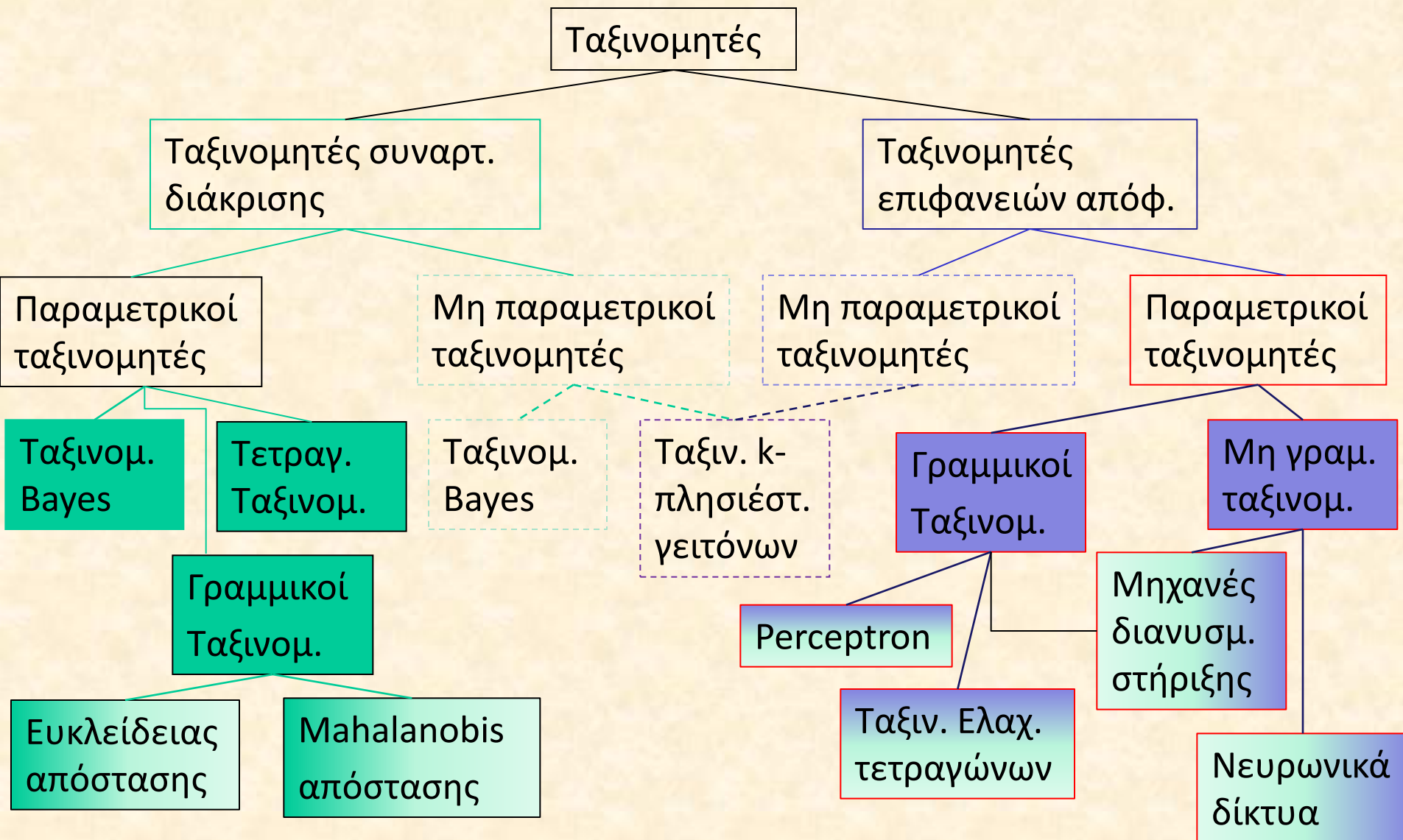


# ❖ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ❖ (PATTERN RECOGNITION)

**Σέργιος Θεοδωρίδης**  
**Κωνσταντίνος Κουτρούμπας**

# “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ” ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΩΝ ΤΑΞΙΝΟΜΗΤΩΝ



# “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ” ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΩΝ ΤΑΞΙΝΟΜΗΤΩΝ

