξοδος αυτού είναι το διαμορφωμένο σήμα.

Διαμορφωτές I/Q

$\mathbf{a} = \{111001001111\}$



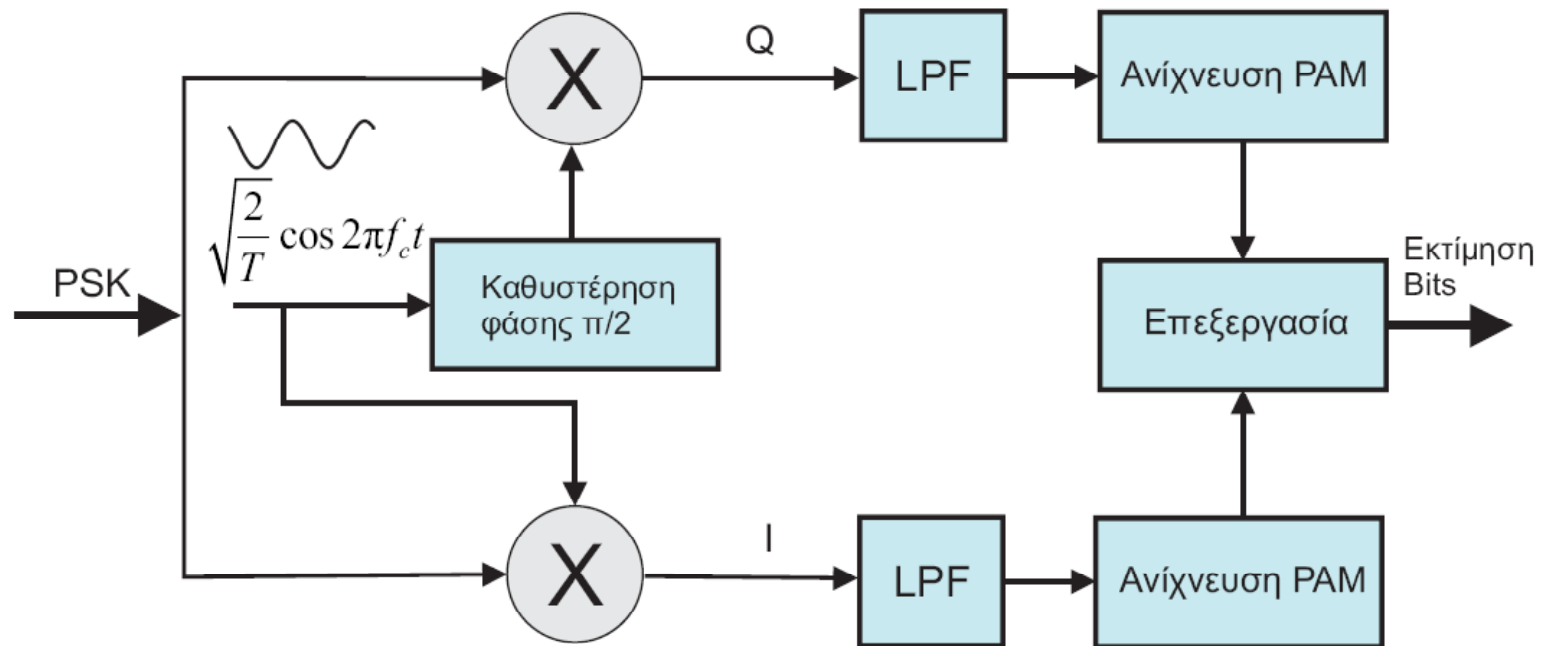
Διαμορφωτές I/Q



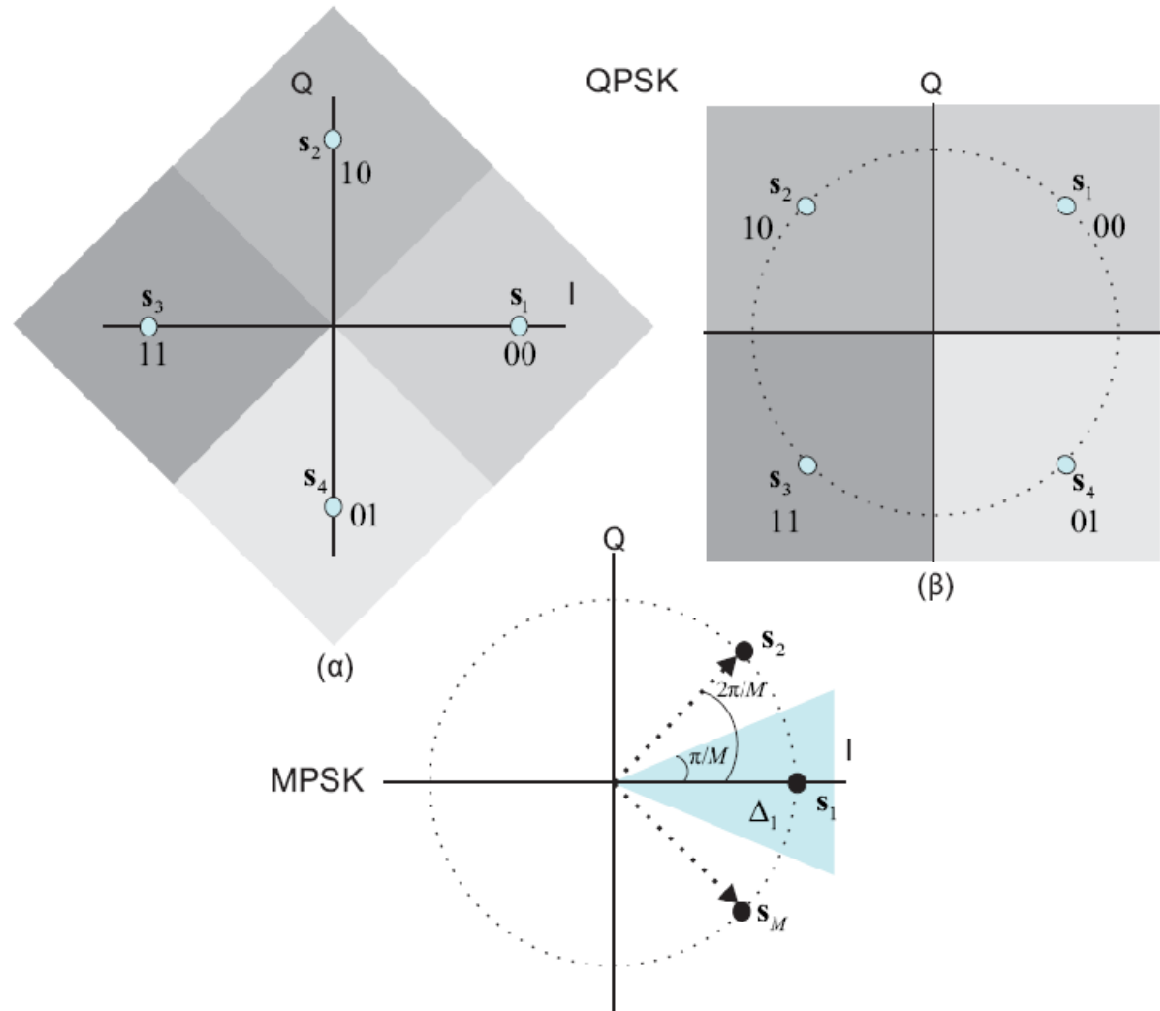
Πίνακας 1.3: Συνιστώσες I και Q 8-PSK αστερισμού

	000	001	011	010	110	111	101	100
I	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$-\sqrt{\mathcal{E}_s}$	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$\sqrt{\mathcal{E}_s}$
Q	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$\sqrt{\mathcal{E}_s}$	$\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	$-\sqrt{\mathcal{E}_s}$	$-\frac{\sqrt{2\mathcal{E}_s}}{2}$	0

Αποδιαμόρφωση-Ανίχνευση



Περιοχές Απόφασης



Πιθανότητα σφάλματος

$$P_{b,BPSK} = P_{b,BPAM} = Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)$$

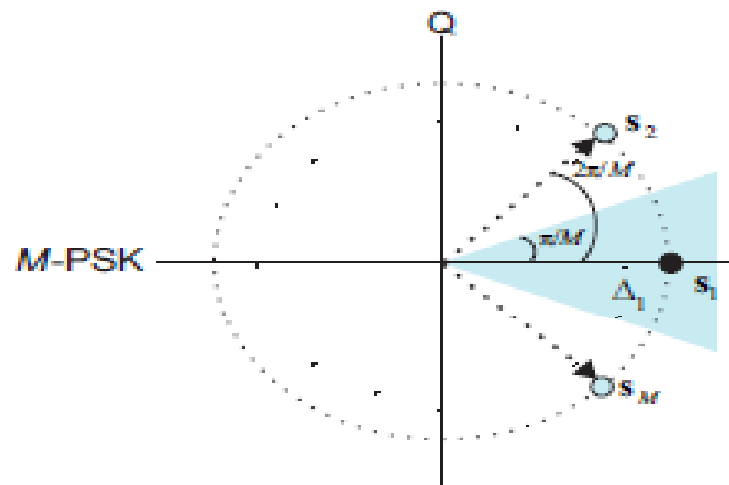
$$\begin{aligned} P_{s,QPSK} &= 1 - (1 - P_{b,I})(1 - P_{b,Q}) \\ &= 1 - \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)\right] \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)\right] \\ &= 2Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) - Q^2\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) \end{aligned}$$

$$P_{s,M-PSK} \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right) \quad M > 4$$

Παράδειγμα 7.16

Να δείξετε ότι για μεγάλες τιμές των $\frac{E_s}{N_0}$ και M η μέση πιθανότητα σφάλματος συμβόλου του M -PSK μπορεί να προσεγγιστεί ως

$$P_{s(M-PSK)} \approx 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M} \right). \quad (7.114)$$



-
- Για μεγάλες τιμές του $\frac{E_s}{N_0}$ στο λαμβανόμενο σύμβολο στο δέκτη κυριαρχεί η συνιστώσα I (η Q είναι πολύ μικρή).

