Βαθμός εξυπηρέτησης

Τηλεπικοινωνιακή κίνηση στα κυψελωτά συστήματα

Συγκέντρωση

- Ιδανικά θα έπρεπε κάθε κυψέλη να μπορεί να καλύψει όλους τους ενεργούς χρήστες του δικτύου (worst case – αδύνατο).
- Τα κυψελωτά συστήματα βασίζονται στη *συγκέντρωση (trunking)*, για να είναι δυνατό να εξυπηρετείται μεγάλος αριθμός χρηστών με το περιορισμένο φάσμα ραδιοσυχνοτήτων που διατίθεται σε κάθε σύστημα.
- Η συγκέντρωση εκμεταλλεύεται τη στατιστική συμπεριφορά των χρηστών, γεγονός που έχει ως συνέπεια ένας σταθερός αριθμός διαύλων ή κυκλωμάτων να μπορεί να εξυπηρετεί έναν μεγάλο αριθμό συνδρομητών με τυχαία συμπεριφορά.

Τηλεπικοινωνιακή κίνηση στα κυψελωτά συστήματα

Συγκέντρωση

- **Ώρα αιχμής** ή ώρα μέγιστης απασχόλησης: Καλείται η περίοδος μιας ώρας που αντιστοιχεί στην αιχμή του φόρτου κίνησης
- Το πλήθος των αναγκαίων καναλιών εξαρτάται από τη μεταφερόμενη κίνηση και πρέπει να είναι επαρκές για να καλύψει τις ανάγκες που προκύπτουν κατά την ώρα αιχμής
- Σε ώρες μη αιχμής το μεγαλύτερο ποσοστό του εξοπλισμού παραμένει αδρανές
- Οι τηλεπικοινωνιακοί οργανισμοί με σκοπό την ανακατανομή της κίνησης και κατ' επέκταση τη μείωση των δαπανών δίνουν κίνητρα στους πελάτες τους (π.χ. φθηνότερες κλήσεις τις βραδινές ώρες)

Τηλεπικοινωνιακή κίνηση στα κυψελωτά συστήματα

Βαθμός εξυπηρέτησης

- Ο βαθμός εξυπηρέτησης (Grade of Service, GOS) είναι ένα μέτρο της πιθανότητας ανεπιτυχούς πρόσβασης κάποιου χρήστη στο σύστημα κατά την ώρα αιχμής, και ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των ανεπιτυχών κλήσεων προς τον συνολικό αριθμό κλήσεων την ώρα αιχμής.
- Στην ουσία, υποδηλώνει την πιθανότητα φραγής (πιθανότητα να μην εξυπηρετηθεί ένας χρήστης). Με άλλα λόγια, θα ήταν περισσότερο δόκιμο ίσως να ονομάζεται «βαθμός μη εξυπηρέτησης».
- Ο βαθμός εξυπηρέτησης είναι ένας δείκτης επίδοσης ενός συγκεκριμένου συστήματος.
- Στόχος των μηχανικών: υπολογισμός των καναλιών που πρέπει να διαθέσουν, έτσι ώστε ο GOS να είναι σε ένα προκαθορισμένο επιθυμητό επίπεδο (τυπική τιμή του GOS: 2%)

Την ώρα αιχμής

Τηλεπικοινωνιακή κίνηση στα κυψελωτά συστήματα

Βαθμός εξυπηρέτησης

$$\frac{\text{Αριθμός των κλήσεων που χάνονται}}{\text{Αριθμός των κλήσεων που προσφέρονται}} = \frac{\text{Απωλεσθείσα κίνηση}}{\text{Προσφερόμενη κίνηση}}$$

•ποσοστό του χρόνου κατά τη διάρκεια του οποίου υπάρχει συμφόρηση
•πιθανότητα συμφόρησης
•πιθανότητα απώλειας κλήσεως λόγω συμφόρησης

•Όπου συμφόρηση (η οποία προκαλεί φραγή) είναι η κατάσταση κατά την οποία όλα τα κυκλώματα μιας ζευκτικής ομάδας είναι απασχολημένα και επομένως δεν μπορούν να δεχθούν άλλες κλήσεις.

- Αν προσφέρονται A erlangs κίνησης σε μία ομάδα ζευκτικών κυκλωμάτων, που έχουν βαθμό εξυπηρέτησης GOS, τότε η απώλεια κίνησης είναι A*GOS, και η μεταφερόμενη κίνηση είναι A(1–GOS) erlangs.

