

Βαθμός εξυπηρέτησης (Συνέχεια)

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.6

Σε κυψελωτό σύστημα, το οποίο εξυπηρετεί μια αστική περιοχή με έκταση 2000km^2 , διατίθεται φάσμα εύρους ζώνης 28MHz . Οι ραδιοδιάυλοι του συστήματος είναι αμφίδρομοι, έχουν εύρος ζώνης 200KHz ανά κατεύθυνση και κάθε ραδιοδιάυλος υποστηρίζει, με πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου, 8 διαύλους χρήστη. Ο συντελεστής επαναχρησιμοποίησης είναι $K=7$, κάθε κυψέλη έχει ακτίνα 3km και ο επιθυμητός $GOS = 0.02$ για σύστημα Erlang B. Αν η προσφερόμενη κίνηση είναι 0.1 erlang ανά χρήστη, υπολογίστε, (α) τον αριθμό των κυψελών του συστήματος, (β) τον αριθμό των διαύλων ανά κυψέλη, (γ) την προσφερόμενη κίνηση κάθε κυψέλης, (δ) τη μέγιστη προσφερόμενη κίνηση, (ε) τον ολικό αριθμό χρηστών που μπορεί να εξυπηρετηθούν για $GOS = 0.02$, (στ) τον μέγιστο αριθμό χρηστών που μπορεί να εξυπηρετηθεί από το σύστημα κάποια στιγμή.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.6

$$S_c = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 = 23.38 \text{ km}^2$$

οπότε ο συνολικός αριθμός των κυψελών N_c , στην περιοχή εξυπηρέτησης $A_s = 2000 \text{ km}^2$ θα είναι

$$N_c = \frac{A_s}{S_c} = \left\lceil \frac{2000}{23.38} \right\rceil = 86 \text{ κυψέλες.}$$

(β) Το συνολικό φάσμα για το σύστημα είναι $B_s = 28 \text{ MHz}$, το εύρος ζώνης κάθε αμφίδρομου διαύλου $W = 400 \text{ kHz}$ και ο συντελεστής επαναχρησιμοποίησης $K = 7$. Ο αριθμός R_C των ραδιοδιαύλων ανά κυψέλη θα είναι

$$R_C = \frac{B_s}{W \times K} = \left\lfloor \frac{28000}{400 \times 7} \right\rfloor = 10 \text{ ραδιοδίαυλοι / κυψέλη}$$

οπότε ο συνολικός αριθμός των διαύλων χρήστη C_C ανά κυψέλη θα είναι $10 \times 8 = 80$.

(γ) Για $C_C = 80$ και $GOS = 0.02$, βρίσκουμε από τον Πίνακα 3.2, ότι $A = 68.69 \text{ erlang/κυψέλη}$.

(δ) Η μέγιστη προσφερόμενη κίνηση θα είναι

$$N_c \times A = 86 \times 68.69 = 5907.34 \text{ erlang.}$$

(ε) Η προσφερόμενη κίνηση ανά χρήστη είναι $A_u = 0.1 \text{ erlang}$, οπότε ο συνολικός αριθμός χρηστών που μπορεί να εξυπηρετηθεί το σύστημα θα είναι

$$N_u = \frac{5907.34}{0.1} = 59073 \text{ χρήστες}$$

(στ) Ο συνολικός αριθμός διαύλων είναι

$$N_c \times C_C = 86 \times 80 = 6880 \text{ δίαυλοι}$$

οπότε ο μέγιστος αριθμός χρηστών, που μπορεί να εξυπηρετηθεί από το σύστημα κάποια στιγμή, είναι ίσος με τον αριθμό των διαθέσιμων διαύλων στο σύστημα, δηλαδή 6880 χρήστες.