Επιπλέον η συνιστώσα I είναι πολύ μεγαλύτερη από το θόρυβο, δηλαδή $r_I \approx \sqrt{E_s}$. Αντίθετα στην συνιστώσα Q κυριαρχεί ο θόρυβος, δηλαδή $r_Q \approx n_Q$.

- Για μεγάλες τιμές του M τα σημεία του αστερισμού είναι πολύ κοντά το ένα στο άλλο, οπότε μπορεί προσεγγιστικά να θεωρηθεί ότι η απόσταση του σημείου s_1 από το όριο απόφασης είναι ίση με το μισό της απόστασης μεταξύ s_1 και s_2 . Δηλαδή

$$\frac{d_{\min}}{2} = \sqrt{E_s} \sin \frac{\pi}{M}. \quad (7.116)$$

Με βάση τα παραπάνω το \mathbf{s}_1 θα ανιχνευθεί εσφαλμένα αν η συνιστώσα Q του λαμβανόμενου συμβόλου είναι μεγαλύτερη από $\frac{d_{\min}}{2}$.

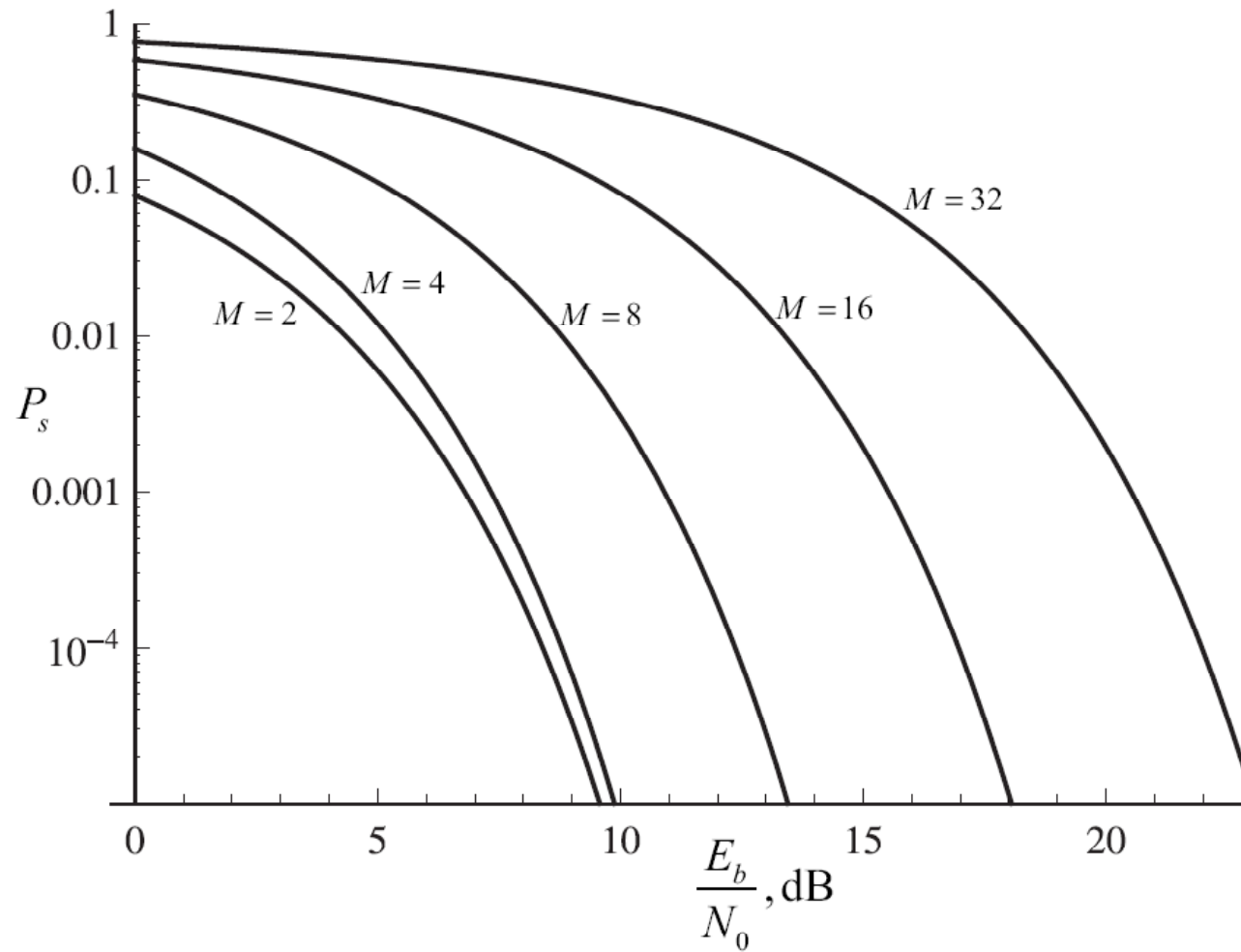
Έτσι θα είναι

$$P_{s(M-PSK)|\mathbf{s}_1} \approx \Pr \left(n_Q > \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M} \right). \quad (7.117)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό για τη συνάρτηση $Q(x)$ η (7.117) γράφεται ως

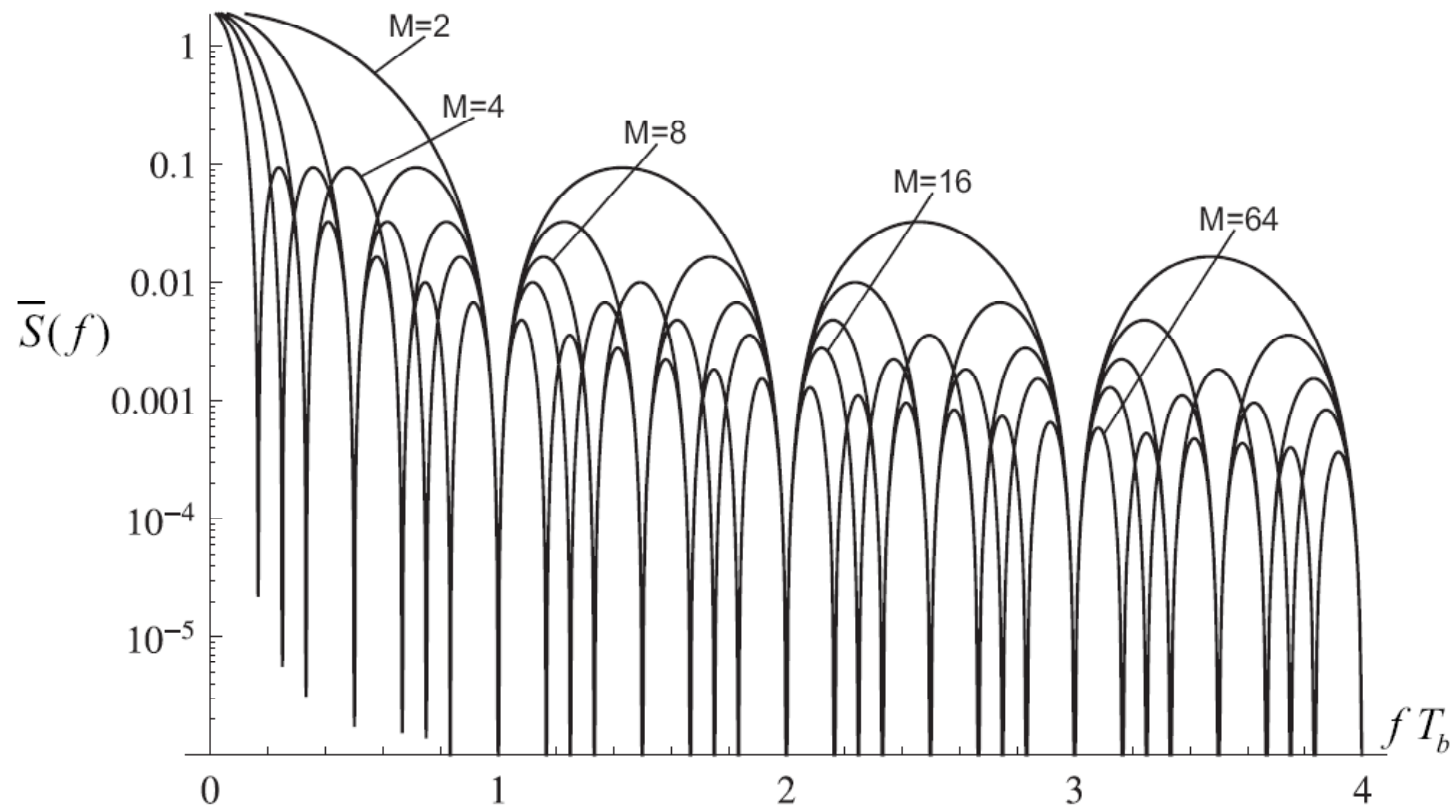
$$\begin{aligned} P_{s(M-PSK)|\mathbf{s}_1} &\approx \Pr \left(|n_Q| > \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M} \right) \\ &\approx \Pr \left(n_Q > \sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M} \right) + \Pr \left(n_Q < -\sqrt{\mathcal{E}_s} \sin \frac{\pi}{M} \right) \\ &\approx 2Q \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M} \right). \end{aligned} \quad (7.118)$$

Πιθανότητα σφάλματος



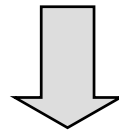
Φασματική Πυκνότητα Ισχύος

$$\bar{S}(f) = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fT = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fKT_b$$



Διαμόρφωση διαφορικής ολίσθησης φάσης (Differential PSK-DPSK)

- Όταν χρησιμοποιείται PLL σε δέκτες PSK με σύμφωνη αποδιαμόρφωση, παρουσιάζονται ασάφειες της φάσης σε πολλαπλάσια του $2\pi/M$ οι οποίες επηρεάζουν αρνητικά την επίδοση του δέκτη.
- Το φαινόμενο αυτό είναι έντονο σε εφαρμογές όπως οι ασύρματες επικοινωνίες, εξαιτίας της γρήγορης μεταβολής του καναλιού.



