Διαστημικό Περιβάλλον

Space Environment

Space Environment
Lecture 5

Plasma – Particle motion

Γιατί αρκεί τόσο μικρός βαθμός ιονισμού;

Επειδή:

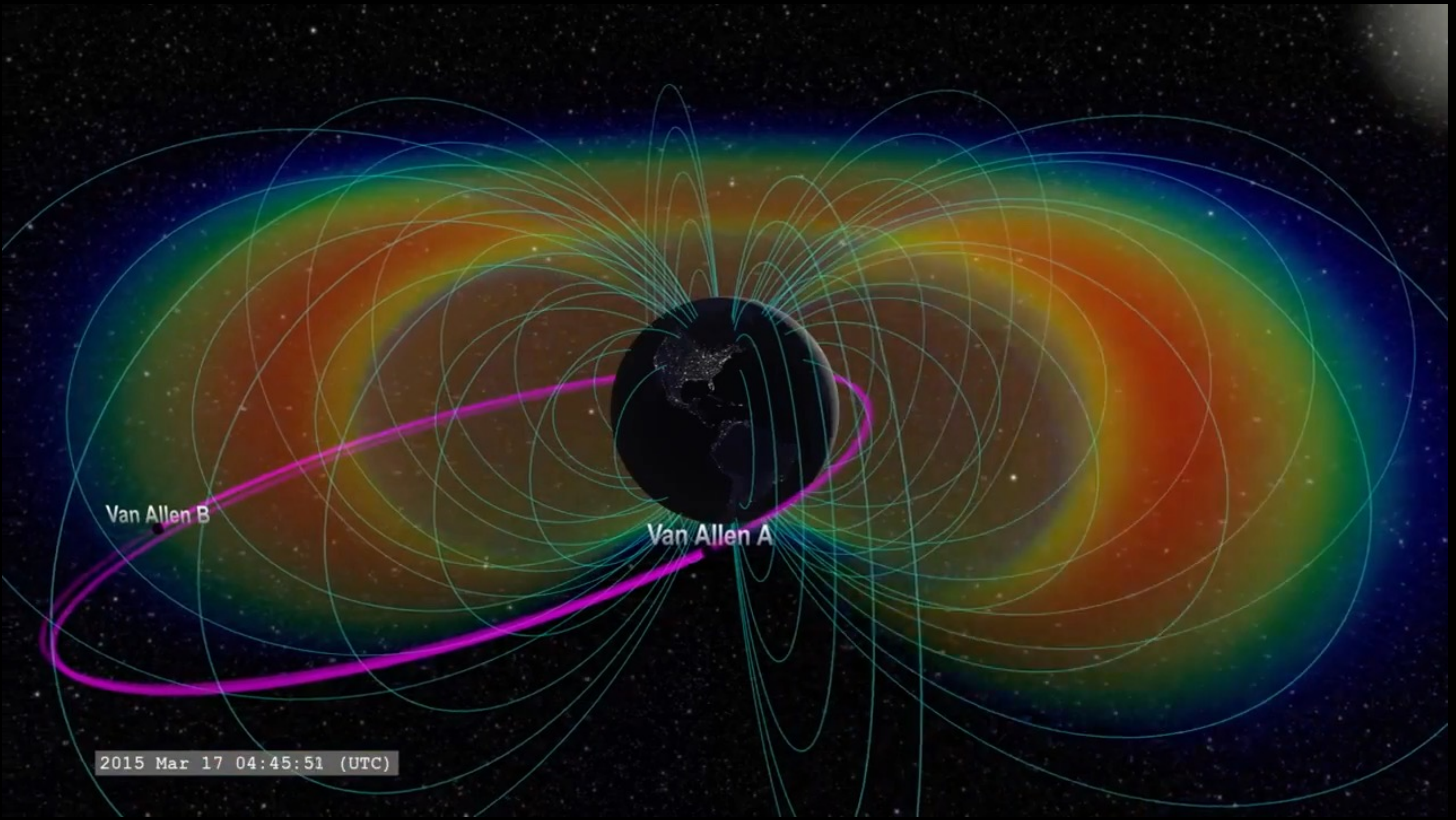
$$F_e >>> F_g$$

Επειδή:

$$F_e \sim k_e = \mathbf{8.99 \times 10^{9}}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$$

$$F_g \sim G = \mathbf{6.674 \times 10^{-11}}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$$

Video showing electron motion (διαθέσιμο στον υποφάκελο «Συμπληρωματικό υλικό»)



Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων

Βασικές κινήσεις φορτισμένων σωματιδίων:

– Γυροκίνηση

– Ανάκλαση

– Ολίσθηση

Γωνία κλίσης, κώνος διαφυγής/απώλειας, υετός (**precipitation**) και απώλεια σωματιδίων

Αδιαβατικές αναλλοίωτες της κίνησης

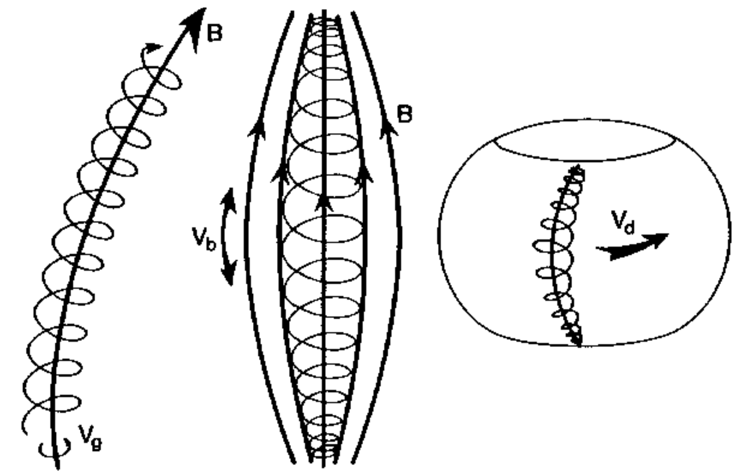
Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων

Periodic motion

- Energetic particles undergo three types of periodic motion:
  - They gyrate around the magnetic field
  - They bounce between the mirror points
  - They drift around the Earth
- Associated adiabatic invariant

1 MeV electron, α = 45°, L = 4.5



	gyro motion	bounce motion	drift motion
f	10 kHz	3 Hz	1 mHz
T	0.1 ms	0.36 s	15 min
	$\mu = \frac{p_\perp^2}{2mB}$	$J = \int_{bounce} p_\parallel ds$	$\Phi = \int_{drift} BdS$

Forces on charged particles (single particle theory)

– Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$

Forces on charged particles (single particle theory)

- Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$
- Magnetic force $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$

Forces on charged particles (single particle theory)

– Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$

– Magnetic force $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$

– Lorentz force $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$

Forces on charged particles (single particle theory)

- Electric force $\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$
- Magnetic force $\mathbf{F}_B = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$
- Lorentz force $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$
- Neutral forces $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$

Single Particle Motion

Consider the Lorentz force when $\mathbf{E}(\mathbf{x},t)$ and $\mathbf{B}(\mathbf{x},t)$ are specified.

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\left[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right]$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{x},t)$$

SI Units

mass (m) - kg
length (l) - m
time (t) - s
electric field (E) - V/m
magnetic field (B) - T
velocity (v) - m/s
F_g stands for non-electromagnetic forces (e.g. gravity) - **usually ignorable**.

Βασική κίνηση φορτισμένου σωματιδίου

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου q
σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο
κάτω από την επίδραση της δύναμης Lorentz:

Βασική κίνηση φορτισμένου σωματιδίου

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου q

σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

κάτω από την επίδραση της δύναμης Lorentz:

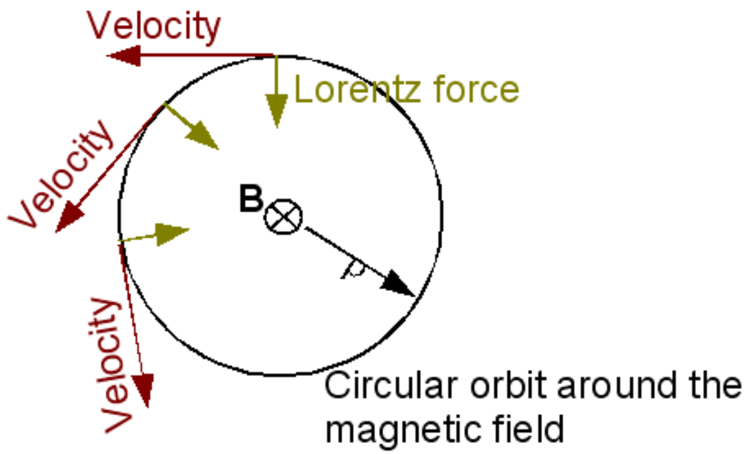
$$\overline{F} = m\frac{d\overline{v}}{dt} = q\left(\overline{E} + \overline{v} \times \overline{B}\right) + \overline{F}_{ext}$$