Erlang B table

| No. of Trunks (N) | Traffic (A) in erlangs for P = | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,1% | 0,2% | 0,5% | 1% | 1,2% | 1,3% | 1,5% | 2% | 3% | 5% | 7% | 10% | 15% | 20% | 30% | 40% | 50% |
| 1 | 0,001 | 0,002 | 0,005 | 0,010 | 0,012 | 0,013 | 0,02 | 0,020 | 0,031 | 0,053 | 0,075 | 0,111 | 0,176 | 0,250 | 0,429 | 0,667 | 1,00 |
| 2 | 0,046 | 0,065 | 0,105 | 0,153 | 0,168 | 0,176 | 0,19 | 0,223 | 0,282 | 0,381 | 0,470 | 0,595 | 0,796 | 1,00 | 1,45 | 2,00 | 2,73 |
| 3 | 0,194 | 0,249 | 0,349 | 0,455 | 0,489 | 0,505 | 0,53 | 0,602 | 0,715 | 0,899 | 1,06 | 1,27 | 1,60 | 1,93 | 2,63 | 3,48 | 4,59 |
| 4 | 0,439 | 0,535 | 0,701 | 0,869 | 0,922 | 0,946 | 0,99 | 1,09 | 1,26 | 1,52 | 1,75 | 2,05 | 2,50 | 2,95 | 3,89 | 5,02 | 6,50 |
| 5 | 0,762 | 0,900 | 1,13 | 1,36 | 1,43 | 1,46 | 1,52 | 1,66 | 1,88 | 2,22 | 2,50 | 2,88 | 3,45 | 4,01 | 5,19 | 6,60 | 8,44 |
| 6 | 1,15 | 1,33 | 1,62 | 1,91 | 2,00 | 2,04 | 2,11 | 2,28 | 2,54 | 2,96 | 3,30 | 3,76 | 4,44 | 5,11 | 6,51 | 8,19 | 10,4 |
| 7 | 1,58 | 1,80 | 2,16 | 2,50 | 2,60 | 2,65 | 2,73 | 2,94 | 3,25 | 3,74 | 4,14 | 4,67 | 5,46 | 6,23 | 7,86 | 9,80 | 12,4 |
| 8 | 2,05 | 2,31 | 2,73 | 3,13 | 3,25 | 3,30 | 3,40 | 3,63 | 3,99 | 4,54 | 5,00 | 5,60 | 6,50 | 7,37 | 9,21 | 11,4 | 14,3 |
| 9 | 2,56 | 2,85 | 3,33 | 3,78 | 3,92 | 3,98 | 4,08 | 4,34 | 4,75 | 5,37 | 5,88 | 6,55 | 7,55 | 8,52 | 10,6 | 13,0 | 16,3 |
| 10 | 3,09 | 3,43 | 3,96 | 4,46 | 4,61 | 4,68 | 4,80 | 5,08 | 5,53 | 6,22 | 6,78 | 7,51 | 8,62 | 9,68 | 12,0 | 14,7 | 18,3 |
| 11 | 3,65 | 4,02 | 4,61 | 5,16 | 5,32 | 5,40 | 5,53 | 5,84 | 6,33 | 7,08 | 7,69 | 8,49 | 9,69 | 10,9 | 13,3 | 16,3 | 20,3 |
| 12 | 4,23 | 4,64 | 5,28 | 5,88 | 6,05 | 6,14 | 6,27 | 6,61 | 7,14 | 7,95 | 8,61 | 9,47 | 10,8 | 12,0 | 14,7 | 18,0 | 22,2 |
| 13 | 4,83 | 5,27 | 5,96 | 6,61 | 6,80 | 6,89 | 7,03 | 7,40 | 7,97 | 8,83 | 9,54 | 10,5 | 11,9 | 13,2 | 16,1 | 19,6 | 24,2 |
| 14 | 5,45 | 5,92 | 6,66 | 7,35 | 7,56 | 7,65 | 7,81 | 8,20 | 8,80 | 9,73 | 10,5 | 11,5 | 13,0 | 14,4 | 17,5 | 21,2 | 26,2 |
| 15 | 6,08 | 6,58 | 7,38 | 8,11 | 8,33 | 8,43 | 8,59 | 9,01 | 9,65 | 10,6 | 11,4 | 12,5 | 14,1 | 15,6 | 18,9 | 22,9 | 28,2 |
| 16 | 6,72 | 7,26 | 8,10 | 8,88 | 9,11 | 9,21 | 9,39 | 9,83 | 10,5 | 11,5 | 12,4 | 13,5 | 15,2 | 16,8 | 20,3 | 24,5 | 30,2 |
| 17 | 7,38 | 7,95 | 8,83 | 9,65 | 9,89 | 10,0 | 10,19 | 10,7 | 11,4 | 12,5 | 13,4 | 14,5 | 16,3 | 18,0 | 21,7 | 26,2 | 32,2 |
| 18 | 8,05 | 8,64 | 9,58 | 10,4 | 10,7 | 10,8 | 11,00 | 11,5 | 12,2 | 13,4 | 14,3 | 15,5 | 17,4 | 19,2 | 23,1 | 27,8 | 34,2 |
| 19 | 8,72 | 9,35 | 10,3 | 11,2 | 11,5 | 11,6 | 11,82 | 12,3 | 13,1 | 14,3 | 15,3 | 16,6 | 18,5 | 20,4 | 24,5 | 29,5 | 36,2 |
| 20 | 9,41 | 10,1 | 11,1 | 12,0 | 12,3 | 12,4 | 12,65 | 13,2 | 14,0 | 15,2 | 16,3 | 17,6 | 19,6 | 21,6 | 25,9 | 31,2 | 38,2 |