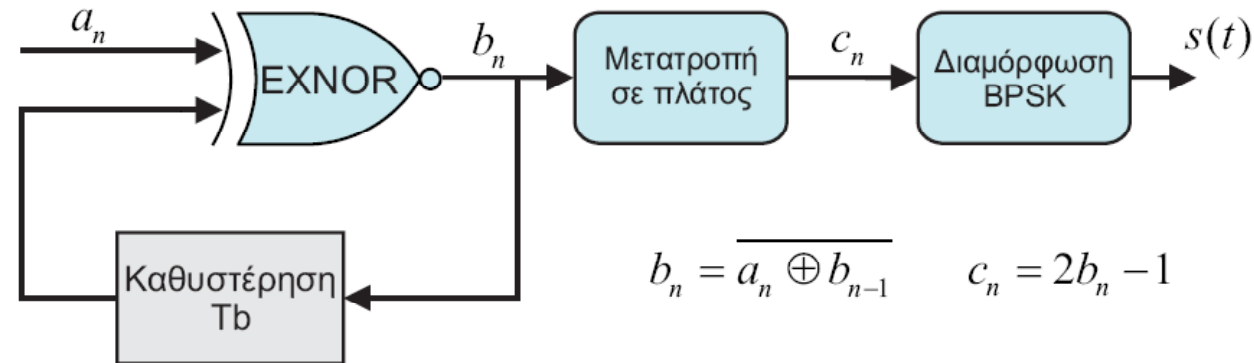
- ✓ Διαφορική κωδικοποίηση (differential encoding) των δεδομένων στον πομπό και διαφορική αποκωδικοποίηση (differential decoding) στο δέκτη.
- ✓ Η τεχνική διαμόρφωσης που υλοποιεί αυτές τις διαδικασίες, ονομάζεται Διαφορικό (Differential) PSK-DPSK.

DBPSK

- ✓ Με τη διαφορική κωδικοποίηση του BPSK ένα bit 0 ή 1 διαμορφώνεται κατά DBPSK λαμβάνοντας υπόψη την κατάσταση του προηγούμενου bit.
- ✓ Με τον τρόπο αυτό και με την υπόθεση ότι το λάθος, ϵ στην εκτίμηση της φάσης από το PLL μεταβάλλεται αργά και είναι το ίδιο σε δύο διαδοχικά διαστήματα συμβόλου, η διαφορά φάσης μεταξύ δύο διαδοχικών συμβόλων θα είναι ανεξάρτητη από το ϵ .

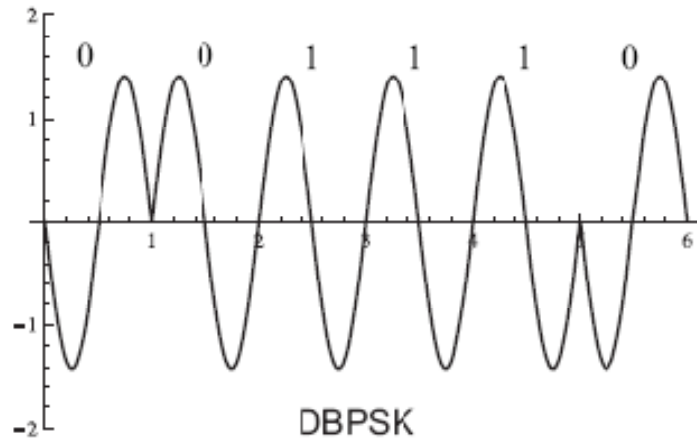
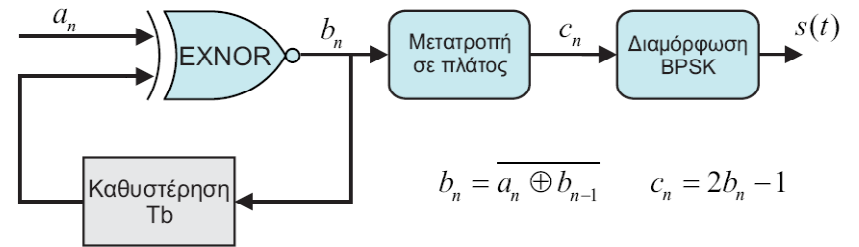
$$\Delta\Theta = [\Theta_{T_2} + \epsilon] - [\Theta_{T_1} + \epsilon] = \Theta_{T_2} - \Theta_{T_1}$$

DBPSK-Πομπός

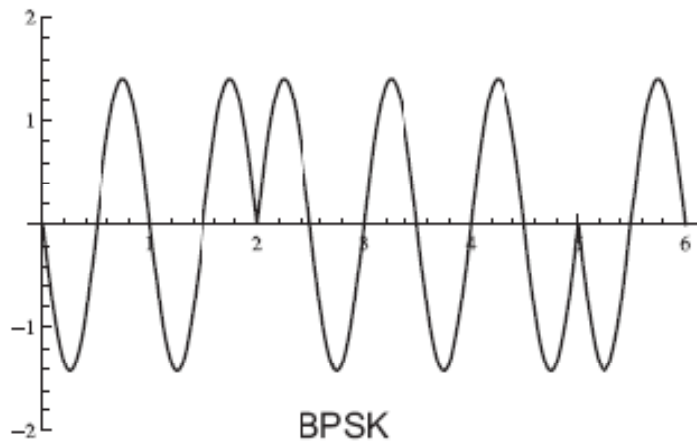


- ✓ Η διαφορική κωδικοποίηση υλοποιείται μέσω μιας πύλης EXNOR και ενός καθυστερητή που προκαλεί καθυστέρηση, T_b .
- ✓ Η έξοδος της πύλης EXNOR, b_n , είναι 1 αν το bit πληροφορίας, a_n , και το προηγούμενο κωδικοποιημένο bit, b_{n-1} , είναι τα ίδια. Διαφορετικά, το b_n , είναι 0.
- ✓ Κατόπιν τα κωδικοποιημένα bits μετατρέπονται σε πλάτη, +1, -1 και εκπέμπονται με BPSK αφού γίνει η αντιστοιχία στις φάσεις, $\Theta_1=0$ και $\Theta_2=\pi$.

DBPSK-Πομπός



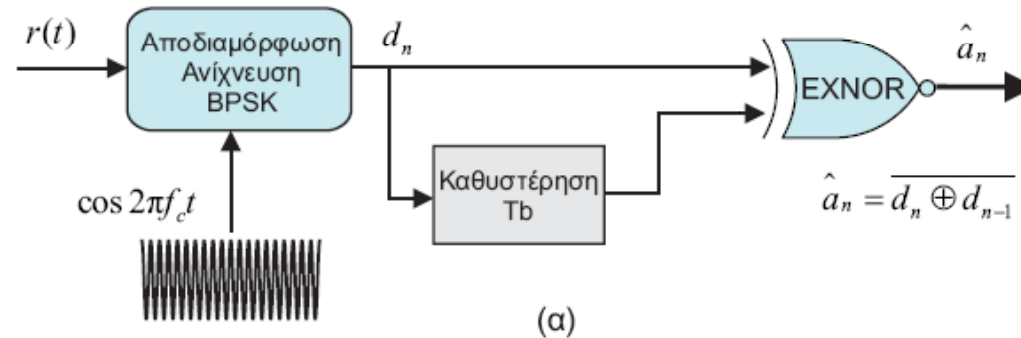
a_n		0	0	1	1	1	0
b_n	1	0	1	1	1	1	0
c_n	1	-1	1	1	1	1	-1
Θ_n	0	π	0	0	0	0	π



DBPSK-Δέκτης

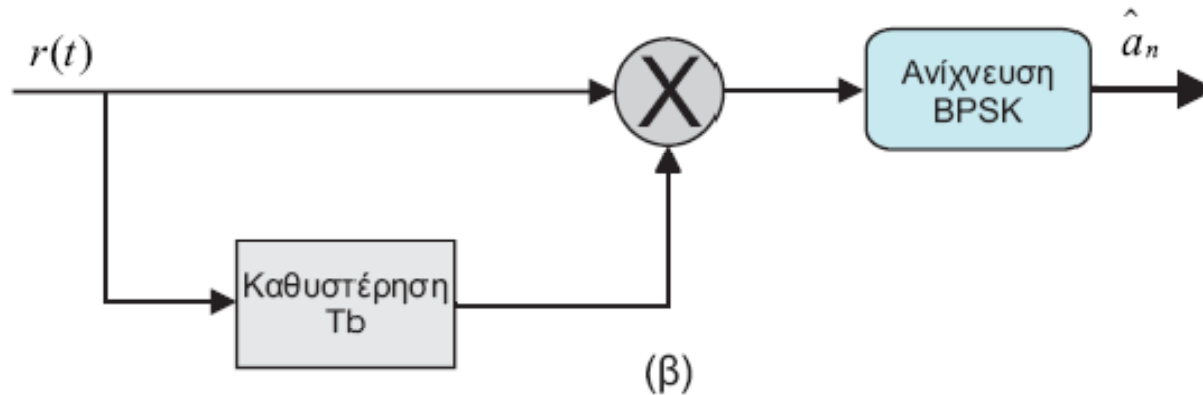
- ✓ Η ονομασία DBPSK αναφέρεται τόσο στο τρόπο κωδικοποίησης της πληροφορίας (differential encoding), όσο και στη διαδικασία της αποδιαμόρφωσης-ανίχνευσης.
- ✓ Ανάλογα με την μέθοδο που ακολουθείται το DBPSK διακρίνεται σε **σύμφωνο** και **ασύμφωνο**.
 - Το **σύμφωνο** DBPSK απαιτεί την εκτίμηση της απόλυτης τιμής της φάσης μέσω PLL και κατόπιν ακολουθεί αποκωδικοποίηση των δεδομένων, προκειμένου να ανακτηθεί η εκπεμπόμενη ακολουθία bits.
 - Όμως, η μέθοδος αυτή σπάνια χρησιμοποιείται στην πράξη σε αντίθεση με την **ασύμφωνη** διαφορική ανίχνευση η οποία δεν απαιτεί γνώση της φάσης του φέροντος.