Τηλεπικοινωνιακή κίνηση στα κυψελωτά συστήματα

Βαθμός εξυπηρέτησης

- Η μέγιστη μεταφερόμενη κίνηση είναι ίση με τον αριθμό των διαύλων C, σε erlangs.
- Υπάρχουν δύο κατηγορίες συστημάτων με συγκέντρωση, που χρησιμοποιούνται στην πράξη.
- Όχι αναμονή στις κλήσεις που αποκλείονται.
  - *GOS* = η πιθανότητα να αποκλειστεί μια κλήση.
- Ουρά αναμονής για τις κλήσεις που αποκλείονται.
  - *GOS* = η πιθανότητα να αποκλειστεί μια κλήση, αφού παραμείνει στη ουρά για ένα προκαθορισμένο διάστημα.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

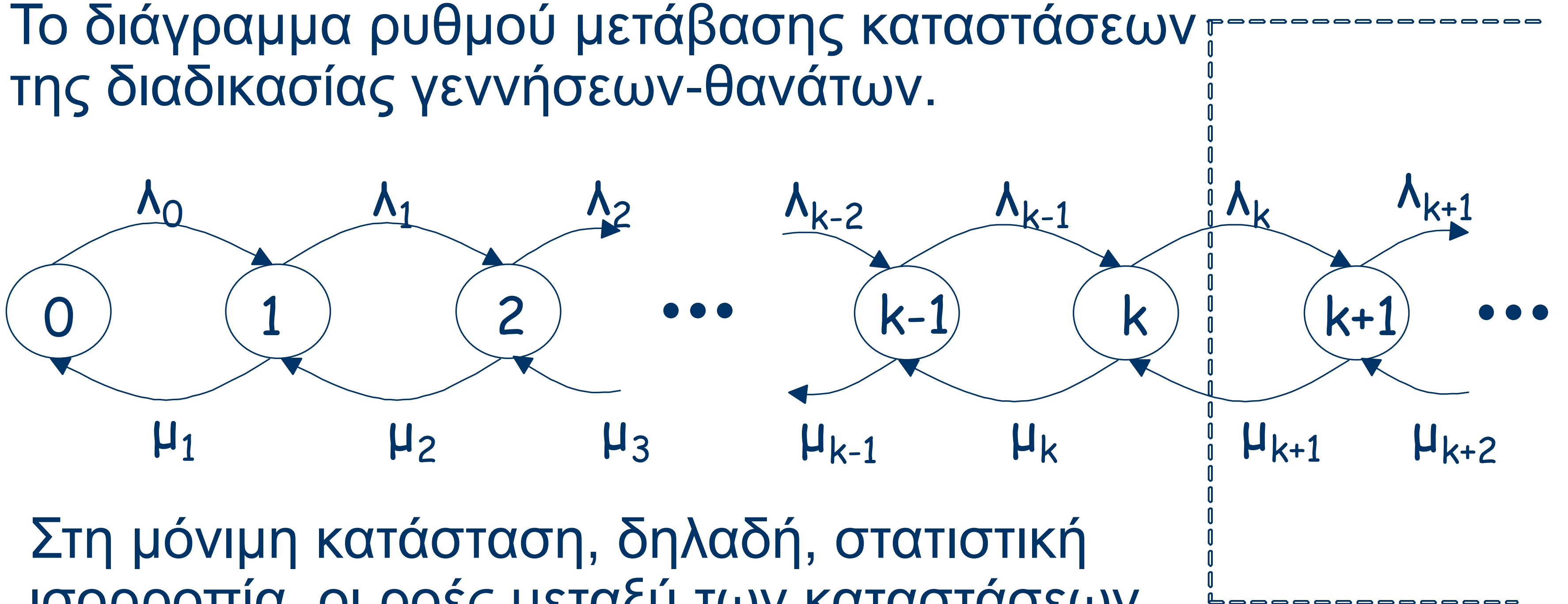
- Ανάλογα με τον τρόπο που το κάθε σύστημα θεωρείται ότι αντιμετωπίζει τις κλήσεις που βρίσκουν κατειλημμένους όλους τους διαύλους, προκύπτουν και διαφορετικοί μαθηματικοί τύποι.
- Η μαθηματική ανάλυση διευκολύνεται πολύ με την εφαρμογή της διαδικασίας γεννήσεων - θανάτων.
- Η διαδικασία γεννήσεων - θανάτων περιγράφει τη μεταβολή του αριθμού των κατειλημμένων διαύλων συναρτήσει του χρόνου.

