

Σχεδιάζοντας μαθηματικές δραστηριότητες με νόημα για παιδιά Νηπιαγωγείου

Περίληψη

Τα μικρά παιδιά ως κατασκευαστές νοημάτων κατανοούν μια μαθησιακή δραστηριότητα με το δικό τους τρόπο και σύμφωνα με τα εφόδια που διαθέτουν. Αρκετά συχνά όμως, το νόημα και η σημασία που αποδίδουν σε μια δραστηριότητα, δεν συναντά τους στόχους και τις προθέσεις του εκπαιδευτικού. Σε αυτή τη μελέτη δίνοντας έμφαση στη μαθηματική εκπαίδευση επισημαίνουμε την αναγκαιότητα ανάπτυξης μαθηματικών δραστηριοτήτων με νόημα για τα μικρά παιδιά. Στα πλαίσια αυτά προσδιορίζουμε αρχικά πότε μια εκπαιδευτική δραστηριότητα μπορεί έχει νόημα για τα παιδιά, αλλά και ποια είναι τα χαρακτηριστικά εκείνα που κάνουν μια δραστηριότητα μαθηματική. Μέσα από το παράδειγμα της σύνδεσης της μαθηματικής εκπαίδευσης με την λογοτεχνία εξετάζουμε τις διαφορετικές δυνατότητες που δίνονται για την ανάπτυξη μαθηματικών δραστηριοτήτων με νόημα για τα παιδιά αξιοποιώντας την παιδική λογοτεχνία στο Νηπιαγωγείο.

Λέξεις κλειδιά: μαθηματική δραστηριότητα, κατασκευή νοήματος, μέσα αναπαράστασης, παιδική λογοτεχνία

Designing meaningful mathematics activities for Kindergarten children

Abstract

Young children as constructors of meanings interpret a learning activity with their own way and according to the cognitive resources they already have. However, the meaning and the importance they attribute in an activity, quite often do not meet the teacher's objectives and intentions. This study focuses on mathematics education while points out the importance of designing meaningful mathematical activities for Kindergarten children. In these frames we investigate both when a learning activity has meaning for the children and which are the key features of a mathematical activity. Finally we explore the different possibilities that are given for designing meaningful mathematical activities for Kindergarten using children's literature.

Key words: mathematical activity, constructing meaning, means of representation, children's literature

Εισαγωγή

Η μαθηματική εκπαίδευση και πιο συγκεκριμένα όσον αφορά στις μικρές ηλικίες απασχολεί ένα μεγάλο μέρος ερευνητών εδώ και πολλά χρόνια από διαφορετικές επιστημονικές περιοχές: διδακτική των μαθηματικών, γνωστική ψυχολογία και παιδαγωγική και με ποικίλους θεωρητικούς προσανατολισμούς. Μια άποψη που όλο και περισσότερο συναντά κανείς έχει να κάνει με την αναγκαιότητα ανάπτυξης μαθηματικών δραστηριοτήτων στα πλαίσια ενός συγκεκριμένου περιεχόμενου που να έχει νόημα για τα παιδιά (Donaldson, 1991, Hughes, 1996, Van Oers, 1996, Nicol & Crespo, 2005).

Αυτή η άποψη ενώ αποτελεί κοινό σημείο διαφορετικών σύγχρονων διδακτικών προσεγγίσεων ερμηνεύεται με αρκετά διαφορετικούς τρόπους (Nicol & Crespo, 2005). Επίσης ενώ φαίνεται να υιοθετείται ευρέως στα πλαίσια της εκπαιδευτικής διαδικασίας στο νηπιαγωγείο, παραμένει αρκετά ασαφές για τους εκπαιδευτικούς τι σημαίνει μαθηματική δραστηριότητα με νόημα για τα παιδιά.