DBPSK-Ασύμφωνος Δέκτης 1



- ✓ Χρησιμοποιεί ένα τοπικά παραγόμενο φέρον το οποίο είναι σε συμφωνία ως προς τη συχνότητα με το λαμβανόμενο σήμα αλλά όχι απαραίτητα ως προς τη φάση.
- ✓ Αφού αποδιαμορφωθούν και ανιχνευθούν τα διαφορετικά κωδικοποιημένα δεδομένα, μέσω ενός δέκτη I/Q PSK, οδηγούνται στον αποκωδικοποιητή ώστε να εξαχθούν τα bits Πληροφορίας.
- ✓ Ο αποκωδικοποιητής υλοποιείται (όπως και ο κωδικοποιητής) με μια πύλη EXNOR και ένα καθυστερητή.
- ✓ Βέλτιστος ως προς BER

DBPSK-Ασύμφωνος Δέκτης 2



- ✓ Δεν απαιτεί γνώση της συχνότητας του λαμβανόμενου σήματος.
- ✓ Ο χρησιμοποιούμενος πολλαπλασιαστής συσχετίζει το λαμβανόμενο σήμα με την καθυστερημένη κατά μια περίοδο συμβόλου έκδοση αυτού.
- ✓ Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται για την υπόλοιπη ακολουθία bits.
- ✓ Υποβέλτιστος ως προς το BER αλλά λιγότερο πολύπλοκος

DPSK-Πιθανότητα Σφάλματος

- ✓ Το DPSK υστερεί σε επιδόσεις συγκρινόμενο με το PSK, αφού τα σφάλματα διαδίδονται και σε γειτονικά σύμβολα εξαιτίας της συσχέτισης μεταξύ των αντίστοιχων κυματομορφών.
- ✓ Η εύρεση της ακριβούς πιθανότητας σφάλματος για το ασύμφωνο M-αδικό DPSK είναι ιδιαίτερα δύσκολη. Όμως, μπορεί να γίνει σύγκριση με το αντίστοιχο M-PSK αν ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι το τελευταίο συγκρίνει το λαμβανόμενο σήμα με μια 'καθαρή' (χωρίς θόρυβο) αναφορά.
- ✓ Αυτό δεν συμβαίνει στη περίπτωση του DPSK όπου δύο σήματα με θόρυβο συγκρίνονται μεταξύ τους. Έτσι, μπορεί να συμπεράνει κάποιος ότι ο θόρυβος στη περίπτωση του DPSK είναι διπλάσιος από αυτόν του M-PSK οπότε η πιθανότητα σφάλματος θα είναι προσεγγιστικά δύο φορές χειρότερη (περίπου 3 dB). Αυτή η επίδοση βελτιώνεται σε υψηλά SNR όπου η επίδραση του θορύβου είναι μικρότερη.

$$\text{Σύμφωνο} \quad P_{b,BDPSK} = 2Q \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}} \right) \left[1 - Q \left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{N_0}} \right) \right]$$

$$\text{Ασύμφωνο} \quad P_{b,BDPSK} = \frac{1}{2} e^{-\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}$$

DPSK-Παράδειγμα διάδοσης σφάλματος

Παράδειγμα 7.20

Ψηφιακό τηλεπικοινωνιακό σύστημα χρησιμοποιεί διαμόρφωση BDPSPK.
Αν η ακολουθία των bits είναι

$$\mathbf{a} = \{001110\} \quad (7.144)$$

να δείξετε ότι αν συμβεί λάθος σε ένα bit κατά την ανίχνευση τότε το λάθος διαδίδεται και σε επόμενο bit.

DPSK-Παράδειγμα διάδοσης σφάλματος

Απάντηση

Έστω ότι στο δέκτη ανιχνεύεται λάθος η φάση της κυματομορφής που αντιστοιχεί στο δεύτερο bit της ακολουθίας (από 0 σε π).

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την εσφαλμένη ανίχνευση -μετά τον αποκωδικοποιητή- του δεύτερου αλλά και του τρίτου bit (Σχήμα 7.37).

a_n		0	0	1	1	1	0
b_n	1	0	1	1	1	1	0
c_n	1	-1	1	1	1	1	-1
Θ_n	0	π	0	0	0	0	π
$\hat{\Theta}_n$		π	π	0	0	0	π
d_n	1	0	0	1	1	1	0
\hat{a}_n		0	1	0	1	1	0

PSK-Εφαρμογές

- ✓ Συστήματα κινητών επικοινωνιών EGPRS (ονομαζόμενα και EDGE ή IMT Single Carrier (IMT-SC)). Τα συστήματα αυτά είναι μια εξέλιξη του GSM και επιτρέπουν μετάδοση σε μεγαλύτερες ταχύτητες, διατηρώντας όμως τη συμβατότητα με το GSM. Αν και το EGPRS μπορεί να θεωρηθεί σαν τεχνολογία κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς (3G) συνήθως αναφέρεται σαν 2.75G.
- ✓ Συστήματα κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς UMTS, WCDMA, HSDPA.
- ✓ Επικοινωνίες δεδομένων σε δίκτυο σταθερής τηλεφωνίας (πρότυπο ITU-T).
- ✓ Ασύρματα τοπικά δίκτυα (Wireless LANs) σύμφωνα με τα πρότυπα 802.11b και 802.11g.
- ✓ Δορυφορικές επικοινωνίες.
- ✓ Σε βιομετρικά διαβατήρια, πιστωτικές κάρτες και γενικά σε περιπτώσεις αναγνώρισης με χρήση ραδιοσυχνοτήτων (Radio-frequency identification-RFID).
- ✓ Στο σύστημα ασύρματης επικοινωνίας Bluetooth 2.
- ✓ Στα συστήματα επίγειας και δορυφορικής ψηφιακής τηλεόρασης (DVB-T, DVB-RCS).
- ✓ Στα συστήματα ασύρματης επικοινωνίας Worldwide Interoperability for Microwave Access-WiMAX.

Quadrature Amplitude Modulation (QAM)

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_i}{T}} \cos(2\pi f_c t + \theta_i), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, i = 1, \dots, M$$

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_i}{T}} \cos \theta_i \cos 2\pi f_c t - \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_i}{T}} \sin \theta_i \sin 2\pi f_c t$$

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos 2\pi f_c t, \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin 2\pi f_c t$$

$$s_i(t) = \sqrt{\mathcal{E}_i} \cos \theta_i \times \phi_1(t) + \sqrt{\mathcal{E}_i} \sin \theta_i \times \phi_2(t) \Rightarrow \mathbf{s}_i = \{\sqrt{\mathcal{E}_i} \cos \theta_i, \sqrt{\mathcal{E}_i} \sin \theta_i\}$$

$$\mathcal{E}_{\text{av}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathcal{E}_i.$$

Ορθογώνιοι αστερισμοί QAM

Δημιουργούνται από 2 PAM σήματα, που διαμορφώνουν την I και την Q συνιστώσα

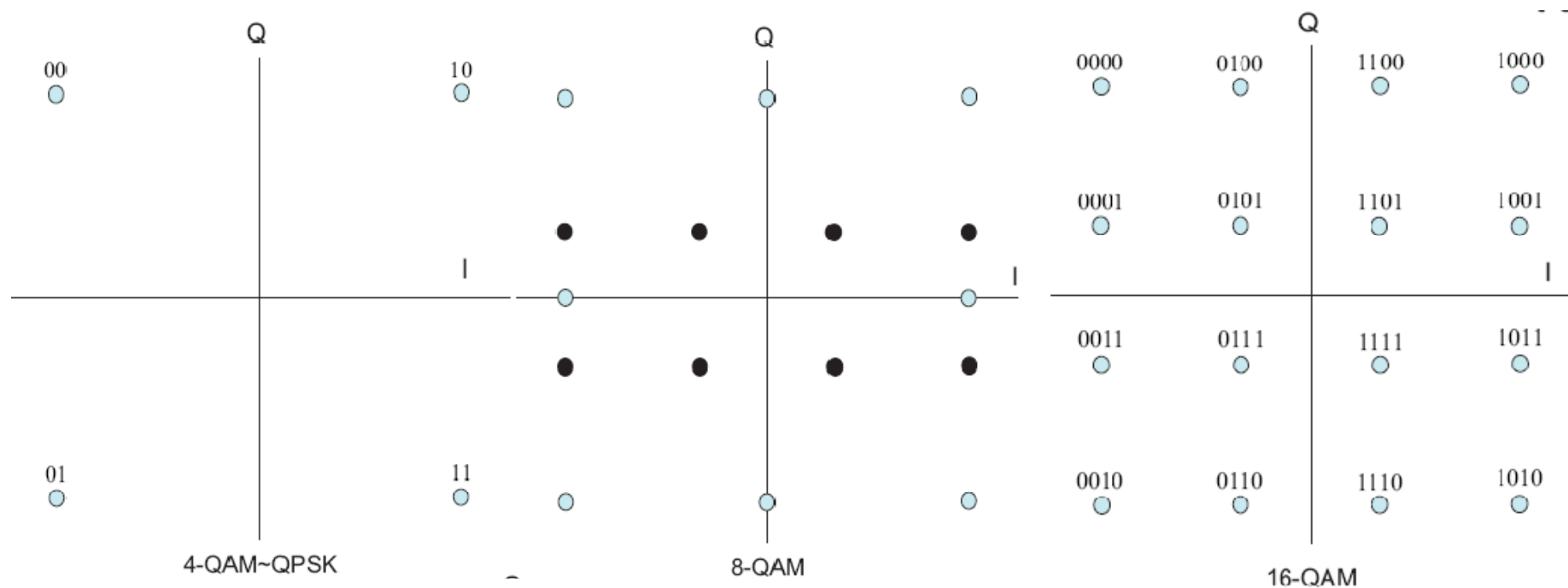
$$s_{ij}(t) = A_i \cos 2\pi f_c t - A_j \sin 2\pi f_c t$$