Βασική κίνηση φορτισμένου σωματιδίου

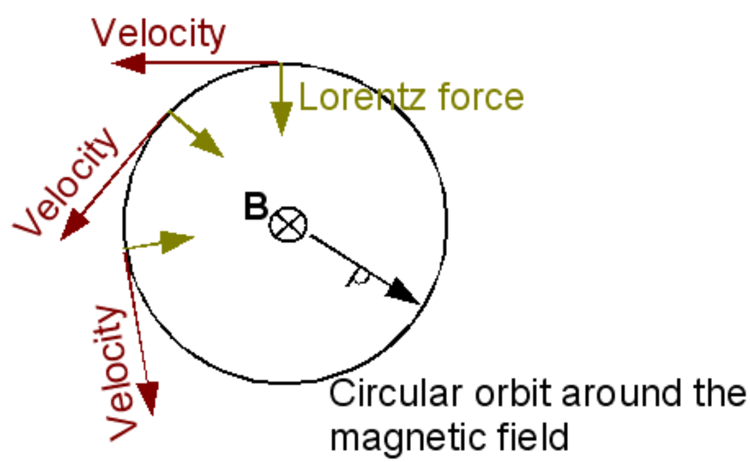
Απλούστερη περίπτωση:

$$E = 0$$

$$\bar{F} = q\left(\bar{v} \times \bar{B}\right)$$

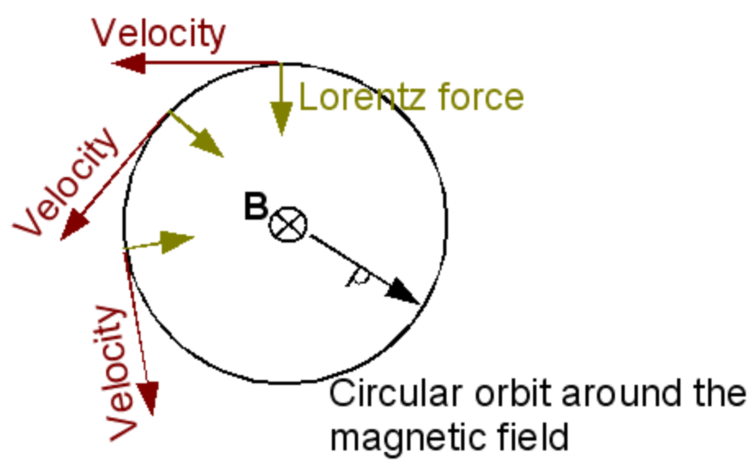


Σε στατικό, ομογενές μαγνητικό πεδίο Β,
με Ε=0 και χωρίς άλλη δύναμη,
το φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί
κυκλική κίνηση γύρω από τη δυναμική γραμμή του Β

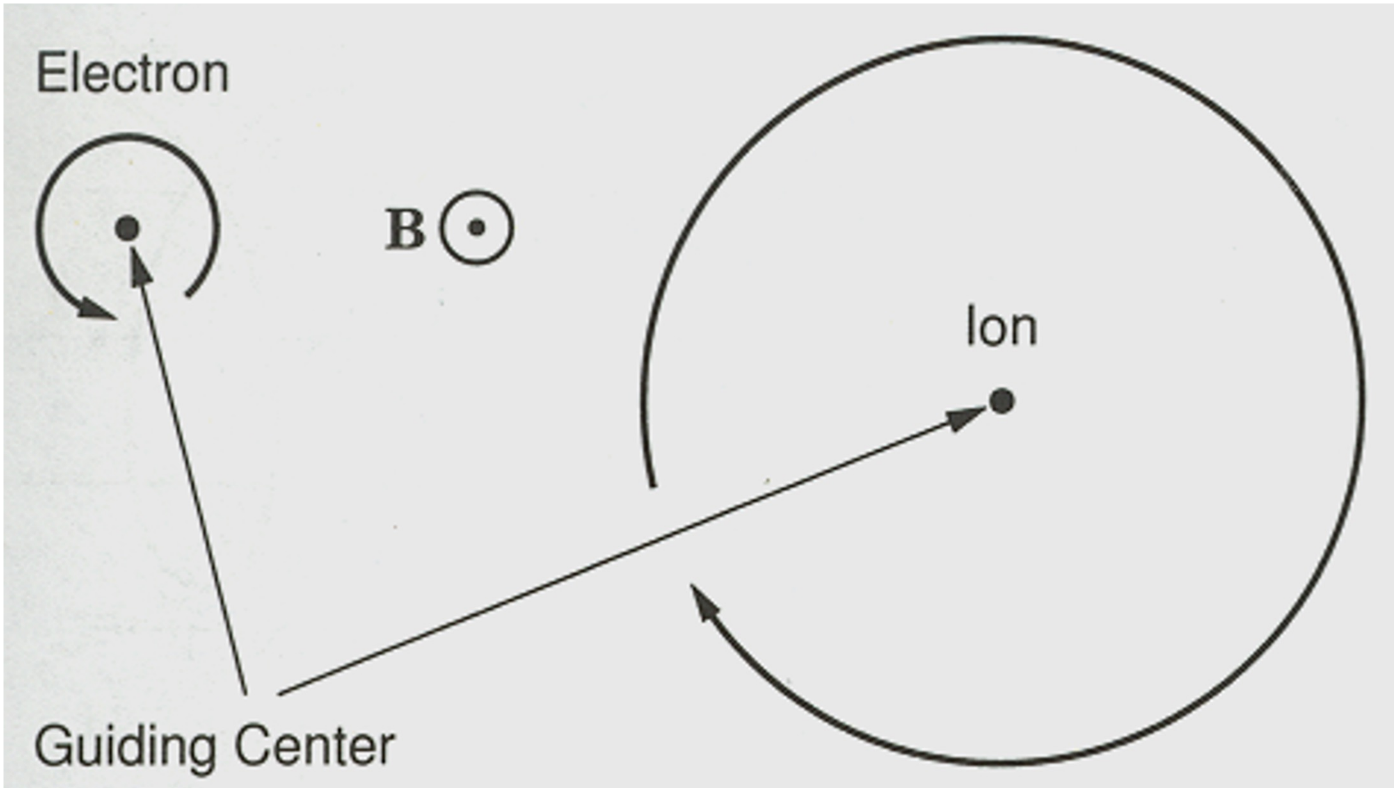


$$\overline{F} = q\left(\overline{v} \times \overline{B}\right)$$

Σε στατικό, ομογενές μαγνητικό πεδίο B,
με E=0 και χωρίς άλλη δύναμη,
το φορτισμένο σωματίδιο εκτελεί
κυκλική κίνηση γύρω από τη δυναμική γραμμή του B



How Boring!


Electron
B
Ion
Guiding Center

Uniform magnetic field, and $\mathbf{E} = \mathbf{0}$:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

It is customary (and very useful) to set $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}$ (natural comp.)

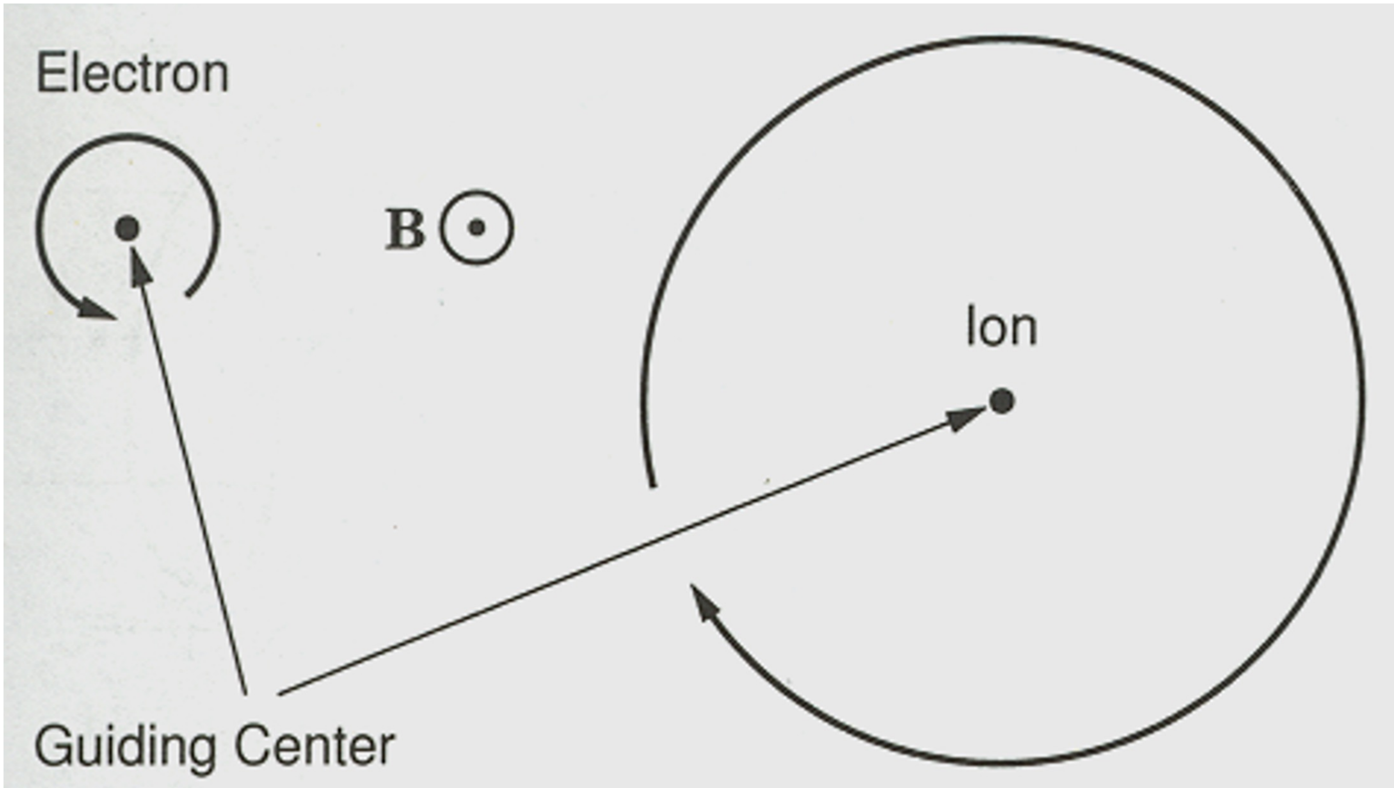
Note that $\left(\mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}\right)\times\mathbf{B} = \mathbf{v}_{\perp}\times\mathbf{B}$. Then

$$m\frac{d\mathbf{v}_{//}}{dt} = 0, \quad m\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = q\mathbf{v}_{\perp}\times\mathbf{B} \text{ or}$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}\mathbf{v}_{\perp}\times\mathbf{B} = \mathbf{v}_{\perp}\times\Omega\mathbf{b} \text{ with}$$