| | | | | | | | ... | | | | | | | | | | |
| 70 | 49,2 | 51,0 | 53,7 | 56,1 | 56,8 | 57,2 | 57,73 | 59,1 | 61,3 | 64,7 | 67,5 | 71,3 | 77,3 | 83,3 | 96,9 | 114,3 | 138,1 |
| 71 | 50,1 | 51,8 | 54,6 | 57,0 | 57,8 | 58,1 | 58,67 | 60,1 | 62,3 | 65,7 | 68,5 | 72,4 | 78,4 | 84,6 | 98,4 | 115,9 | 140,1 |
| 72 | 50,9 | 52,7 | 55,5 | 58,0 | 58,7 | 59,0 | 59,61 | 61,0 | 63,2 | 66,7 | 69,6 | 73,5 | 79,6 | 85,8 | 99,8 | 117,6 | 142,1 |
| 73 | 51,8 | 53,6 | 56,4 | 58,9 | 59,6 | 60,0 | 60,55 | 62,0 | 64,2 | 67,7 | 70,6 | 74,6 | 80,8 | 87,0 | 101,2 | 119,3 | 144,1 |
| 74 | 52,7 | 54,5 | 57,3 | 59,8 | 60,6 | 60,9 | 61,49 | 62,9 | 65,2 | 68,7 | 71,7 | 75,6 | 81,9 | 88,3 | 102,7 | 120,9 | 146,1 |
| 75 | 53,5 | 55,3 | 58,2 | 60,7 | 61,5 | 61,8 | 62,43 | 63,9 | 66,2 | 69,7 | 72,7 | 76,7 | 83,1 | 89,5 | 104,1 | 122,6 | 148,0 |
| 76 | 54,4 | 56,2 | 59,1 | 61,7 | 62,4 | 62,8 | 63,37 | 64,9 | 67,2 | 70,8 | 73,8 | 77,8 | 84,2 | 90,8 | 105,5 | 124,3 | 150,0 |
| 77 | 55,2 | 57,1 | 60,0 | 62,6 | 63,4 | 63,7 | 64,32 | 65,8 | 68,1 | 71,8 | 74,8 | 78,9 | 85,4 | 92,0 | 106,9 | 125,9 | 152,0 |
| 78 | 56,1 | 58,0 | 60,9 | 63,5 | 64,3 | 64,7 | 65,26 | 66,8 | 69,1 | 72,8 | 75,9 | 80,0 | 86,6 | 93,3 | 108,4 | 127,6 | 154,0 |
| 79 | 56,9 | 58,8 | 61,8 | 64,4 | 65,2 | 65,6 | 66,20 | 67,7 | 70,1 | 73,8 | 76,9 | 81,1 | 87,7 | 94,5 | 109,8 | 129,3 | 156,0 |
| 80 | 57,8 | 59,7 | 62,7 | 65,4 | 66,2 | 66,5 | 67,15 | 68,7 | 71,1 | 74,8 | 78,0 | 82,2 | 88,9 | 95,7 | 111,2 | 130,9 | 158,0 |
| 81 | 58,7 | 60,6 | 63,6 | 66,3 | 67,1 | 67,5 | 68,09 | 69,6 | 72,1 | 75,8 | 79,0 | 83,3 | 90,1 | 97,0 | 112,6 | 132,6 | 160,0 |
| 82 | 59,5 | 61,5 | 64,5 | 67,2 | 68,0 | 68,4 | 69,04 | 70,6 | 73,0 | 76,9 | 80,1 | 84,4 | 91,2 | 98,2 | 114,1 | 134,3 | 162,0 |
| 83 | 60,4 | 62,4 | 65,4 | 68,2 | 69,0 | 69,4 | 69,99 | 71,6 | 74,0 | 77,9 | 81,1 | 85,5 | 92,4 | 99,5 | 115,5 | 135,9 | 164,0 |
| 84 | 61,3 | 63,2 | 66,3 | 69,1 | 69,9 | 70,3 | 70,93 | 72,5 | 75,0 | 78,9 | 82,2 | 86,6 | 93,6 | 100,7 | 116,9 | 137,6 | 166,0 |
| 85 | 62,1 | 64,1 | 67,2 | 70,0 | 70,9 | 71,2 | 71,88 | 73,5 | 76,0 | 79,9 | 83,2 | 87,7 | 94,7 | 102,0 | 118,3 | 139,3 | 168,0 |
| 86 | 63,0 | 65,0 | 68,1 | 70,9 | 71,8 | 72,2 | 72,83 | 74,5 | 77,0 | 80,9 | 84,3 | 88,8 | 95,9 | 103,2 | 119,8 | 140,9 | 170,0 |
| 87 | 63,9 | 65,9 | 69,0 | 71,9 | 72,7 | 73,1 | 73,78 | 75,4 | 78,0 | 82,0 | 85,3 | 89,9 | 97,1 | 104,5 | 121,2 | 142,6 | 172,0 |
| 88 | 64,7 | 66,8 | 69,9 | 72,8 | 73,7 | 74,1 | 74,73 | 76,4 | 78,9 | 83,0 | 86,4 | 91,0 | 98,2 | 105,7 | 122,6 | 144,3 | 174,0 |
| 89 | 65,6 | 67,7 | 70,8 | 73,7 | 74,6 | 75,0 | 75,68 | 77,3 | 79,9 | 84,0 | 87,4 | 92,1 | 99,4 | 106,9 | 124,0 | 145,9 | 176,0 |
| 90 | 66,5 | 68,6 | 71,8 | 74,7 | 75,6 | 76,0 | 76,63 | 78,3 | 80,9 | 85,0 | 88,5 | 93,1 | 100,6 | 108,2 | 125,5 | 147,6 | 178,0 |