Μαρκοβιανές αλυσίδες

- Η αλυσίδα Μαρκόφ, ή Μαρκοβιανή αλυσίδα, που πήρε το όνομα της από τον Αντρέι Μαρκόφ, είναι ένα μαθηματικό σύστημα που μεταβάλλεται από μια κατάσταση σε μια άλλη, ανάμεσα σε ένα πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων.
- Δε διατηρεί μνήμη: Η επόμενη κατάσταση εξαρτάται μόνο από την τωρινή κατάσταση και σε καμιά περίπτωση από αυτές που προηγήθηκαν. Αυτό το συγκεκριμένο είδος "αμνησίας" ονομάζεται μαρκοβιανή ιδιότητα.
- Οι Μαρκοβιανές Αλυσίδες έχουν πολλές εφαρμογές ως στατιστικά μοντέλα καθημερινών διαδικασιών.
- Μεγάλη εφαρμογή στις ουρές αναμονής

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Το διάγραμμα ρυθμού μετάβασης καταστάσεων της διαδικασίας γεννήσεων-θανάτων.



Στη μόνιμη κατάσταση, δηλαδή, στατιστική ισορροπία, οι ροές μεταξύ των καταστάσεων πρέπει να είναι ίσες.

$$\lambda_k P_k = \mu_{k+1} P_{k+1}, \quad \gamma\iota\alpha\ 0 \le k \le C-1$$

$$P_{k+1} = \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} P_k \quad \Rightarrow \quad P_{k+1} = \frac{\lambda_k \lambda_{k-1} \ldots \lambda_0}{\mu_{k+1} \mu_k \ldots \mu_1} P_0$$

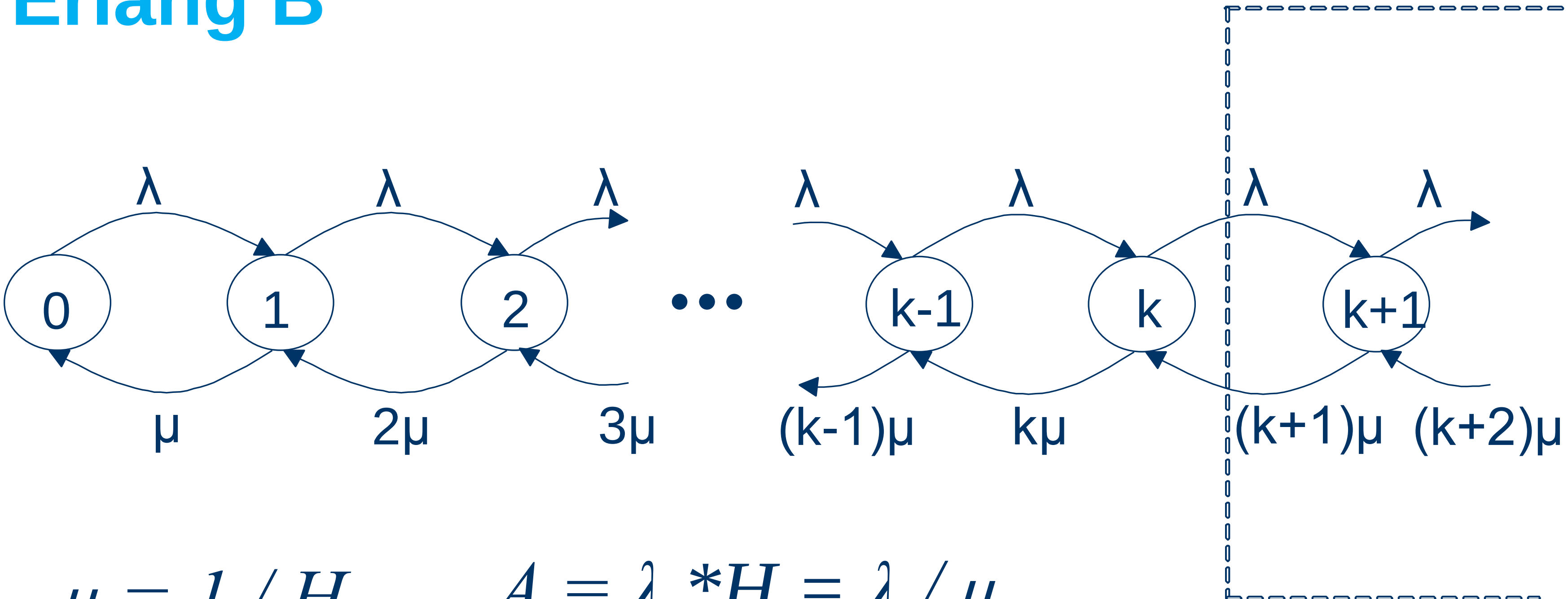
Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B