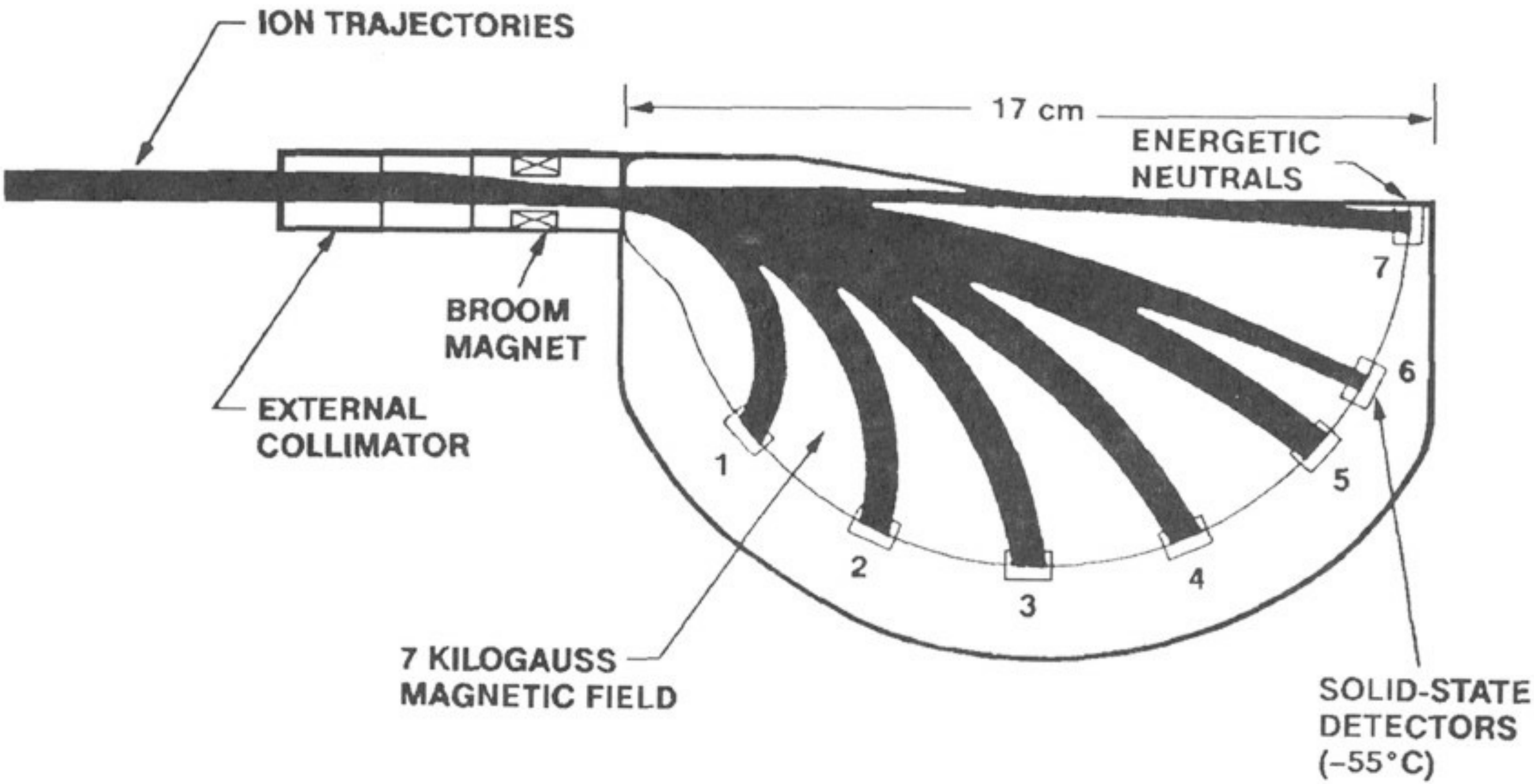
$\Omega = \dfrac{qB}{m}$, $\mathbf{b} = \dfrac{\mathbf{B}}{B}$, Ω is the angular gyrofrequency (Lamor frequency)

–If q is positive particle gyrates in left handed sense
–If q is negative particle gyrates in a right handed sense