$$A_i, i = 1, 2, \dots, M_1 \text{ και } A_j, j = 1, 2, \dots, M_2$$

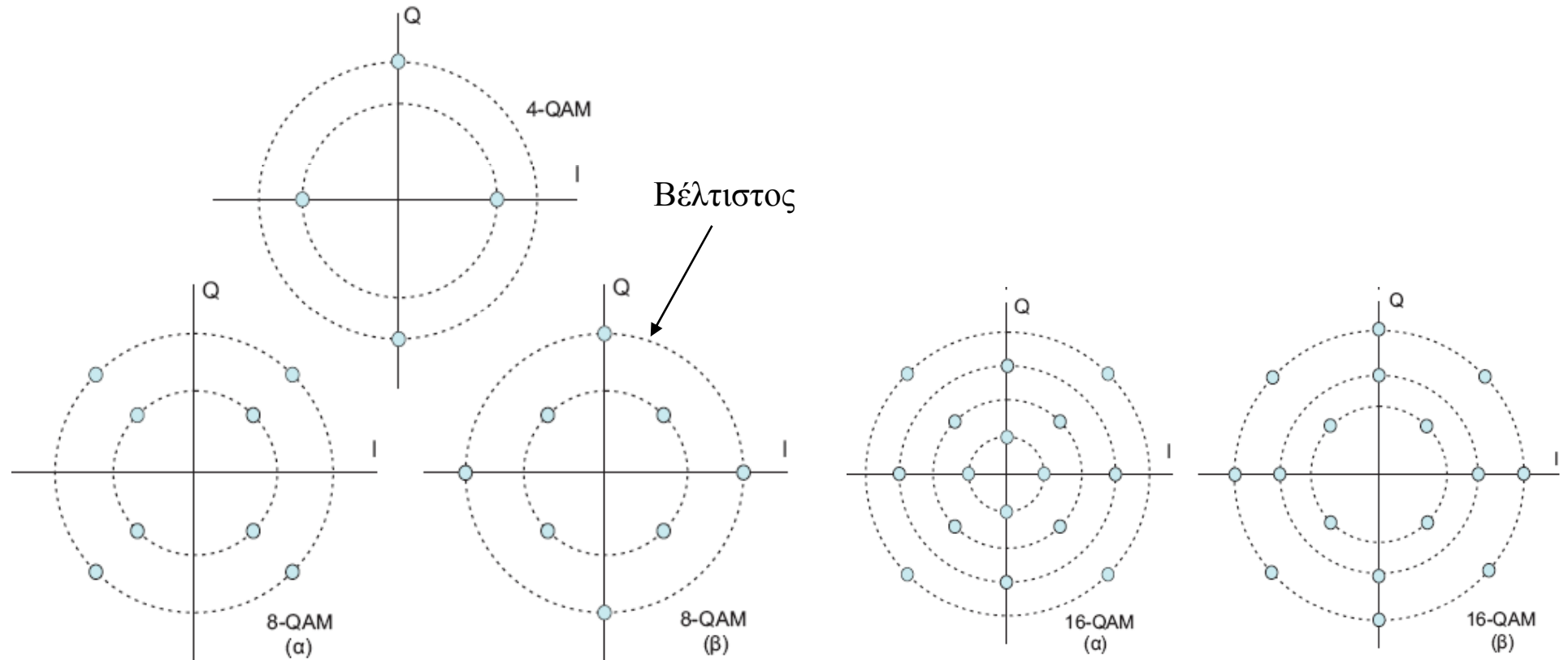
$$M_1 = 2^{K_1} \quad M_2 = 2^{K_2} \quad \Longrightarrow \quad M = M_1 M_2 = 2^{K_1 + K_2}$$

- ✓ Οι ορθογώνιοι αστερισμοί αν και -συγκρινόμενοι με τους μη-ορθογώνιους γενικά παρουσιάζουν χειρότερες επιδόσεις (για $M > 16$), χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στην πράξη αφού έχουν το πλεονέκτημα της εύκολης διαμόρφωσης και αποδιαμόρφωσης.
- ✓ Οι ορθογώνιοι αστερισμοί με K άρτιο αριθμό ονομάζονται τετραγωνικοί (squared).