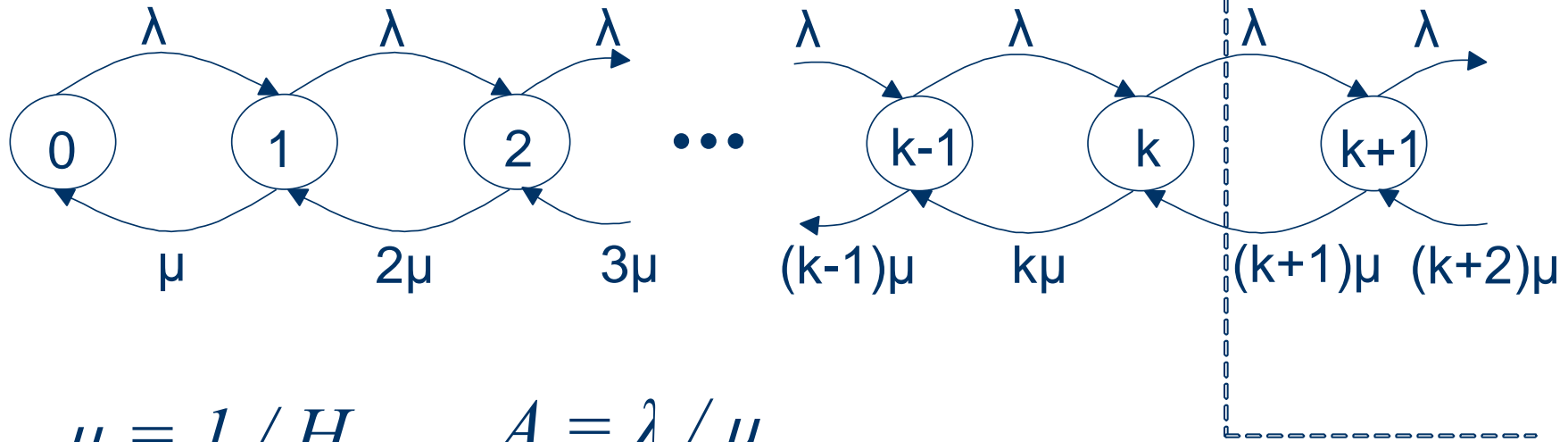
Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang C