$$r_c = \frac{mv_\perp}{qB} \qquad \omega_c = \frac{qB}{m}$$

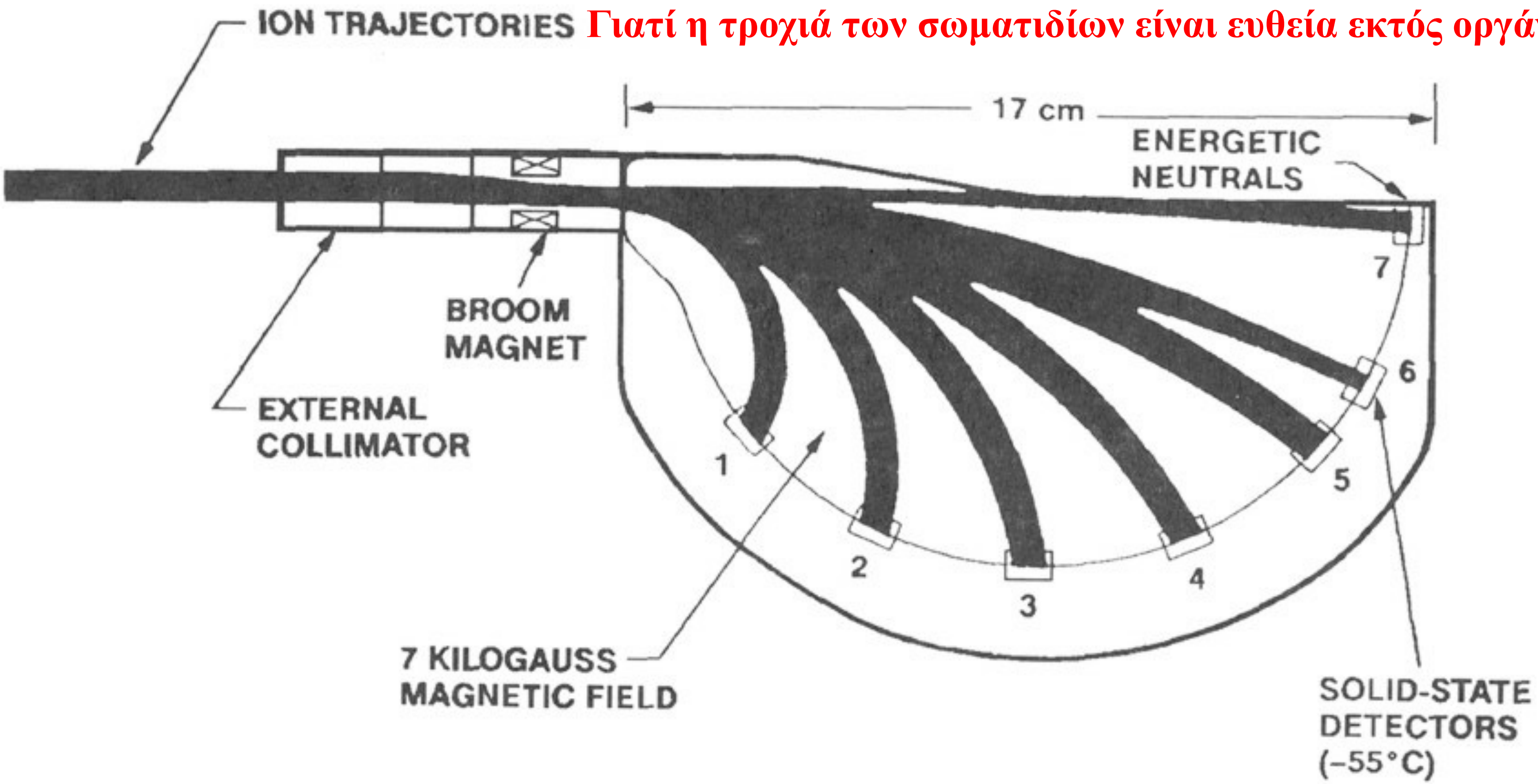
Εφαρμογή: Μαγνητικός φασματογράφος



CRRES Magnetic Spectrograph

$$r_c = \frac{mv_\perp}{qB}$$

Εφαρμογή: Μαγνητικός φασματογράφος

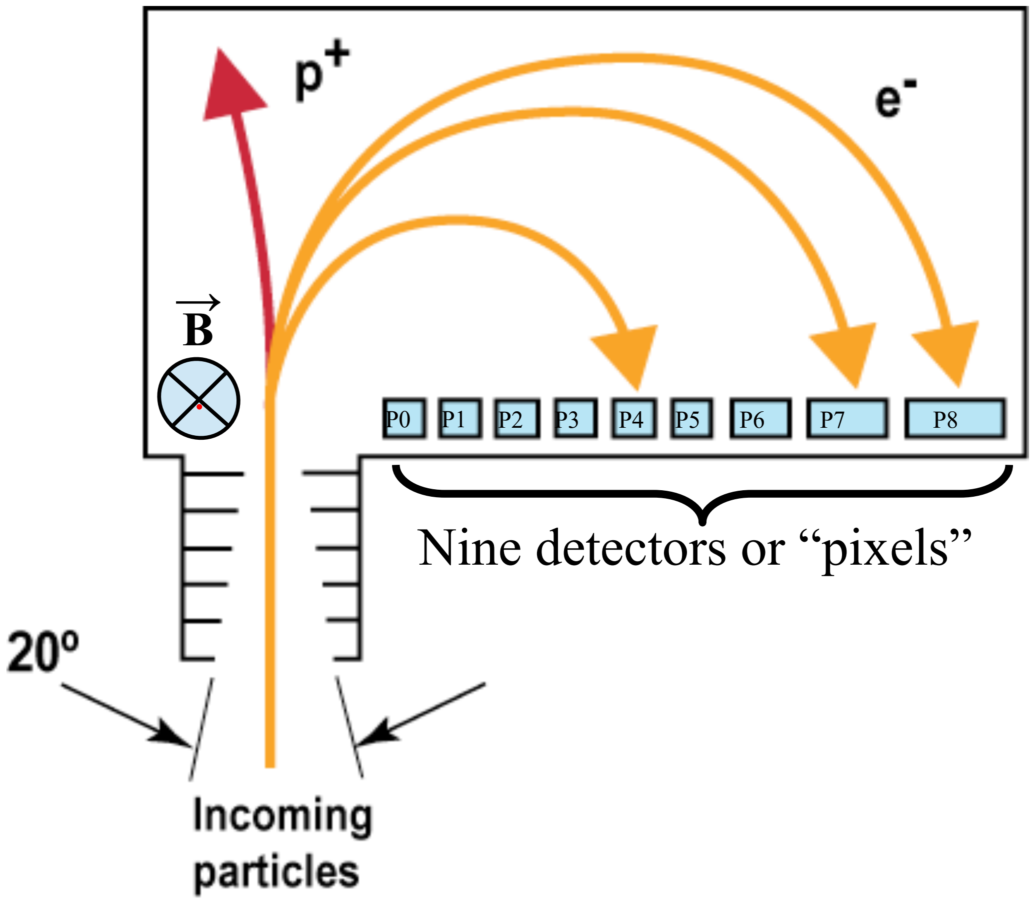


Γιατί η τροχιά των σωματιδίων είναι ευθεία εκτός οργάνου;

CRRES Magnetic Spectrograph

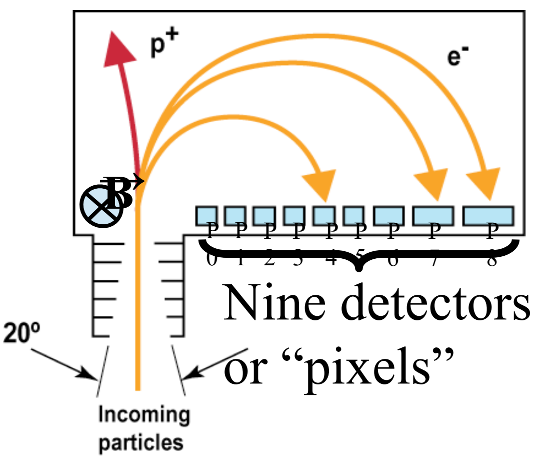
$$r_c = \frac{mv_\perp}{qB}$$

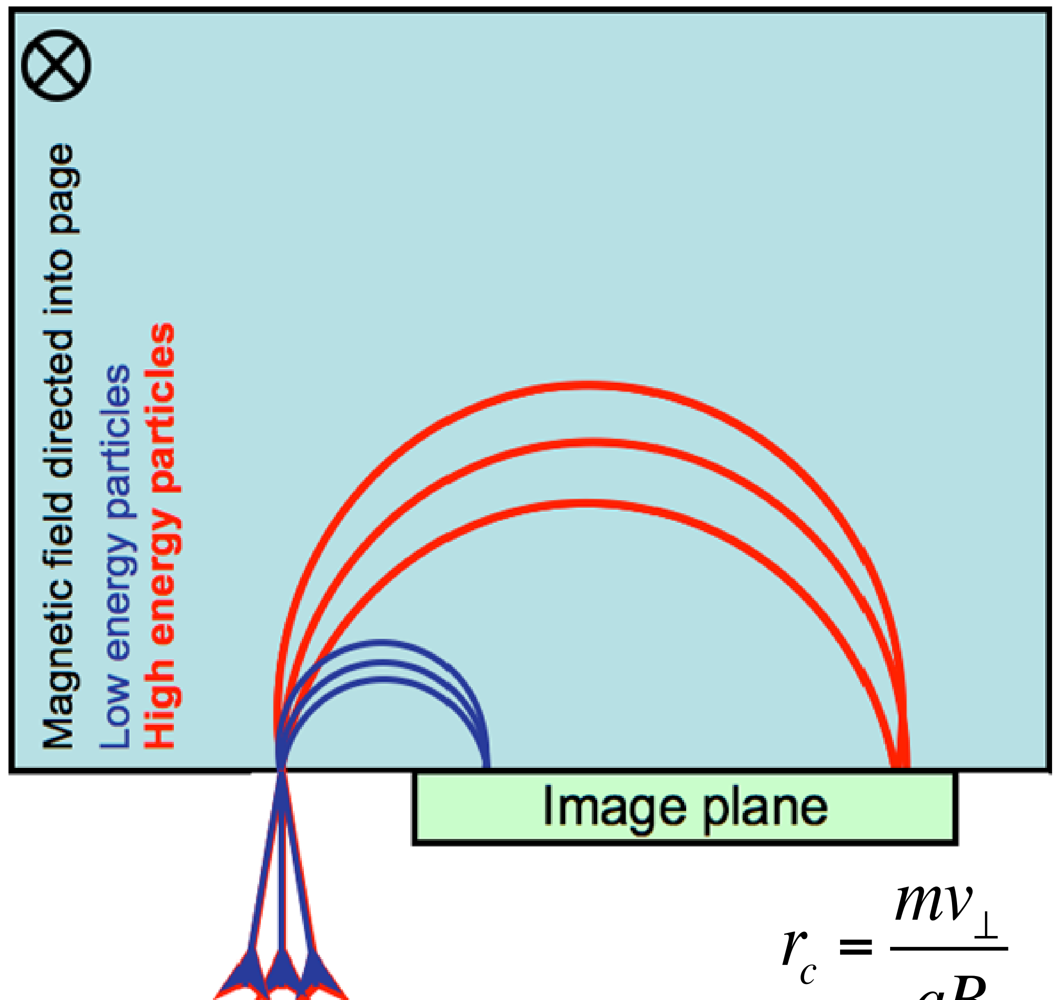
MagEIS: Magnetic Electron Ion Spectrometer of Van Allen Probes



$$r_c = \frac{mv_\perp}{qB}$$

MagEIS:
Magnetic Electron Ion Spectrometer
of Van Allen Probes





$$r_c = \frac{mv_\perp}{qB}$$

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο

Είδαμε ότι $v_{||} = const$

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο

Είδαμε ότι $v_{||}$ = const

$$\bar{F} = q(\bar{v} \times \bar{B})$$

$$\bar{v} = \bar{v}_{||} + \bar{v}_{\perp}$$

$$\bar{F}_{||} = 0$$

$$\frac{dv_{||}}{dt} = 0 \Rightarrow v_{||} = ct$$

Uniform magnetic field, and $\mathbf{E} = 0$:

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

It is customary (and very useful) to set $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}$ (natural comp.)

Note that $\left(\mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}\right)\times\mathbf{B} = \mathbf{v}_{\perp}\times\mathbf{B}$. Then

$$m\frac{d\mathbf{v}_{//}}{dt} = 0, \qquad m\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = q\mathbf{v}_{\perp}\times\mathbf{B} \text{ or}$$

$$\frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = \frac{q}{m}\mathbf{v}_{\perp}\times\mathbf{B} = \mathbf{v}_{\perp}\times\Omega\mathbf{b} \text{ with}$$

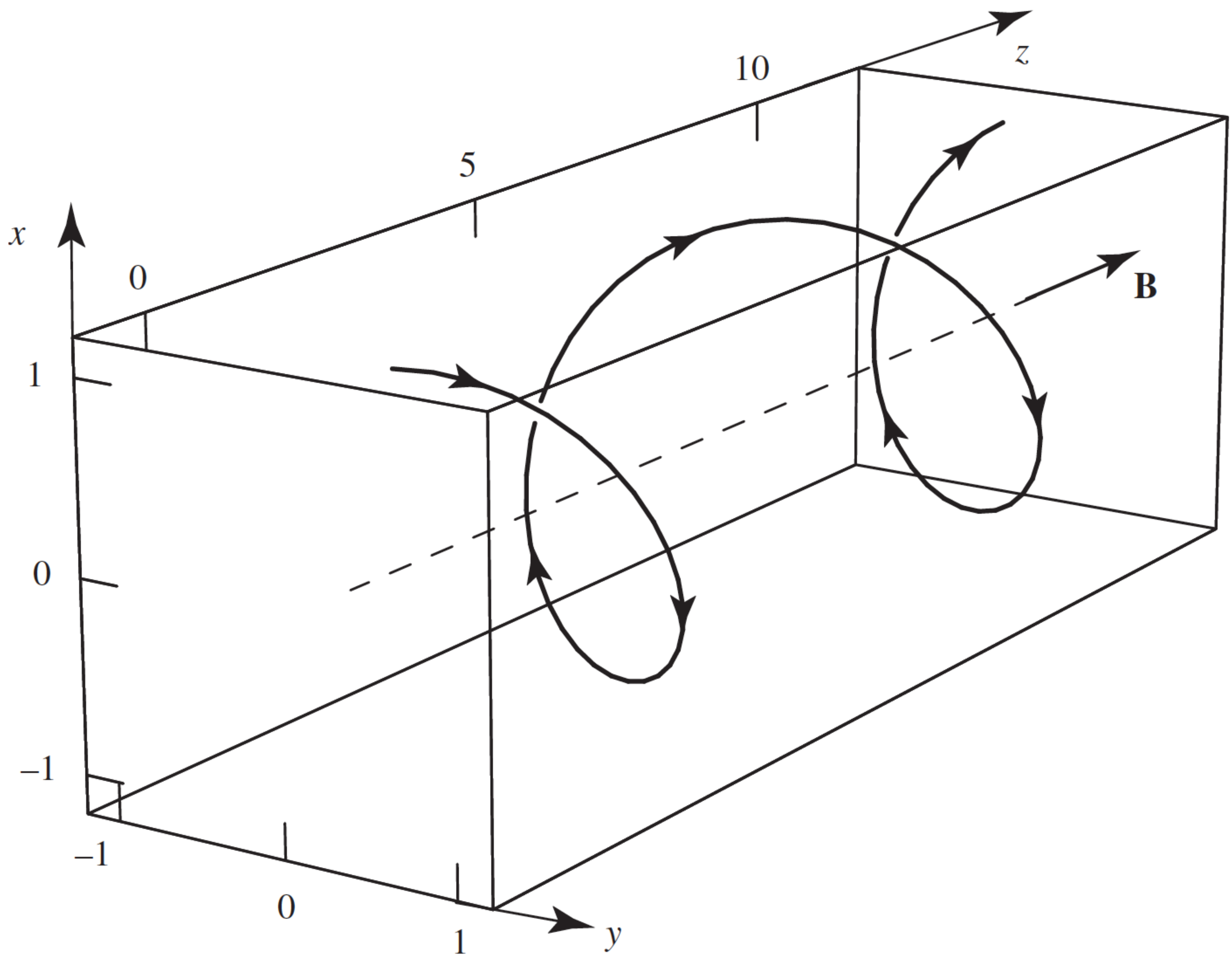
$$\Omega = \frac{qB}{m}, \ \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B}, \ \Omega \text{ is the angular gyrofrequency (Lamor frequency)}$$