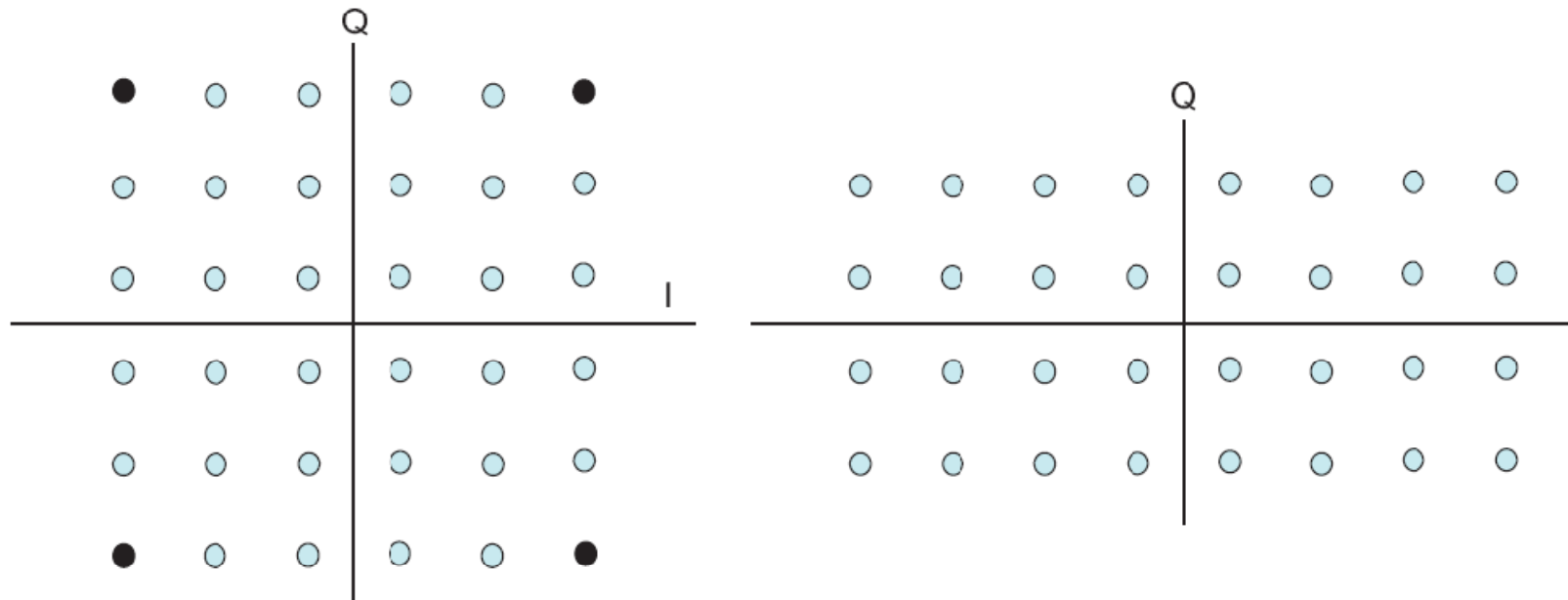
Ορθογώνιοι αστερισμοί QAM



Μη-Ορθογώνιοι αστερισμοί QAM

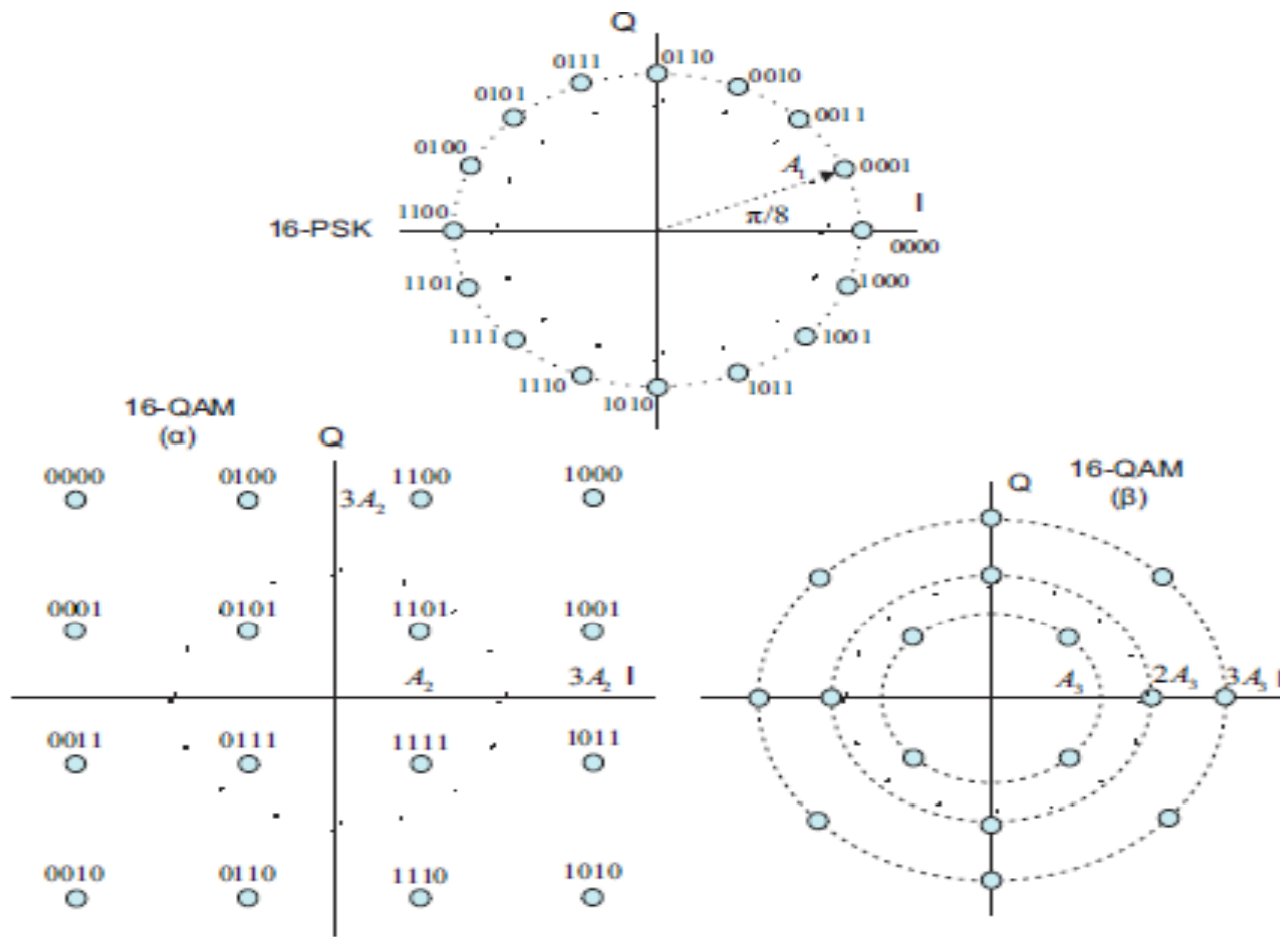


Αστερισμοί 32-QAM



Παράδειγμα 7.22

Για τους αστερισμούς του Σχήματος 7.41 με ορθοκανονική βάση σύμφωνα με την (7.147) και $A_1 = a_1\sqrt{\frac{T}{2}}$, $A_2 = a_2\sqrt{\frac{T}{2}}$ και $A_3 = a_3\sqrt{\frac{T}{2}}$, να υπολογιστεί η μέση ισχύς εκπομπής (κανονικοποιημένη στο 1 Ohm), η μέγιστη τιμή του σήματος εκπομπής (peak voltage) και η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σημείων του αστερισμού. Στη συνέχεια, επιβάλλοντας ίση μέση ισχύ εκπομπής ή ίση μέγιστη τιμή σήματος να υπολογίσετε την ελάχιστη Ευκλείδεια απόσταση των αστερισμών.



Σχήμα 7.41: Αστερισμοί 16-PSK και 16-QAM

Απάντηση

Αφού $\mathcal{P}_{s_1} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R}$ και $R = 1 \Omega$, για τον αστερισμό 16-PSK η μέση ισχύς (κανονικοποιημένη στο 1 Ohm) και η μέγιστη τιμή του σήματος εκπομπής θα είναι

$$\mathcal{P}_{s_1} = \frac{a_1^2}{2} \text{ W και } A_{\text{max}_1} = a_1 \text{ V.} \quad (7.152)$$

Οι αντίστοιχες τιμές για το 16-QAM του Σχήματος 7.41α θα είναι

$$\mathcal{P}_{s_2} = \frac{4\left(\frac{9a_2^2}{2} + \frac{18a_2^2}{2} + \frac{10a_2^2}{2} + \frac{10a_2^2}{2}\right)}{16} = 5a_2^2 \text{ W} \quad (7.153)$$
$$A_{\text{max}_2} = \sqrt{18}a_2 \text{ V.}$$

Τέλος για το 16-QAM του Σχήματος 7.41β θα ισχύει

$$\mathcal{P}_{s_3} = \frac{4\left(2\frac{(a_3)^2}{2} + 2\frac{(3a_3)^2}{2} + \frac{(2a_3)^2}{2}\right)}{16} = 3a_3^2 \text{ W} \quad (7.154)$$
$$A_{\text{max}_3} = 3a_3 \text{ V.}$$

Τα παραπάνω συνοψίζονται στον Πίνακα 7.4.

Πίνακας 7.4

	\mathcal{P}_s	A_{\max}	d_{\min}
16-PSK	$\frac{a_1^2}{2}$	a_1	$a_1 \frac{\pi}{8}$
16-QAM, Σχ. 7.41α	$5a_2^2$	$4.243a_2$	$2a_2$
16-QAM, Σχ. 7.41β	$3a_3^2$	$3a_3$	a_3

Στον ίδιο πίνακα φαίνονται και οι αντίστοιχες ελάχιστες Ευκλείδειες αποστάσεις των σημείων των αστερισμών, όπως προκύπτουν από τη γεωμετρία τους. Για το 16-PSK η απόσταση αυτή θα είναι $a_1 \frac{\pi}{8}$ αφού ισχύει ότι $\sin \frac{\pi}{16} \approx \frac{\pi}{16}$.

Αν επιβληθεί ίση μέση ισχύς και στους τρεις αστερισμούς τότε μετά τη λύση του συστήματος των εξισώσεων προκύπτει $a_3 = 1.291a_2$ και $a_1 = 3.16a_2$. Αν επιβληθεί ίδια μέγιστη τιμή σήματος, τότε με τον ίδιο τρόπο βρίσκεται ότι $a_3 = 1.414a_2$ και $a_1 = 4.243a_2$.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα κατασκευάζεται ο Πίνακας 7.5. Από τον πίνακα αυτό είναι φανερό ότι το τετραγωνικό 16-QAM υπερέχει των άλλων δύο αστερισμών, τόσο όταν απαιτείται ίση μέση ισχύς όσο και όταν απαιτείται ίση μέγιστη τάση.

Πίνακας 7.5

	d_{\min} για ίση \mathcal{P}_s	d_{\min} για ίση A_{\max}
16-PSK	$1.24a_2$	$1.667a_2$
16-QAM, Σχ. 7.41α	$2a_2$	$2a_2$
16-QAM, Σχ. 7.41β	$1.291a_2$	$1.414a_2$

Πιθανότητα σφάλματος QAM

Για την περίπτωση του τετραγωνικού M-QAM (δηλαδή όταν το M είναι άρτιο) η πιθανότητα σωστής απόφασης θα είναι

$$P_c = (1 - P_{\sqrt{M}})^2 \quad P_{\sqrt{M}} = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \frac{\mathcal{E}_s}{N_0}} \right)$$

Η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου θα είναι

$$P_s = 1 - P_c = 1 - (1 - P_{\sqrt{M}})^2$$

Γενική σχέση που περιλαμβάνει όλες τις περιπτώσεις των ορθογώνιων αστερισμών (τετραγωνικών και μη) όταν $M > 4$

$$P_s \leq 1 - \left[1 - 2Q \left(\sqrt{\frac{3K}{M-1} \frac{\mathcal{E}_s}{N_0}} \right) \right]^2 \leq 4Q \left(\sqrt{\frac{3K}{M-1} \frac{\mathcal{E}_b}{N_0}} \right)$$

Πιθανότητα σφάλματος QAM

- ✓ Για τους μη-τετραγωνικούς ορθογώνιους αστερισμούς είναι δυσκολότερη η εύρεση της ακριβούς πιθανότητας σφάλματος συμβόλου, ενώ η πιθανότητα σφάλματος bit εξαρτάται από την αντιστοίχιση των bits σε σύμβολα στον αστερισμό (κώδικας Gray δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε όλες τις περιπτώσεις).
- ✓ Στη γενική περίπτωση των μη-ορθογώνιων αστερισμών δεν μπορεί να υπάρξει μια γενική σχέση για την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου, αφού αυτή εξαρτάται από την ιδιαίτερη τοποθέτηση των σημείων στον αστερισμό. Όμως, ένα άνω όριο είναι

$$P_s < (M - 1)Q \left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

Πιθανότητα σφάλματος (2x4)-QAM

$$P_c = (1 - P_4)(1 - P_2)$$

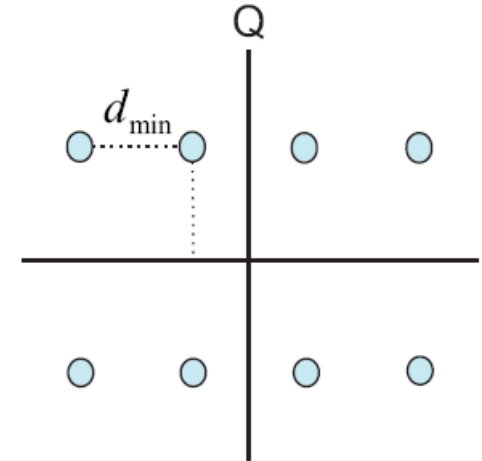
$$P_4 = \frac{3}{2}Q \left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

$$P_2 = Q \left(\frac{2d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right).$$

$$\begin{aligned} P_{s(8-QAM)} &= 1 - P_c = P_4 + P_2 - P_4P_2 \\ &= \frac{5}{2}Q \left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right) - \frac{3}{2}Q^2 \left(\frac{d_{\min}}{\sqrt{2N_0}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_s &= \frac{1}{8} \left[4 \left\{ \left(\frac{3}{2}d_{\min} \right)^2 + d_{\min}^2 \right\} + 4 \left\{ \left(\frac{1}{2}d_{\min} \right)^2 + d_{\min}^2 \right\} \right] \Rightarrow d_{\min} = \frac{2\sqrt{\mathcal{E}_{av}}}{3} \\ &= \frac{9}{4}d_{\min}^2, \end{aligned}$$