- Παρόμοιες υποθέσεις με Erlang B.
- Είναι διαθέσιμοι C δίαυλοι.
- Η κατανομή άφιξης των κλήσεων είναι Poisson με ρυθμό λ .
- Αν μια εισερχόμενη κλήση δεν βρίσκει ελεύθερο δίαυλο, τοποθετείται σε ουρά αναμονής με άπειρο μήκος.
- Κάθε κλήση εξυπηρετείται με τη σειρά άφιξής της.

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang B

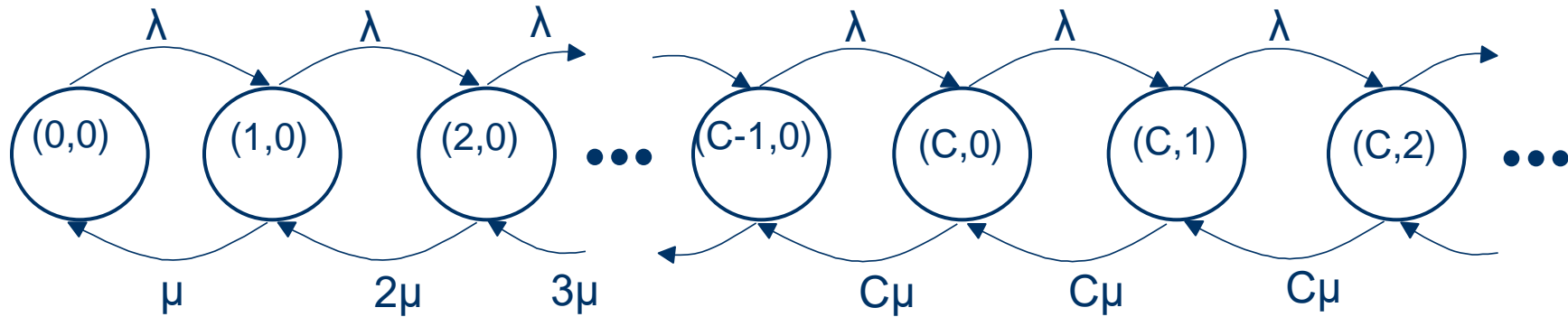


$$\lambda P_k = (k + 1) \mu P_{k+1}, \quad \text{για } 0 \leq k \leq C - 1 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow P_{k+1} = \frac{A}{k + 1} P_k \quad \rightarrow \quad P_{k+1} = \frac{A^{k+1}}{(k + 1)!} P_0$$