- –If q is positive particle gyrates in left handed sense
- –If q is negative particle gyrates in a right handed sense

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε μαγνητικό πεδίο

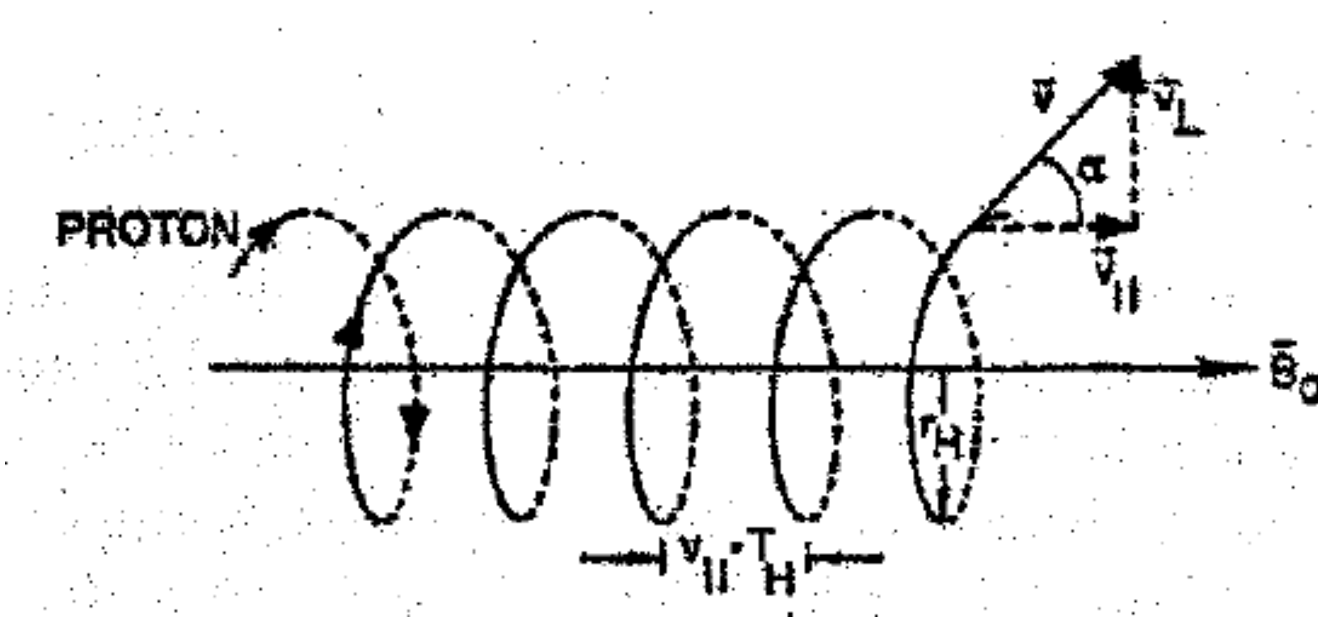
Είδαμε ότι $v_{||} = const$

Για $v_{||} \neq 0$, τί κίνηση θα έχουμε;

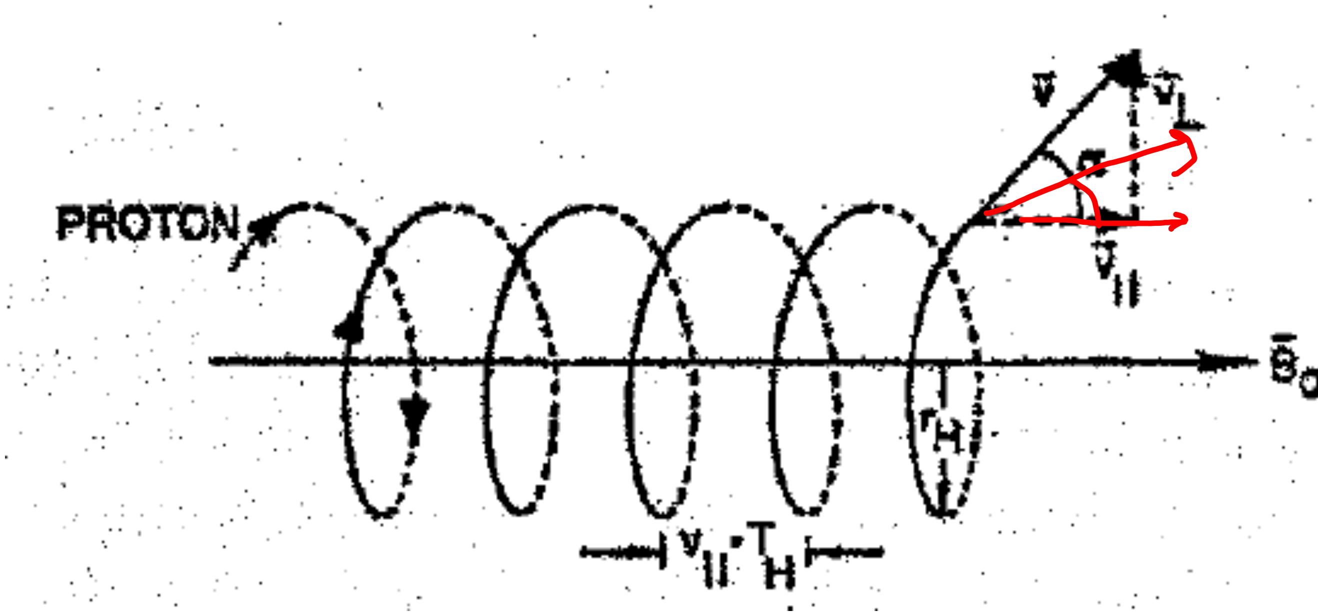


x
z
y
B
0
5
10
1
0
–1
–1
0
1

Η κίνηση με $v_{||} \neq 0$ έχει το <u>σχήμα έλικας</u> κατά μήκος της δυναμικής γραμμής του μαγνητικού πεδίου



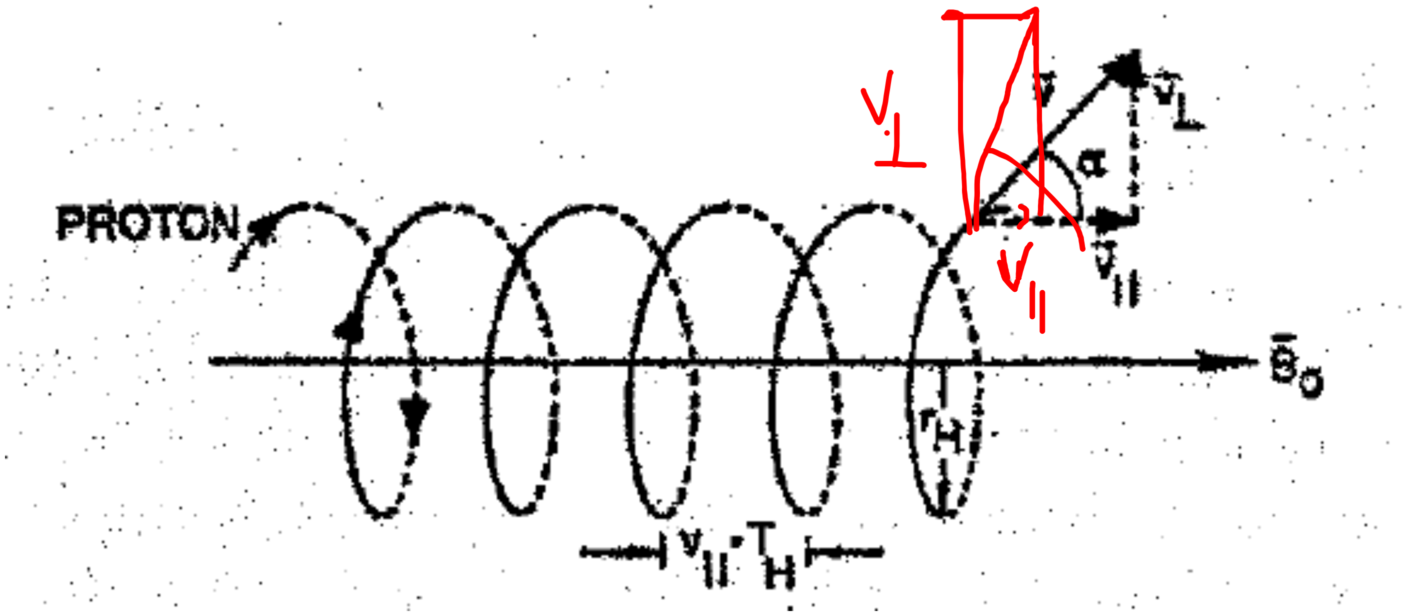
Είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητας του σωματιδίου και του μαγνητικού πεδίου



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_\perp}{v_\parallel}\right)$$

Για σωματίδια της ίδιας ταχύτητας, μικρότερη α σημαίνει ...