- Υποθέσεις:
  - Είναι διαθέσιμοι C δίαυλοι.
  - Η κατανομή άφιξης των κλήσεων είναι Poisson με ρυθμό λ.
  - Οι κλήσεις που βρίσκουν ελεύθερο δίαυλο εξυπηρετούνται αμέσως. Οι κλήσεις που βρίσκουν όλους τους διαύλους κατειλημμένους αποκλείονται και εγκαταλείπουν το σύστημα.
  - Οι χρόνοι κατάληψης των διαύλων είναι ανεξάρτητοι με εκθετική κατανομή και μέση διάρκεια $H = 1/\mu$.
  - Το σύστημα είναι σε στατιστική ισορροπία.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B



$$\mu = 1/H \qquad A = \lambda * H = \lambda / \mu$$

$$\lambda P_k = (k+1)\mu P_{k+1}, \quad \gamma\iota\alpha\ 0 \le k \le C-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{k+1} = \frac{A}{k+1} P_k \Rightarrow P_{k+1} = \frac{A^{k+1}}{(k+1)!} P_0$$

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B

$$P_{k+1} = \frac{A^{k+1}}{(k+1)!} P_0 \qquad \sum_{k=0}^{C} P_k = 1 \Rightarrow \sum_{k=0}^{C} \frac{A^k}{k!} P_0 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{C} \frac{A^k}{k!}}$$

$$\Pr[blocking] = P_C$$

$$\Pr[blocking] = \frac{\frac{A^C}{C!}}{\sum_{k=0}^{C} \frac{A^k}{k!}}$$

GOS

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B

Χωρητικότητα συστήματος (A) Erlang B

Αριθμός Διαύλων	*Χωρητικότητα σε erlang για GOS*			
	= 0.01	**= 0.005**	**= 0.002**	**= 0.001**
2	0.153	0.105	0.065	0.046
4	0.869	0.701	0.535	0.439
5	1.36	1.13	0.900	0.762
10	4.46	3.96	3.43	3.09
20	12.0	11.1	10.1	9.41
24	15.3	14.2	13.0	12.2
40	29.0	27.3	25.7	24.5
70	56.1	53.7	51.0	49.2
100	84.1	80.9	77.4	75.2

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B

- Η *απόδοση συγκέντρωσης (trunking efficiency)* είναι ένα μέτρο **για τον αριθμό των χρηστών** στους οποίους μπορεί να προσφερθεί ένας συγκεκριμένος *GOS*, με δεδομένη διάταξη των σταθερών διαύλων C.
- Στην πράξη ισούται με A εκφρασμένο σε αριθμό χρηστών με δεδομένη την προσφερόμενη κίνηση κάθε χρήστη και ονομάζεται χωρητικότητα χρηστών συστήματος
- Αριθμός εξυπηρετούμενων χρηστών
- Ο τρόπος ομαδοποίησης των διαύλων μπορεί να αλλάξει ουσιαστικά τον αριθμό των χρηστών που μπορεί να εξυπηρετήσει το σύστημα με συγκέντρωση.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B