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang C



$$\lambda P_k = (k+1)\mu P_{k+1}, \quad \text{για } 0 \leq k \leq C-1$$

$$\lambda P_k = C\mu P_{k+1}, \quad \text{για } k \geq C$$

$$P_k = \frac{A^k}{k!} P_0, \quad \text{για } 0 \leq k \leq C$$

$$P_k = \left(\frac{\lambda}{\mu C} \right)^{k-C} \times P_C = \frac{A^k}{C^{k-C} C!} P_0 \quad \text{για } k \geq C$$

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang C

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k = 1,$$

$$\sum_{k=0}^{C-1} \frac{A^k}{k!} P_0 + \sum_{k=C}^{\infty} \frac{A^k}{C^{k-C} C!} P_0 = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{C-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^C}{C!(1 - \frac{A}{C})}}$$

$$\Pr[\text{delay} > 0] = \sum_{k=C}^{\infty} P_k$$

$$\Pr[\text{delay} > 0] = \frac{A^C}{A^C + C! \left(1 - \frac{A}{C}\right) \sum_{k=0}^{C-1} \frac{A^k}{k!}}$$

GOS

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Erlang C

Πίνακας Erlang C

| C | Προσφερόμενη κίνηση A (erlang) | | | | | | | | | | | |
|----|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | Πιθανότητα καθυστέρησης B (%) | | | | | | | | | | | |
| | 0.01 | 0.05 | 0.1 | 0.5 | 1 | 2 | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 | 40 |
| 1 | .0001 | .0005 | .0010 | .0050 | .0100 | .0200 | .0500 | .1000 | .1500 | .2000 | .3000 | .4000 |
| 2 | .0142 | .0319 | .0452 | .1025 | .1465 | .2103 | .3422 | .5000 | .6278 | .7403 | .9390 | 1.117 |
| 3 | .0860 | .1490 | .1894 | .3339 | .4291 | .5545 | .7876 | 1.040 | 1.231 | 1.393 | 1.667 | 1.903 |
| 4 | .2310 | .3533 | .4257 | .6641 | .8100 | .9939 | 1.319 | 1.653 | 1.899 | 2.102 | 2.440 | 2.725 |
| 5 | .4428 | .6289 | .7342 | 1.065 | 1.259 | 1.497 | 1.905 | 2.313 | 2.607 | 2.847 | 3.241 | 3.569 |
| 6 | .7110 | .9616 | 1.099 | 1.519 | 1.758 | 2.047 | 2.532 | 3.007 | 3.344 | 3.617 | 4.062 | 4.428 |
| 7 | 1.026 | 1.341 | 1.510 | 2.014 | 2.297 | 2.633 | 3.188 | 3.725 | 4.103 | 4.406 | 4.897 | 5.298 |
| 8 | 1.382 | 1.758 | 1.958 | 2.543 | 2.866 | 3.246 | 3.869 | 4.463 | 4.878 | 5.210 | 5.744 | 6.178 |
| 9 | 1.771 | 2.208 | 2.436 | 3.100 | 3.460 | 3.883 | 4.569 | 5.218 | 5.668 | 6.027 | 6.600 | 7.065 |
| 10 | 2.189 | 2.685 | 2.942 | 3.679 | 4.077 | 4.540 | 5.285 | 5.986 | 6.469 | 6.853 | 7.465 | 7.959 |
| 11 | 2.634 | 3.186 | 3.470 | 4.279 | 4.712 | 5.213 | 6.015 | 6.765 | 7.280 | 7.688 | 8.336 | 8.857 |
| 12 | 3.100 | 3.708 | 4.018 | 4.896 | 5.363 | 5.901 | 6.758 | 7.554 | 8.099 | 8.530 | 9.212 | 9.761 |
| 13 | 3.587 | 4.248 | 4.584 | 5.529 | 6.028 | 6.602 | 7.511 | 8.352 | 8.926 | 9.379 | 10.09 | 10.67 |
| 14 | 4.092 | 4.805 | 5.166 | 6.175 | 6.705 | 7.313 | 8.273 | 9.158 | 9.760 | 10.23 | 10.98 | 11.58 |
| 15 | 4.614 | 5.377 | 5.762 | 6.833 | 7.394 | 8.035 | 9.044 | 9.970 | 10.60 | 11.09 | 11.87 | 12.49 |
| 16 | 5.150 | 5.962 | 6.371 | 7.502 | 8.093 | 8.766 | 9.822 | 10.79 | 11.44 | 11.96 | 12.77 | 13.41 |
| 17 | 5.699 | 6.560 | 6.991 | 8.182 | 8.801 | 9.505 | 10.61 | 11.61 | 12.29 | 12.83 | 13.66 | 14.33 |
| 18 | 6.261 | 7.169 | 7.622 | 8.871 | 9.518 | 10.25 | 11.40 | 12.44 | 13.15 | 13.70 | 14.56 | 15.25 |
| 19 | 6.835 | 7.788 | 8.263 | 9.568 | 10.24 | 11.01 | 12.20 | 13.28 | 14.01 | 14.58 | 15.47 | 16.18 |
| 20 | 7.419 | 8.417 | 8.914 | 10.27 | 10.97 | 11.77 | 13.00 | 14.12 | 14.87 | 15.45 | 16.37 | 17.10 |
| 21 | 8.013 | 9.055 | 9.572 | 10.99 | 11.71 | 12.53 | 13.81 | 14.96 | 15.73 | 16.34 | 17.28 | 18.03 |
| 22 | 8.616 | 9.702 | 10.24 | 11.70 | 12.46 | 13.30 | 14.62 | 15.81 | 16.60 | 17.22 | 18.19 | 18.96 |
| 23 | 9.228 | 10.36 | 10.91 | 12.43 | 13.21 | 14.08 | 15.43 | 16.65 | 17.47 | 18.11 | 19.10 | 19.89 |
| 24 | 9.848 | 11.02 | 11.59 | 13.16 | 13.96 | 14.86 | 16.25 | 17.51 | 18.35 | 19.00 | 20.02 | 20.82 |
| 25 | 10.48 | 11.69 | 12.28 | 13.90 | 14.72 | 15.65 | 17.08 | 18.36 | 19.22 | 19.89 | 20.93 | 21.76 |
| 26 | 11.11 | 12.36 | 12.97 | 14.64 | 15.49 | 16.44 | 17.91 | 19.22 | 20.10 | 20.79 | 21.85 | 22.69 |
| 27 | 11.75 | 13.04 | 13.67 | 15.38 | 16.26 | 17.23 | 18.74 | 20.08 | 20.98 | 21.68 | 22.77 | 23.63 |
| 28 | 12.40 | 13.73 | 14.38 | 16.14 | 17.03 | 18.03 | 19.57 | 20.95 | 21.87 | 22.58 | 23.69 | 24.57 |
| 29 | 13.05 | 14.42 | 15.09 | 16.89 | 17.81 | 18.83 | 20.41 | 21.82 | 22.75 | 23.48 | 24.61 | 25.50 |
| 30 | 13.71 | 15.12 | 15.80 | 17.65 | 18.59 | 19.64 | 21.25 | 22.68 | 23.64 | 24.38 | 25.54 | 26.44 |