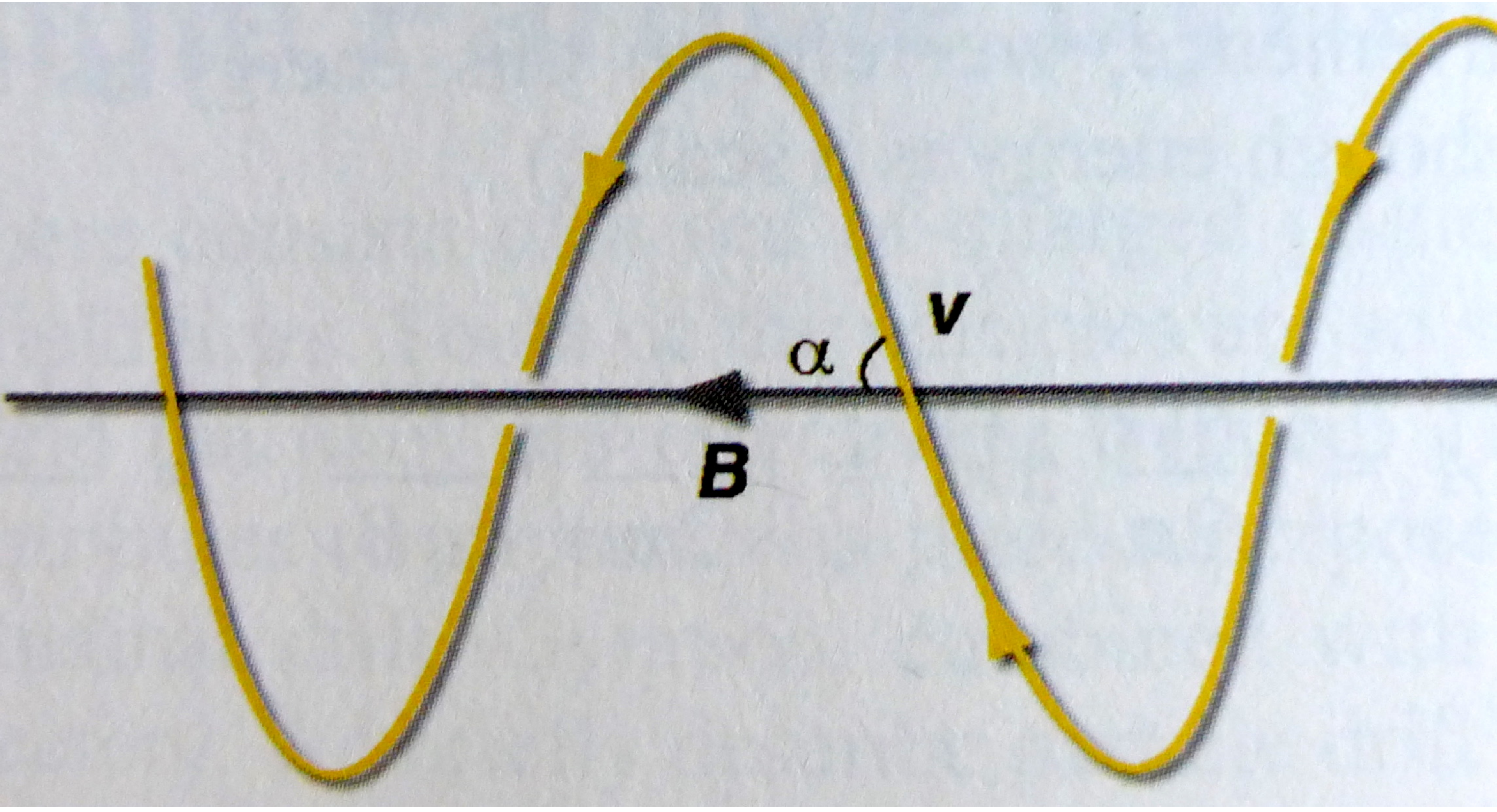
Είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητας του σωματιδίου και του μαγνητικού πεδίου



$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_\perp}{v_\parallel}\right)$$

... ενώ μεγαλύτερη α σημαίνει ...

Γωνία κλίσης α



Περιοδικές κινήσεις

Αδιαβατικές αναλλοίωτες (κατά προσέγγιση σταθερές της κίνησης)


Διάλειμμα

Η σταθερότητα των αδιαβατικών αναλλοίωτων

είναι απόρροια της σταθερότητας

του **ολοκληρώματος δράσης** J - action integral,

γνωστού και ως **Poincare Invariant**

$$\boxed{J_i = \oint p_i dq_i}$$

$$J_i = \oint p_i dq_i$$

Το J υπολογίζεται σε μια κλειστή περιοχή
στον χώρο φάσεων των συζυγών μεταβλητών p και q,
η οποία περικλείεται από
την περιοδική κίνηση στη μεταβλητή q.
Εχει σταθερή τιμή
όταν το γενικευμένο δυναμικό U
που επηρεάζει (ή καθορίζει) την περιοδική κίνηση,
μεταβάλλεται αργά συγκριτικά με την περίοδο της
κίνησης στην οποία αναφερόμαστε.

Η γενικευμένη συντεταγμένη q
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων
σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα
είναι
η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης

Η γενικευμένη συντεταγμένη q

στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων

σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα

είναι

η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης

Στην κυκλοτρονική κίνηση είναι η μετατόπιση του σωματιδίου κατά μήκος του κύκλου της γυροκίνησης

Η γενικευμένη συντεταγμένη q

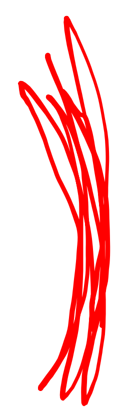
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων

σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα

είναι

η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης

Στην κίνηση αναπήδησης είναι η μετατόπιση του σωματιδίου κατά μήκος της μαγνητικής γραμμής



Η γενικευμένη συντεταγμένη q
στην περίπτωση της κίνησης σωματιδίων
σε μια πλανητική μαγνητόσφαιρα
είναι
η μεταβλητή της εκάστοτε περιοδικής κίνησης

Στην ολίσθηση γύρω από τη Γη είναι η μετατόπιση της νοητής γραμμής αναπήδησης του σωματιδίου καθώς περιφέρεται γύρω από τη Γη

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

An adiabatic invariant J

is a property of a physical system

that **stays constant (dJ/dt=0)**

when **changes** of/in the system occur **slowly**

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

An adiabatic invariant J
is a property of a physical system
that **stays constant (dJ/dt=0)**
when **changes** of/in the system occur **slowly**

Also known as **Poincare Invariants**

Αδιαβατικές αναλλοίωτες

An adiabatic invariant J

is a property of a physical system

that **stays constant (dJ/dt=0)**

when **changes** of/in the system occur **slowly**

Σε περίπτωση **περιοδικής κίνησης** οι α.α. **διατηρούνται** όταν η χρονική κλίμακα των αλλαγών που επηρεάζουν την κίνηση είναι μεγαλύτερη από την περίοδο κίνησης

Περιοδικές κινήσεις

Αδιαβατικές αναλλοίωτες (κατά προσέγγιση σταθερές της κίνησης)

Χαρακτηριστικοί χρόνοι (περίοδοι/συχνότητες)

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων

Γυροκίνηση →

1η αδιαβατική αναλλοίωτη →

Κίνηση ανάκλασης (bounce motion) →

2η αδιαβατική αναλλοίωτη →

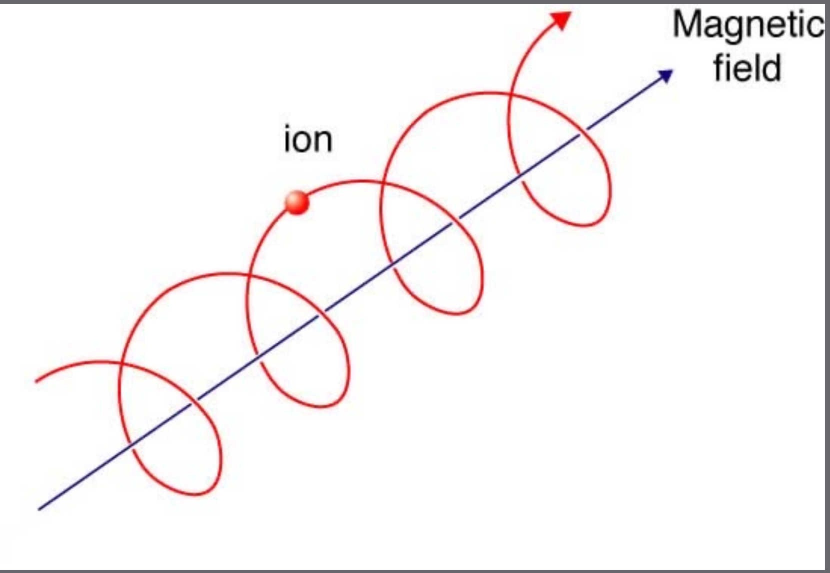
Ολίσθηση →

3η αδιαβατική αναλλοίωτη

Πρώτη αδιαβατική αναλλοίωτη

$$\mathbf{J} = \boxed{\underline{\int \mathbf{p}_{\perp} d\mathrm{l}}} = \mathbf{const.}$$

1η αδιαβατική αναλλοίωτη



$$\omega_c = qB/m.$$

Gyro-frequency or
cyclotron frequency

$$\rho_L = v/\omega_c.$$

Gyro-radius or
Larmor radius

Poincaré Invariants:

$$\mathcal{I} = \oint_{C(t)} \mathbf{p} \cdot \mathbf{dq},$$

There is an adiabatic invariant associated with every periodic motion of a charged particle in an electromagnetic field
i.e. gyration around the magnetic field

$$\boxed{\mu = \frac{mv_\perp^2}{2B}}$$

conservation of magnetic moment
(1st invariant)