Πίνακας Erlang B

C	Προσφερόμενη κίνηση Α (erlang)											
	Πιθανότητα αποκλεισμού Β (%)											
	0.01	0.05	0.1	0.5	1	2	5	10	15	20	30	40
1	.0001	.0005	.0010	.0050	.0101	.0204	.0526	.1111	.1765	.2500	.4286	.6667
2	.0142	.0321	.0458	.1054	.1526	.2235	.3813	.5954	.7962	1.000	1.449	2.000
3	.0868	.1517	.1938	.3490	.4555	.6022	.8994	1.271	1.603	1.930	2.633	3.480
4	.2347	.3624	.4393	.7012	.8694	1.092	1.525	2.045	2.501	2.945	3.891	5.021
5	.4520	.6486	.7621	1.132	1.361	1.657	2.219	2.881	3.454	4.010	5.189	6.596
6	.7282	.9957	1.146	1.622	1.909	2.276	2.960	3.758	4.445	5.109	6.514	8.191
7	1.054	1.392	1.579	2.158	2.501	2.935	3.738	4.666	5.461	6.230	7.856	9.800
8	1.422	1.830	2.051	2.730	3.128	3.627	4.543	5.597	6.498	7.369	9.213	11.42
9	1.826	2.302	2.558	3.333	3.783	4.345	5.370	6.546	7.551	8.522	10.58	13.05
10	2.260	2.803	3.092	3.961	4.461	5.084	6.216	7.511	8.616	9.685	11.95	14.68
11	2.722	3.329	3.651	4.610	5.160	5.842	7.076	8.487	9.691	10.86	13.33	16.31
12	3.207	3.878	4.231	5.279	5.876	6.615	7.950	9.474	10.78	12.04	14.72	17.95
13	3.713	4.447	4.831	5.964	6.607	7.402	8.835	10.47	11.87	13.22	16.11	19.60
14	4.239	5.032	5.446	6.663	7.352	8.200	9.730	11.47	12.97	14.41	17.50	21.24
15	4.781	5.634	6.077	7.376	8.108	9.010	10.63	12.48	14.07	15.61	18.90	22.89
16	5.339	6.250	6.722	8.100	8.875	9.828	11.54	13.50	15.18	16.81	20.30	24.54
17	5.911	6.878	7.378	8.834	9.652	10.66	12.46	14.52	16.29	18.01	21.70	26.19
18	6.496	7.519	8.046	9.578	10.44	11.49	13.39	15.55	17.41	19.22	23.10	27.84
19	7.093	8.170	8.724	10.33	11.23	12.33	14.32	16.58	18.53	20.42	24.51	29.50
20	7.701	8.831	9.412	11.09	12.03	13.18	15.25	17.61	19.65	21.64	25.92	31.15
21	8.319	9.501	10.11	11.86	12.84	14.04	16.19	18.65	20.77	22.85	27.33	32.81
22	8.946	10.18	10.81	12.64	13.65	14.90	17.13	19.69	21.90	24.06	28.74	34.46
23	9.583	10.87	11.52	13.42	14.47	15.76	18.08	20.74	23.03	25.28	30.15	36.12
24	10.23	11.56	12.24	14.20	15.30	16.63	19.03	21.78	24.16	26.50	31.56	37.78
25	10.88	12.26	12.97	15.00	16.13	17.51	19.99	22.83	25.30	27.72	32.97	39.44
26	11.54	12.97	13.70	15.80	16.96	18.38	20.94	23.89	26.43	28.94	34.39	41.10
27	12.21	13.69	14.44	16.60	17.80	19.27	21.90	24.94	27.57	30.16	35.80	42.76
28	12.88	14.41	15.18	17.41	18.64	20.15	22.87	26.00	28.71	31.39	37.21	44.41
29	13.56	15.13	15.93	18.22	19.49	21.04	23.83	27.05	29.85	32.61	38.63	46.07
30	14.25	15.86	16.68	19.03	20.34	21.93	24.80	28.11	31.00	33.84	40.05	47.74

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.4

Πόσοι χρήστες μπορούν να εξυπηρετηθούν με πιθανότητα αποκλεισμού 0.5% και με τους παρακάτω αναφερόμενους αριθμούς διαύλων, σε σύστημα που οι αποκλειόμενες κλήσεις απορρίπτονται;

(α) $C = 2$, (β) $C = 5$, (γ) $C = 10$, (δ) $C = 20$, (ε) $C = 100$.

Υποθέστε ότι κάθε χρήστης παράγει 0.1 erlang κίνησης.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.4

Λύση:

Από τον Πίνακα 3.2 βρίσκουμε τη συνολική χωρητικότητα σε erlang, για $GOS = 0.005$ και για τους διάφορους αριθμούς διαύλων. Χρησιμοποιώντας τη σχέση $A = N_u A_u$ μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των χρηστών που εξυπηρετούνται, δεδομένου ότι $A_u = 0.1$.

(α) $C = 2$.