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.7

$K = 7$ εξαγωνικές κυψέλες $R = 2.31$ km, $C_{o\lambda} = 84$.
Αν $A_u = 0.06$ erlang και $\lambda_u = 2$ κλήσεις / ώρα,
υπολογίστε τα παρακάτω για σύστημα Erlang C με
 $GOS = 0.05$.

- α) Πόσοι χρήστες ανά km^2 θα υποστηρίζονται από το σύστημα;
- β) Ποια είναι η πιθανότητα μια καθυστερημένη κλήση να περιμένει περισσότερο από 12 sec;
- γ) Ποια είναι η πιθανότητα να καθυστερήσει μια κλήση περισσότερο από 12 sec;

Υπολογισμός βαθμού εξυπηρέτησης

Παράδειγμα 3.7

Λύση:

(α) Το εμβαδόν S_c κάθε εξαγωνικής κυψέλης είναι

$$S_c = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2 = 6 \text{ km}^2$$

Ο αριθμός των διαύλων ανά κυψέλη θα είναι $C_C = C_{\text{ολ}} / K = 84 / 7 = 12$. Από τον Πίνακα 3.3, για $C_C = 12$ και $GOS = 5\%$, προκύπτει $A = 6.758$ erlang.

Ο αριθμός των χρηστών ανά κυψέλη θα είναι

$$N_u = \left\lfloor \frac{A}{A_u} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6.758}{0.06} \right\rfloor = 112 \text{ χρήστες}$$

οπότε θα αντιστοιχούν $N_u / S_c = 112 / 6 = 18$ χρήστες/km²

β) Για $\lambda = 2$ κλήσεις / ώρα, η μέση διάρκεια των κλήσεων θα είναι

$$H = \frac{A_u}{\lambda} = 0.03 \text{ ώρες} = 108 \text{ sec,}$$

οπότε

$$\Pr[\text{delay} > t / \text{delay} > 0] = e^{-\frac{(C-A)t}{H}} = e^{-\frac{(12-6.758)12}{108}} = 0.5585$$

γ) Για $C = 12$ και $A = 6.758$ erlang

$$\Pr[\text{dealy} > 12] = \Pr[\text{delay} > 0] \Pr[\text{delay} > t / \text{delay} > 0] = 0.05 \times 0.5585 = 0.0279$$

Φασματική απόδοση κυψελωτών συστημάτων

Ολικό αξιοποιούμενο εύρος ζώνης:

$$B_s = C_c \cdot K \cdot W$$

Δίαυλοι ανά
κυψέλη



Αριθμός επαναχρησιμοποίησης

Εύρος ανά δίαυλο

Φασματική απόδοση κυψελωτών συστημάτων

Έστω ένα σύστημα S που περιέχει ένα σύνολο κυψελών οργανωμένες σε ομάδες επαναχρησιμοποίησης με K κυψέλες η κάθε μία.

Φασματική απόδοση συστήματος

$$\eta_s = \frac{A_c}{B_s \cdot S_c} = \frac{A_c}{C_c \cdot K \cdot W \cdot S_c}$$

A_c = μέση μεταφερόμενη κίνηση ανά κυψέλη

S_c = μέσο εμβαδό κυψέλης συστήματος

Η φασματική απόδοση εκφράζεται σε *erlang/MHz/km²* (όχι σε *erlang/Hz/m²*).

Φασματική απόδοση κυψελωτών συστημάτων

Παράδειγμα 3.8:

Κυψέλες ανά ομάδα **K=7**

Ολικός αριθμός διαύλων **C=395**

Κίνηση ανά χρήστη **Au=0,03 erlang**

Μέση διάρκεια κλήσεων **H=120 sec**

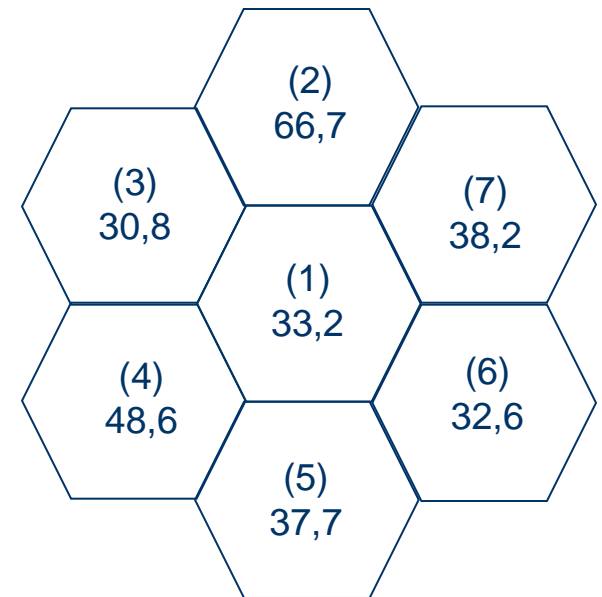
Έκταση εξυπηρέτησης **1200km²**

GOS = 0,02

Υπολογίστε:

- α) αριθμό απαιτούμενων διαύλων για κάθε κυψέλη
- β) αριθμό εξυπηρετούμενων συνδρομητών
- γ) μέσο αριθμό χρηστών ανά δίαυλο συστήματος
- δ) μέσο εξυπηρετούμενο αριθμό κλήσεων/ώρα
- ε) πυκνότητα χρηστών ανά km²
- στ) πυκνότητα κλήσεων ανά km²
- ζ) μέση ακτίνα κυψέλης σε km
- η) χρησιμοποίηση διαύλων σε κάθε κυψέλη