Πρώτη αδιαβατική αναλλοίωτη

Μαγνητική ροπή:

$$\mu \equiv \frac{1}{2}\frac{mv_{\perp}^{2}}{B}$$

Πρώτη αδιαβατική αναλλοίωτη

Μαγνητική ροπή: $$\mu \equiv \frac{1}{2}\frac{mv_{\perp}^{2}}{B}$$

Αναλλοίωτη - για ποιες συνθήκες;

Πρώτη αδιαβατική αναλλοίωτη

Μαγνητική ροπή: $\mu \equiv \frac{1}{2}\frac{\mathrm{mv}_{\perp}^{2}}{\mathrm{B}}$

$$\frac{\sin^2(\alpha_1)}{B_1} = \frac{\sin^2(\alpha_2)}{B_2}$$

Πρώτη αδιαβατική αναλλοίωτη

$$\frac{\sin^2\left(\alpha_1\right)}{B_1} = \frac{\sin^2\left(\alpha_2\right)}{B_2}$$

Συνέπειες της διατήρησης

για την κίνηση του σωματιδίου;

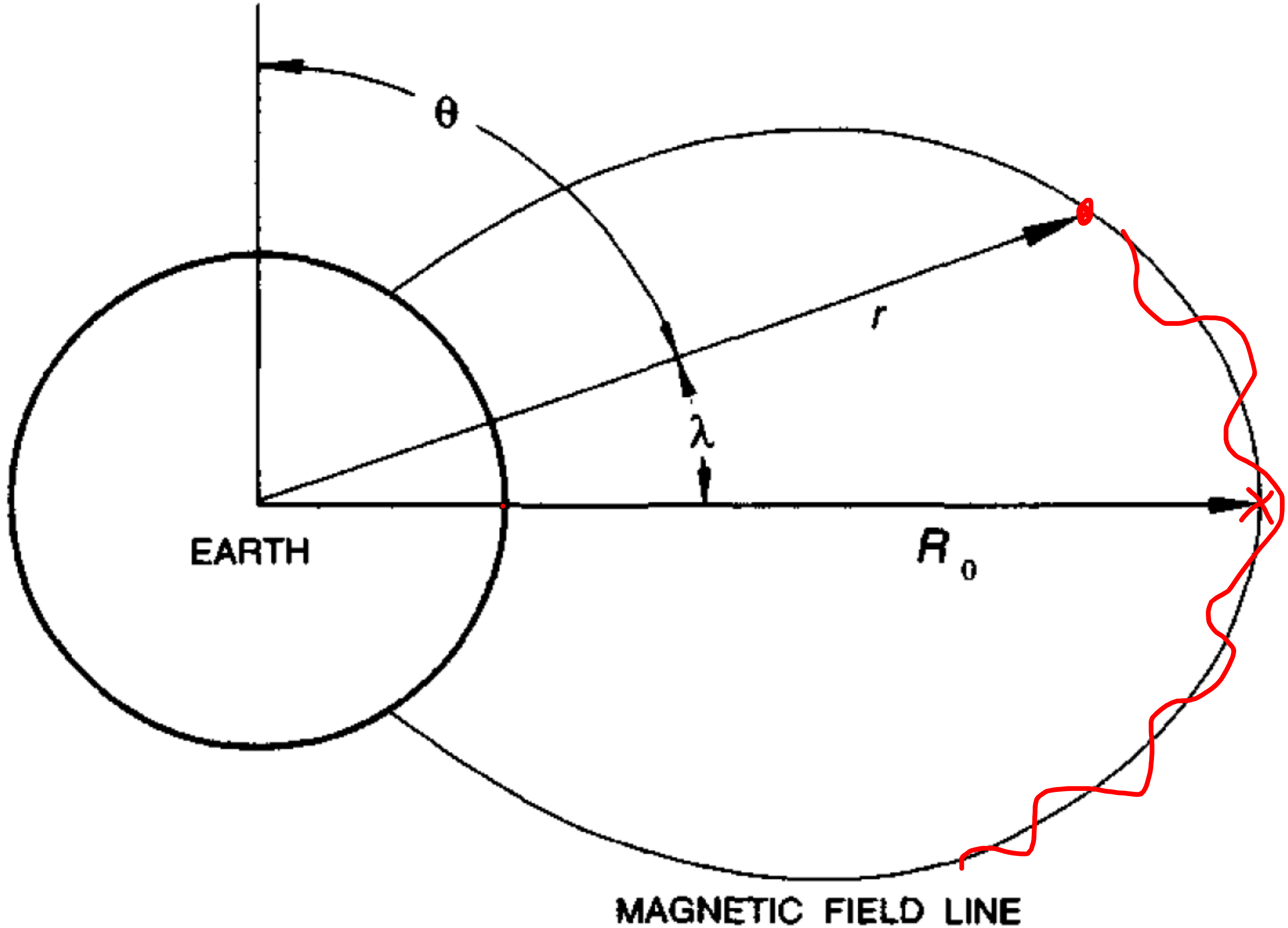
Όσο μεγαλώνει το B,

μεγαλώνει και το sin(a).

Όσο μεγαλώνει το B,

μεγαλώνει και το sin(a).

Πότε/γιατί μεγαλώνει το B;