**Υπενθ.:**  $X$  είναι το σύνολο των δεδομένων σημείων όλων των κλάσεων

$X_j$  είναι το υποσύνολο του  $X$  που περιέχει τα διανύσματα της κλάσης  $\omega_j$ ,

$$X = X_1 \cup \dots \cup X_M$$

## Ταξινομητές με βάση τις συναρτήσεις διάκρισης

Ταξινομ. Bayes

- $g_j(x) = f(P(\omega_j)p(x|\omega_j))$
- Εκτιμ.  $p(x|\omega_j) \approx \hat{p}(x|\omega_j; \mathcal{G}_j)$
- Εκτιμ.  $\mathcal{G}_j$ , με βάση το  $X_j$
- (ML, EM):  $X_j \rightarrow \hat{\mathcal{G}}_j$
- $x_i \rightarrow p(x_i|\omega_j) \approx \hat{p}(x_i|\omega_j; \hat{\mathcal{G}}_j)$

Τετραγωνικός  
ταξινομητής

- $g_j(x) = (x - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (x - \mu_j)$
- Υπόθεση:  $N(\mu_j, \Sigma_j)$
- Εκτιμ.  $\mu_j, \Sigma_j$ , με βάση το  $X_j$
- (ML):  $X_j \rightarrow \hat{\mu}_j, \hat{\Sigma}_j$
- $x_i \rightarrow g_j(x_i) = (x_i - \hat{\mu}_j)^T \hat{\Sigma}_j^{-1} (x_i - \hat{\mu}_j)$

Γραμμικός  
Ευκλείδειος  
ταξινομητής

- $g_j(x) = (x - \mu_j)^T (x - \mu_j)$
- Υπόθεση:  $N(\mu_j, I)$
- Εκτίμ.  $\mu_j$ , με βάση το  $X_j$
- (ML):  $X_j \rightarrow \hat{\mu}_j$
- $x_i \rightarrow g_j(x_i) = (x_i - \hat{\mu}_j)^T (x_i - \hat{\mu}_j)$

Γραμμικός  
Mahalanobis  
ταξινομητής

- $g_j(x) = (x - \mu_j)^T \Sigma^{-1} (x - \mu_j)$
- Υπόθεση:  $N(\mu_j, \Sigma)$
- Εκτίμ.  $\mu_j, \Sigma$ , με βάση το  $X_j$
- (ML):  $X_j \rightarrow \hat{\mu}_j, \hat{\Sigma}$
- $x_i \rightarrow g_j(x_i) = (x_i - \hat{\mu}_j)^T \hat{\Sigma}^{-1} (x_i - \hat{\mu}_j)$

# “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ” ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΩΝ ΤΑΞΙΝΟΜΗΤΩΝ

**Υπενθ.:**  $X$  είναι το σύνολο των δεδομένων σημείων όλων των κλάσεων

$X_j$  είναι το υποσύνολο του  $X$  που περιέχει τα διανύσματα της κλάσης  $\omega_j$ ,

$$X = X_1 \cup \dots \cup X_M$$

Μη παραμετρικοί ταξινομητές με βάση τις συναρτήσεις διάκρισης

Ταξινομητής  
Bayes

–  $g_j(x) = f(P(\omega_j)p(x|\omega_j))$   
–  $x_i \rightarrow p(x_i|\omega_j) \approx \hat{p}(x_i|\omega_j; X_j)$   
(παράθυρα Parzen,  
εκτίμ. πυκν. βάσει των  $k$ -πλησ. γειτ.)

Ταξινομητής  $k$ -  
πλησιέστερων  
γειτόνων

$$- x_i \rightarrow g_j(x_i) = k_i^j$$

# “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ” ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΩΝ ΤΑΞΙΝΟΜΗΤΩΝ