Κατανομή κίνησης ανά κυψέλη



Erlang B

Erlang B Table

| <i>Ch</i> | 1% | 2% | 5% | <i>Ch</i> | 1% | 2% | 5% |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 7 | 2.50 | 2.94 | 3.74 | 29 | 19.49 | 21.04 | 23.83 |
| 8 | 3.12 | 3.63 | 4.54 | 30 | 20.34 | 21.93 | 24.80 |
| 9 | 3.78 | 4.34 | 5.37 | 31 | 21.19 | 22.83 | 25.77 |
| 10 | 4.46 | 5.08 | 6.21 | 32 | 22.04 | 23.73 | 26.75 |
| 11 | 5.16 | 5.84 | 7.07 | 33 | 22.90 | 24.63 | 27.72 |
| 12 | 5.87 | 6.61 | 7.95 | 34 | 23.77 | 25.53 | 28.70 |
| 13 | 6.60 | 7.40 | 8.83 | 35 | 24.63 | 26.44 | 29.68 |
| 14 | 7.35 | 8.20 | 9.72 | 36 | 25.51 | 27.34 | 30.66 |
| 15 | 8.10 | 9.00 | 10.63 | 37 | 26.38 | 28.25 | 31.64 |
| 16 | 8.87 | 9.82 | 11.54 | 38 | 27.25 | 29.16 | 32.62 |
| 17 | 9.65 | 10.65 | 12.46 | 39 | 28.13 | 30.08 | 33.61 |
| 18 | 10.43 | 11.49 | 13.39 | 40 | 29.01 | 31.00 | 34.60 |
| 19 | 11.23 | 12.33 | 14.31 | 41 | 29.89 | 31.92 | 35.58 |
| 20 | 12.03 | 13.18 | 15.25 | 42 | 30.77 | 32.83 | 36.57 |
| 21 | 12.83 | 14.03 | 16.19 | 43 | 31.66 | 33.76 | 37.56 |
| 22 | 13.65 | 14.90 | 17.13 | 44 | 32.54 | 34.68 | 38.56 |
| 23 | 14.47 | 15.76 | 18.08 | 45 | 33.43 | 35.60 | 39.55 |
| 24 | 15.29 | 16.63 | 19.03 | 46 | 34.32 | 36.53 | 40.55 |
| 25 | 16.12 | 17.50 | 19.99 | 47 | 35.21 | 37.46 | 41.54 |
| 26 | 16.95 | 18.38 | 20.94 | 48 | 36.11 | 38.39 | 42.54 |
| 27 | 17.97 | 19.26 | 21.90 | 49 | 37.00 | 39.32 | 43.53 |
| 28 | 18.64 | 20.15 | 22.86 | 50 | 37.90 | 40.25 | 44.53 |

Λύση:

α,β) Η προσφερόμενη κίνηση από κάθε χρήστη είναι $A_u = 0.03$ erlang και η μέση διάρκεια των κλήσεων $H = 120 \text{ sec} = 0.033 \text{ h}$. Θα έχουμε λοιπόν

$$\lambda = \frac{A_u}{H} = \frac{0.03}{0.033} = 0.9 \text{ κλήσεις / ώρα / χρήστη}$$

Για την κυψέλη (1), ο αριθμός των χρηστών N_u θα είναι

$$N_u = \left\lfloor \frac{A_1}{A_u} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{33.2}{0.03} \right\rfloor = 1106 \text{ χρήστες}$$

και ο αριθμός των κλήσεων ανά ώρα στην κυψέλη αυτή θα είναι

$$\lambda_1 = \lambda \times N_u = 0.9 \times 1106 = 995.4 \text{ κλήσεις / ώρα.}$$

Από τον Πίνακα 3.2, για $A = 33.2$ erlang και $GOS = 0.02$, βρίσκουμε $C = 43$ δίαυλοι. Η χρησιμοποίηση των διαύλων αυτών θα είναι $A / C = 33.2 / 43 = 0.77$.

| Κυψέλη | Κίνηση (erlang) | Αριθμός Χρηστών | Αριθμός Κλήσεων | Απαιτούμενοι δίαυλοι | Χρησιμοποίηση διαύλων |
|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------------|
| 1 | 33.2 | 1106 | 995.4 | 43 | 0.77 |
| 2 | 66.7 | 2223 | 2000.7 | 78 | 0.86 |
| 3 | 30.8 | 1026 | 923.4 | 40 | 0.77 |
| 4 | 48.6 | 1620 | 1458.0 | 59 | 0.82 |
| 5 | 37.8 | 1260 | 1134.0 | 48 | 0.79 |
| 6 | 32.6 | 1086 | 977.4 | 42 | 0.78 |
| 7 | 38.2 | 1273 | 1145.7 | 48 | 0.80 |
| Σύνολο | 287.9 | 9594 | 8634.6 | 358 | |

Στον παραπάνω πίνακα απεικονίζονται οι παραπάνω υπολογισμοί για όλες τις κυψέλες.

γ) Ο μέσος αριθμός χρηστών ανά δίαυλο του συστήματος θα είναι

$$N_{u,ολ} / C_{ολ} = 9594 / 358 = 26.8 \text{ χρήστες / δίαυλο.}$$

δ) Ο μέσος αριθμός κλήσεων, όπως φαίνεται στον πίνακα, είναι 8634.6.

ε) Η πυκνότητα χρηστών είναι $9594 / 1200 \text{ km}^2 \approx 8 \text{ χρήστες / km}^2$.

στ) Η πυκνότητα κλήσεων είναι $8634.6 / 1200 \text{ km}^2 = 7.2 \text{ κλήσεις / km}^2$.

ζ) Το εμβαδόν κάθε κυψέλης θα είναι $S_c = 1200 / 7 \text{ km}^2$. Δεδομένου ότι η σχέση που δίνει το εμβαδόν είναι

$$S_c = \frac{3\sqrt{3}}{2} R^2$$

προκύπτει $R = 8.12 \text{ km}$.

η) Η χρησιμοποίηση των διαύλων για κάθε κυψέλη φαίνεται στην τελευταία στήλη του πίνακα.