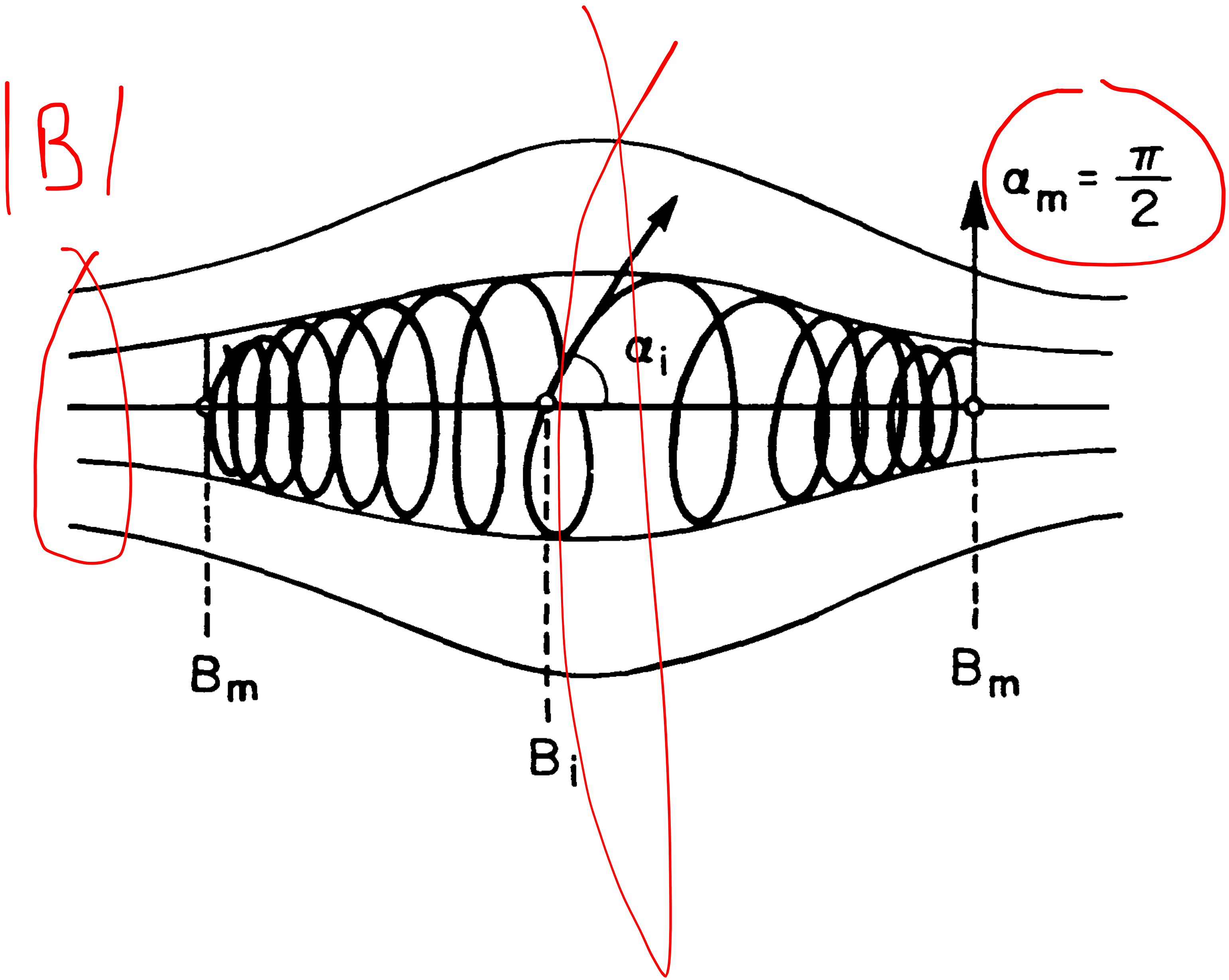


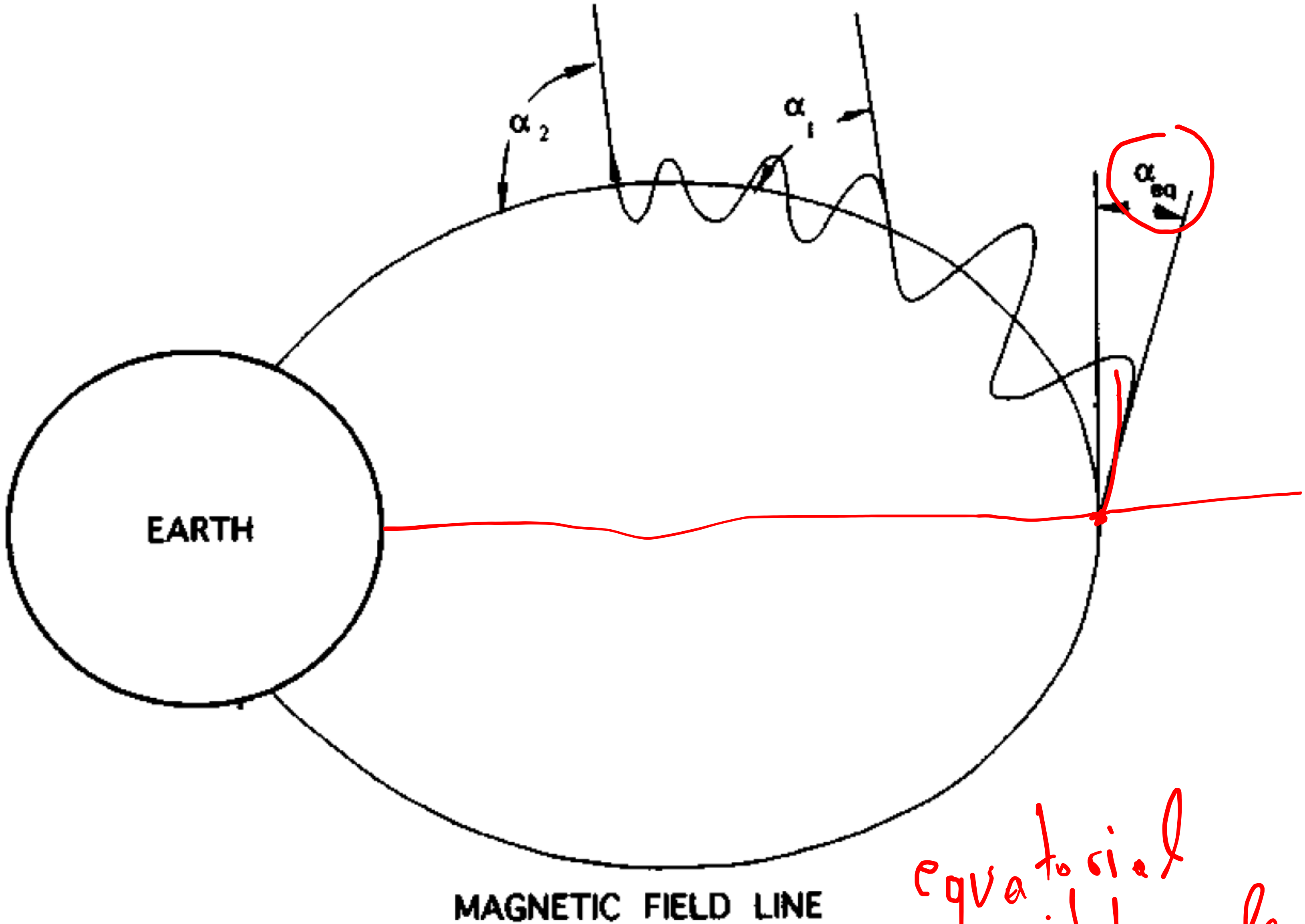
$$B = \sqrt{(B_r^2 + B_\theta^2)} = B_0\left(\frac{\mathrm{R_E}}{r}\right)^3 \sqrt{(1 + 3\cos^2\theta)}$$

$$\vartheta + \lambda = 90^\circ \Rightarrow \cos\vartheta = \sin\lambda$$

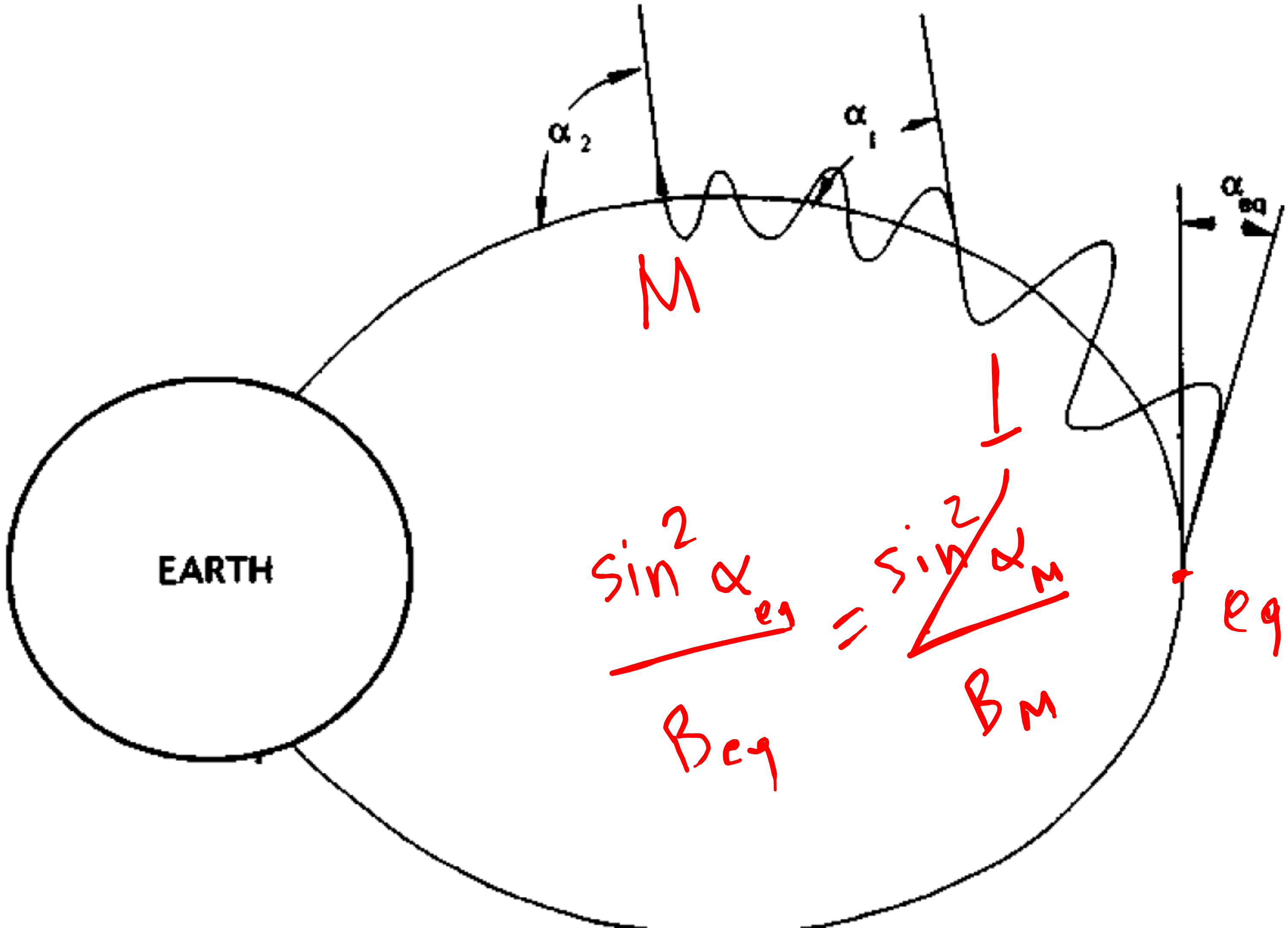
$$B(r,\lambda) = B_0 \left(\frac{R_E}{r}\right)^3 \sqrt{\left(1 + 3\sin^2\lambda\right)}$$

Όσο μεγαλώνει το Β,
μεγαλώνει και το sin(a).
Μέχρι πότε;
Μέχρι να γίνει 90 μοίρες.


|B|
$\alpha_m = \frac{\pi}{2}$
α_i
B_m
B_i
B_m



equatorial pitch angle



$$\frac{\sin^2 \alpha_{eq}}{B_{eq}} = \frac{\sin^2 \alpha_M}{B_M}$$

MAGNETIC FIELD LINE

Τί άλλο παρατηρούμε ότι γίνεται;

$$r_c = mv_\perp / qB =$$

$$= m\, v \sin\alpha \,/\, qB$$

Προς τη Γη (χαμηλότερο ύψος)

η γυροακτίνα μικραίνει

Τα σωματίδια ανακλώνται εκεί που $\alpha=90^o$

Άρα ανακλώνται εκεί όπου:

Τα σωματίδια ανακλώνται εκεί που $\alpha = 90^o$

Άρα ανακλώνται εκεί όπου:

$$B/B_{eq} = 1/\sin^2(\alpha_{eq})$$

$$\frac{\sin^2\alpha_{eq}}{B_{eq}} = \frac{\cancelto{1}{\sin^2\alpha_M}}{B_M} \qquad B_M = B_{eq}/\sin^2\alpha_{eq}$$

Άρα για το σημείο ανάκλασης ισχύει:

$$B_M = B_{eq}/\sin^2(\alpha_{eq})$$

Άρα για το σημείο ανάκλασης ισχύει:

$$B_M = B_{eq}/\sin^2(\alpha_{eq})$$

που σημαίνει ότι
αν η γωνία κλίσης α_{eq} στον ισημερινό
είναι πολύ μικρή,
το σωματίδιο <u>δεν ανακλάται</u>

γιατί δεν ανακλάται;

γιατί <u>δεν ανακλάται</u>;

Διότι το B_M τείνει στο άπειρο

Μαγνητικοί καθρέφτες

Τα φορτισμένα σωματίδια ανακλώνται εκεί που $B/B_o = 1/\sin^2\alpha_o$.
Αν η α_o είναι πολύ μικρή, το σωματίδιο δεν ανακλάται!
<u>Δηλ. διαφεύγει</u>.

$\sin\alpha_m = (B_o/B_m)^{1/2}$
α_m = "loss cone angle".
B_m/B_o = "magnetic mirror ratio"