**Υπενθ.:**  $X$  είναι το σύνολο των δεδομένων σημείων όλων των κλάσεων

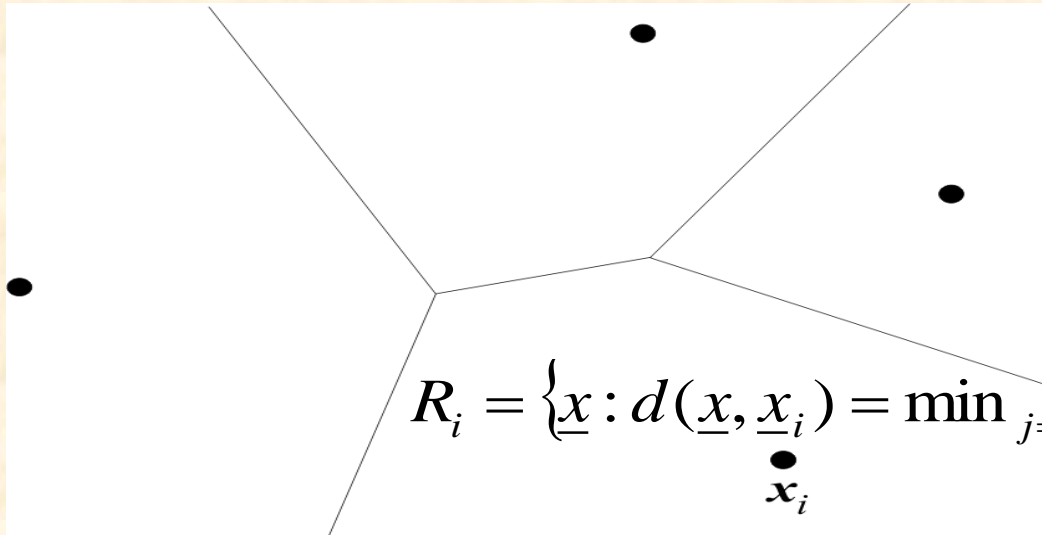
$X_j$  είναι το υποσύνολο του  $X$  που περιέχει τα διανύσματα της κλάσης  $\omega_j$ ,

$$X = X_1 \cup \dots \cup X_M$$

## Μη παραμετρικοί ταξινομητές που υλοποιούν περιοχές απόφασης

Ταξινομητής k-  
πλησιέστερων γειτόνων

- Στην περίπτωση αυτή οι περιοχές απόφασης ορίζονται έμμεσα μέσω των σημείων του  $X$ .
- Για παράδειγμα, στην ειδική περίπτωση του ταξινομητή πλησιέστερου γείτονα έχουμε την ψηφοθέτηση Voronoi του χώρου των χαρακτηριστικών.



# “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ” ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΩΝ ΤΑΞΙΝΟΜΗΤΩΝ

Υπενθ.:  $X$  είναι το σύνολο των δεδομένων σημείων όλων των κλάσεων

Παραμετρικοί ταξινομητές που υλοποιούν περιοχές απόφασης

❖ The general strategy:

Στρατηγική αντιμετώπισης του προβλήματος:

1. Υιοθέτησε μια **συγκεκριμένη** (“άμεση” ή “έμμεση”) **παραμετρική μορφή** για την επιφάνεια  $h(\mathbf{x}; \mathbf{w})=0$ .
2. Όρισε κατάλληλη συνάρτηση (**συνάρτηση κόστους - cost function**) του  $\mathbf{w}$ ,  $J(\mathbf{w})$ , η οποία περιλαμβάνει επίσης τα διανύσματα του  $X$ , έτσι ώστε **τα βέλτιστά της (ελάχιστα ή μέγιστα) να αντιστοιχούν στις καλύτερες δυνατές επιφάνειες για το υπό μελέτη πρόβλημα.**
3. Βελτιστοποίησε την  $J(\mathbf{w})$  ως προς το  $\mathbf{w}$ . Η θέση του βέλτιστου αυτής ορίζει την επιφάνεια απόφασης.

# “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ” ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ ΤΩΝ ΤΑΞΙΝΟΜΗΤΩΝ

Υπενθ.: **X** είναι το σύνολο των δεδομένων σημείων όλων των κλάσεων

**Παραμετρικοί ταξινομητές που υλοποιούν περιοχές απόφασης (συν.)**

Δύο κύριες κατηγορίες:

1. **Γραμμικοί ταξινομητές (Perceptron, Least square methods, linear SVM):**  
Εφαρμόζουν γραμμική ταξινόμηση μέσω υπερεπιπέδων.
2. **Μη γραμμικοί ταξινομητές (neural networks, generalized linear clas., nonlinear SVMs):**
  - Εφαρμόζουν μη γραμμικό διαχωρισμό των κλάσεων.
  - Μια συχνά χρησιμοποιούμενη στρατηγική είναι να εφαρμόσουμε ένα ή περισσότερες **διαδοχικές απεικονίσεις** σε χώρους όπου το πρόβλημα θα γίνεται **«όλο και πιο γραμμικός διαχωρισμο»**.

(\* ) Υπάρχουν επίσης σχήματα που **συνδυάζουν τα αποτελέσματα ταξινομητών**.