Από τον Πίνακα 3.2 , για $GOS = 0.005$, βρίσκουμε $A = 0.105$ erlang, οπότε

$$N_u = \left\lfloor \frac{A}{A_u} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0.154}{0.1} \right\rfloor = 1 \text{ χρήστης}$$

(β) $C = 5$, $A_u = 0.1$ erlang, $GOS = 0.005$.

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow$ $A = 1.132$ erlang

$$N_u = \left\lfloor \frac{1.13}{0.1} \right\rfloor = 11 \text{ χρήστες.}$$

(γ) $C = 10$, $A_u = 0.1$ erlang, $GOS = 0.005$.

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow A = 3.961$ erlang

$$N_u = \left\lfloor \frac{3.96}{0.1} \right\rfloor = 39 \text{ χρήστες}$$

(δ) $C = 20$.

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow$ $A = 11.09$ erlang $\rightarrow N_u = 111$ χρήστες.

(ε) $C = 100$.

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow$ $A = 80.91$ erlang $\rightarrow N_u = 809$ χρήστες.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.5

Τρία ανταγωνιστικά κυψελωτά συστήματα κινητών επικοινωνιών (*Α*, *Β*, *Γ*) παρέχουν υπηρεσία σε αστική περιοχή με πληθυσμό 3 εκατομμύρια κατοίκους. Το *Α* έχει 400 κυψέλες με 24 διαύλους κατανεμημένους σε κάθε κυψέλη, το *Β* 100 κυψέλες με 64 διαύλους σε κάθε κυψέλη και το *Γ* 60 κυψέλες με 96 διαύλους σε κάθε κυψέλη. Βρείτε τον αριθμό των χρηστών που μπορεί να εξυπηρετηθεί με πιθανότητα αποκλεισμού 1%, αν κάθε χρήστης πραγματοποιεί κατά μέσο όρο 3 κλήσεις την ώρα και η μέση διάρκεια των κλήσεων είναι 2 λεπτά. Υποθέτοντας ότι και τα τρία συστήματα λειτουργούν με μέγιστη χωρητικότητα, υπολογίστε τη διείσδυση κάθε συστήματος στην αγορά.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.5

Λύση:
Η κίνηση που παράγεται από κάθε χρήστη είναι

$$A_u = \lambda H = 3 \times \frac{2}{60} = 0.1 \text{ erlang}$$

α) $C = 24$, $GOS = 0.01$

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow$ $A = 15.3$ erlang $\rightarrow N_u = 153$ χρήστες ανά κυψέλη.

Για αριθμό κυψελών $N_c = 400$, ο συνολικός αριθμός χρηστών στο σύστημα Α θα είναι

$$N_{u,A} = N_c \times N_u = 400 \times 153 = 61200 \text{ χρήστες.}$$

β) $C = 64$, $GOS = 0.01$

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow$ $A = 50.6$ erlang $\rightarrow N_u = 506$ χρήστες ανά κυψέλη.

Για αριθμό κυψελών $N_c = 100$, ο συνολικός αριθμός χρηστών στο σύστημα Β θα είναι

$$N_{u,B} = N_c \times N_u = 100 \times 506 = 50600 \text{ χρήστες.}$$

γ) $C = 96$, $GOS = 0.01$

Από τον Πίνακα 3.2 $\rightarrow A = 80.31$ erlang $\rightarrow N_u = 803$ χρήστες ανά κυψέλη.

Για αριθμό κυψελών $N_c = 60$, ο συνολικός αριθμός χρηστών στο σύστημα Γ θα είναι

$$N_{u,\Gamma} = N_c \times N_u = 60 \times 803 = 48180 \text{ χρήστες.}$$

Ο συνολικός αριθμός χρηστών στα τρία συστήματα θα είναι

$$N_{u,A} + N_{u,B} + N_{u,\Gamma} = 61200 + 50600 + 48180 = 159980 \text{ χρήστες.}$$

Η διείσδυση του κάθε συστήματος στην υπόψη αστική περιοχή θα είναι, αντίστοιχα

$$\delta_A = \frac{61200}{3000000} = 2.04\%$$

$$\delta_B = \frac{50600}{3000000} = 1.68\%$$

$$\delta_\Gamma = \frac{48180}{3000000} = 1.61\%$$

και η διείσδυση όλων των συστημάτων

$$\delta_{A.B.\Gamma} = \frac{159980}{3000000} = 5.33\%$$