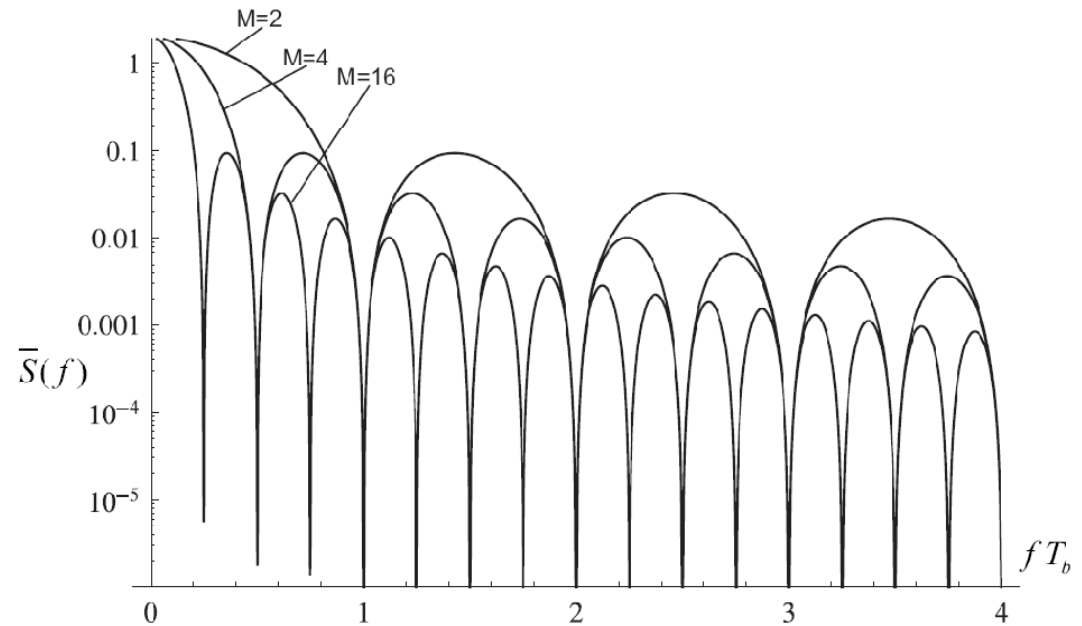
$$P_{s(8-QAM)} = \frac{5}{2}Q \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \right) - \frac{3}{2}Q^2 \left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{N_0}} \right)$$



Φασματική Πυκνότητα Ισχύος QAM

M-PSK

$$\bar{S}(f) = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fT = 2\mathcal{E}_s \text{sinc}^2 fKT_b$$



M-QAM

$$\bar{S}(f) = 2\mathcal{E}_{av} \text{sinc}^2 fT = 2\mathcal{E}_{av} \text{sinc}^2 fKT_b$$

Εφαρμογές QAM

- ✓ Συστήματα κινητών επικοινωνιών EGPRS ονομαζόμενα και EDGE ή IMT Single Carrier (IMT-SC).
- ✓ Συστήματα κινητών επικοινωνιών 3ης γενιάς 3G, UMTS, WCDMA, HSDPA.
- ✓ Σε διάφορους τύπους modems: [V90, 56 Kbps, 1024-QAM], [V34, 33.6 Kbps, 1024-QAM], [V33, 14.4 Kbps, 32-QAM], κ.λ.π.
- ✓ Ασύρματα τοπικά δίκτυα (Wireless LANs) σύμφωνα με τα πρότυπα 802.11b και 802.11g.
- ✓ Δορυφορικές επικοινωνίες.
- ✓ Σε βιομετρικά διαβατήρια, πιστωτικές κάρτες και γενικά σε συστήματα αναγνώρισης με χρήση ραδιοσυχνοτήτων (Radio-frequency identification-RFID).
- ✓ Στο σύστημα ασύρματης επικοινωνίας Bluetooth 2.
- ✓ Στα συστήματα επίγειας και δορυφορικής ψηφιακής τηλεόρασης (DVB-T, DVB-RCS).
- ✓ Στα συστήματα ασύρματης επικοινωνίας WiMAX .

Διαμόρφωση ολίσθησης συχνότητας (Frequency Shift Keying-FSK)

Ψηφιακή εκδοχή του αναλογικού FM

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_s}{T}} \cos(2\pi f_i t + \theta_i), & t \in [0, T] \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}, i = 1, 2, \dots, M$$

- Οι συχνότητες

$$f_i = \frac{k_i}{T}$$

$$\mathcal{E}_s = \int_0^T |s_i(t)|^2 dt.$$

- Η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των συχνοτήτων,

$$\Delta f_{i_1, i_2} = |f_{i_1} - f_{i_2}| = \frac{|k_{i_1} - k_{i_2}|}{T} = \frac{k}{T},$$

όπου $k = |k_{i_1} - k_{i_2}|$ είναι ακέραιος.

- Οι φάσεις, θ_i , οι οποίες θεωρούνται ότι είναι γνωστές ή άγνωστες στο δέκτη, ανάλογα αν χρησιμοποιείται σύμφωνη ή ασύμφωνη ανίχνευση.

M διαστάσεις

$$\phi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_i t + \theta_i)$$

Binary Frequency Shift Keying-BFSK)

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \theta_1)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_2 t + \theta_2)$$

Ασύμφωνη
εκπομπή

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \theta)$$

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_b}{T}} \cos(2\pi f_2 t + \theta)$$

Σύμφωνη
εκπομπή

$$\langle s_1(t), s_2(t) \rangle = \int_0^T s_1(t)s_2(t)dt = 0$$

$$2\pi(f_1 + f_2)T = n\pi \text{ και } 2\pi(f_1 - f_2)T = m\pi.$$

$$f_1 = \frac{n+m}{4T} \text{ και } f_2 = \frac{n-m}{4T}$$

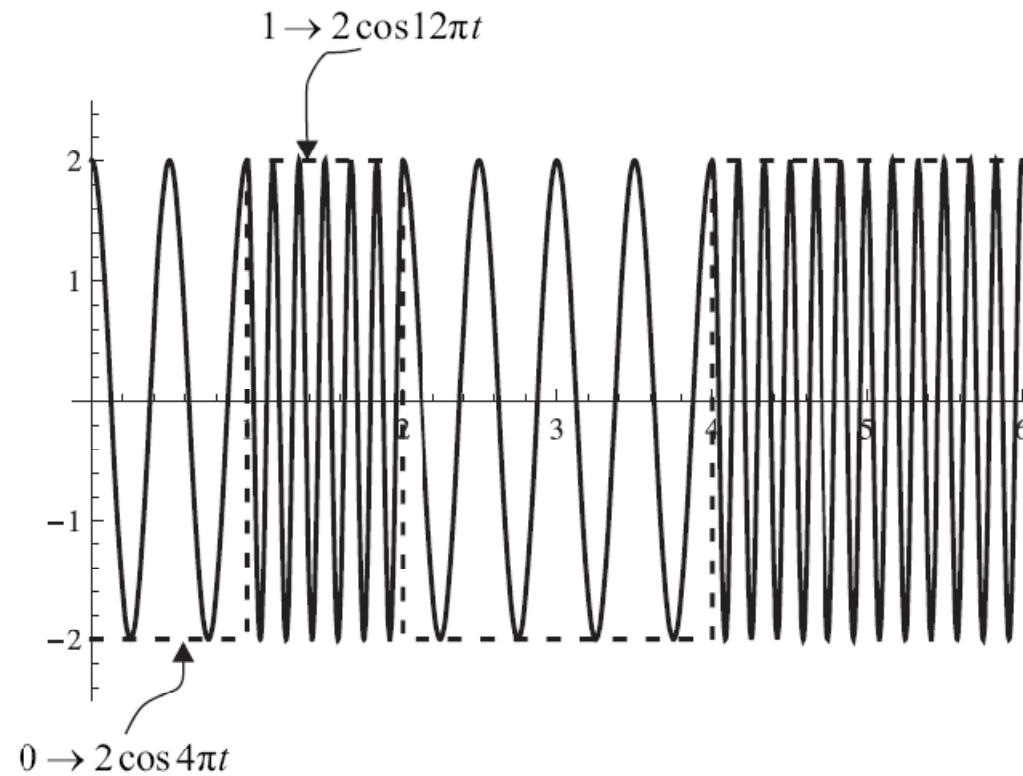
Binary Frequency Shift Keying-BFSK)

$\mathbf{a} = \{010011\}$

$\Delta f = 4$.

$f_1 = 2 \text{ Hz}, f_2 = 6 \text{ Hz}, \theta_1 = \theta_2 = 0, T = 1 \text{ και } \mathcal{E}_s = 2$.

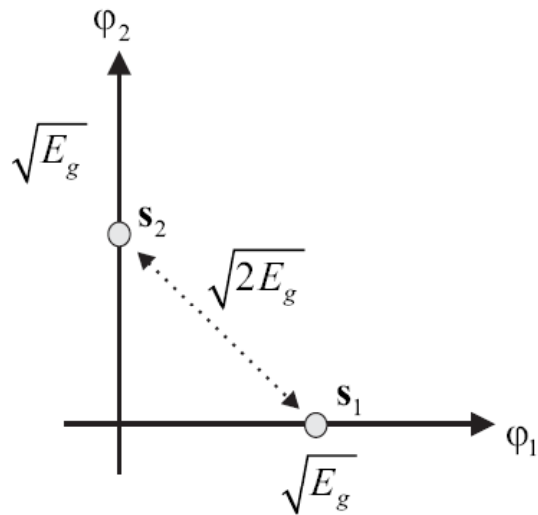
$0 \rightarrow 2 \cos 4\pi t, 1 \rightarrow 2 \cos 12\pi t$



Αστερισμός BFSK ασύμφωνης ειπομπής

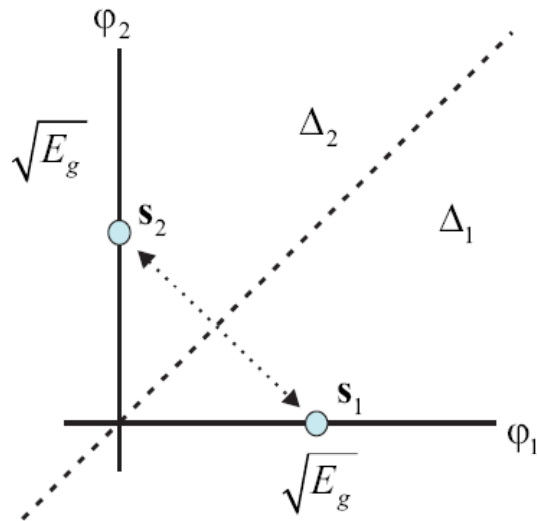
$$\phi_1(t) = \cos(2\pi f_1 t + \theta_1) \text{ και } \phi_2(t) = \cos(2\pi f_2 t + \theta_2)$$

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \sqrt{\mathcal{E}_g} \times \phi_1(t) + 0 \times \phi_2(t) \\ s_2(t) &= 0 \times \phi_1(t) + \sqrt{\mathcal{E}_g} \times \phi_2(t) \end{aligned} \Rightarrow s_1 = \{\sqrt{\mathcal{E}_g}, 0\}, s_2 = \{0, \sqrt{\mathcal{E}_g}\}$$



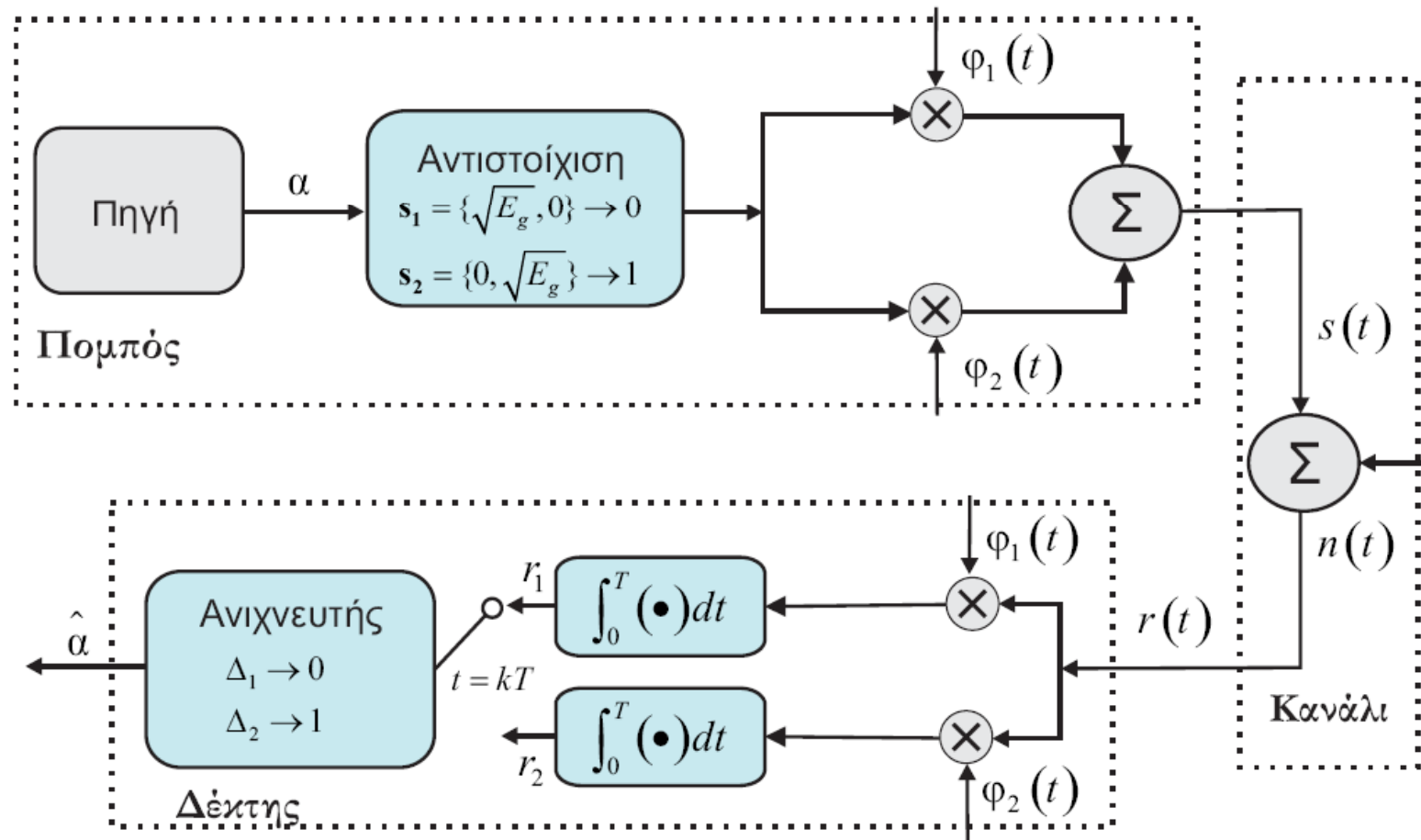
Ανίχνευση-Πιθανότητα Σφάλματος BFSK

$$\Delta_1 : \{r_1 \geq r_2\}, \quad \Delta_2 : \{r_1 < r_2\}.$$



$$P_{b,BFSK} = P_{b,BPPM} = Q\left(\sqrt{\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}\right)$$

Πομπός-Δέκτης BFSK



Κριτήρια επιλογής τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης

Αποδοτικότητα Ισχύος (Power Efficiency): Το μέσο SNR που απαιτείται για την επίτευξη συγκεκριμένης επίδοσης σφάλματος (συνήθως 10^{-6})

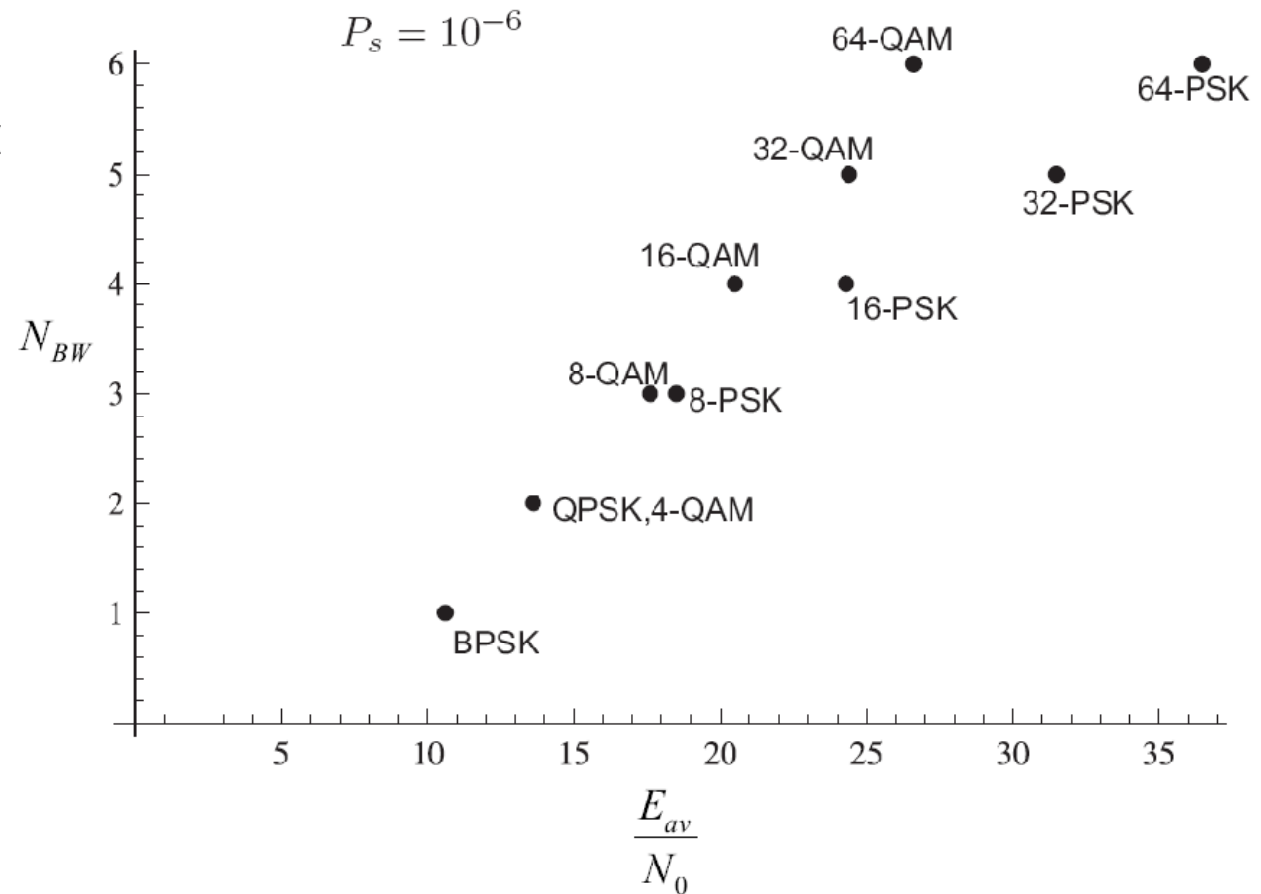
M	M-PSK	M-QAM	
2	10.6	-	
4	13.6	13.6	
8	18.5	17.6	$\frac{\mathcal{E}_s}{N_0}$ (dB), $P_s = 10^{-6}$
16	24.3	20.5	
32	31.5	24.4	
64	36.5	26.6	

Κριτήρια επιλογής τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης

Φασματική αποδοτικότητα

Spectral Efficiency

$$N_{BW} = \frac{R}{W} = \log_2 M \text{ b/s/H}$$



Κριτήρια επιλογής τεχνικών ψηφιακής διαμόρφωσης

Πολυπλοκότητα Υλοποίησης