Ο προσανατολισμός της διδακτικής πράξης στο σημερινό ελληνικό νηπιαγωγείο, όσον αφορά στα μαθηματικά, δεν φαίνεται να είναι τόσο ξεκάθαρος. Οι κύριες αναφορές για τους εκπαιδευτικούς παραμένουν τα εκάστοτε αναλυτικά προγράμματα και βιβλία-οδηγοί για τη νηπιαγωγό. Τα δυο τελευταία αναλυτικά προγράμματα για το νηπιαγωγείο καθώς και οι αντίστοιχοι οδηγοί (ΑΠ, 1989⁵, ΔΕΠΠΣ, 2001⁶, ΥΠΕΠΘ, 1994⁷, Δαφέρμου, Κουλούρη & Μπασαγιάννη, 2006) προβάλλουν διαφορετικές προσεγγίσεις για την επεξεργασία της μαθηματικής γνώσης, τόσο ως προς την επιλογή του περιεχομένου όσο και ως προς τις μεθοδολογικές υποδείξεις. Τα ιδιαίτερα προβλήματα για το καθένα έχουν εντοπιστεί από διάφορους ερευνητές (Καλδρυμίδου, 1997, Γερμανός, Τζεκάκη & Οικονόμου, 1997, Ζαχάρος & Παπανδρέου, 2003). Οι καθημερινές πρακτικές των νηπιαγωγών δείχνουν να επηρεάζονται ακόμα και από τα δύο ΑΠ. Έτσι συναντάμε μια ποικιλία διδακτικών προσεγγίσεων και πρακτικών: προγράμματα μαθηματικών με μια συγκεκριμένη γραμμική εξέλιξη από πλευράς περιεχομένου, χωρίς να αναδεικνύεται η διαπλοκή των διάφορων μαθηματικών εννοιών, αποσπασματικές μαθηματικές δραστηριότητες αποκομμένες από το υπόλοιπο πρόγραμμα, αλλά και από τις καθημερινές εμπειρίες των μικρών παιδιών, δραστηριότητες χωρίς φαντασία που αδυνατούν να εμπλέξουν τα παιδιά, αναπαραγωγή φύλλων εργασίας με «ασκήσεις» μαθηματικών, δραστηριότητες που προκύπτουν κατά την επεξεργασία θεματικών προσεγγίσεων και σχεδίων εργασίας που βαφτίζονται πολύ εύκολα ως μαθηματικές.

Αν και δεν υπάρχουν συστηματικά ερευνητικά δεδομένα που να περιγράφουν με ακρίβεια τις παραπάνω εμπειρικές παρατηρήσεις, φαίνεται ότι δημιουργείται η ανάγκη για μια πιο συστηματική αντιμετώπιση της μαθηματικής εκπαίδευσης στο νηπιαγωγείο. Η παρούσα μελέτη επικεντρώνει το ενδιαφέρον της στην ανάπτυξη δραστηριοτήτων με νόημα για τα παιδιά του νηπιαγωγείου. Συγκεκριμένα επιχειρήσαμε αφενός να δούμε ποιες προϋποθέσεις θα πρέπει να πληροί μια δραστηριότητα για να έχει νόημα για τα μικρά παιδιά κι αφετέρου ποια είναι τα χαρακτηριστικά εκείνα που κάνουν μια δραστηριότητα μαθηματική. Τέλος, μέσα από το παράδειγμα της σύνδεσης της μαθηματικής εκπαίδευσης με την λογοτεχνία εξετάζουμε τις διαφορετικές δυνατότητες που δίνονται για την ανάπτυξη μαθηματικών δραστηριοτήτων με νόημα για τα παιδιά αξιοποιώντας την παιδική λογοτεχνία στο Νηπιαγωγείο

1. Πότε μια δραστηριότητα έχει νόημα για τα μικρά παιδιά;

Είναι γνωστό ότι τα παιδιά έχουν ένα ρεπερτόριο γνώσεων που τις φέρνουν μαζί τους στο σχολείο. Αυτές βέβαια δεν είναι ίδιες για όλα τα παιδιά και εξαρτώνται από τις εμπειρίες τους στο οικογενειακό, κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον που ζουν (Yelland et al. 2008). Κοινή παραδοχή διαφορετικών διδακτικών και παιδαγωγικών προσεγγίσεων είναι ότι οι προηγούμενες γνώσεις και εμπειρίες είναι η βάση για να οργανώσουμε μαθησιακές δραστηριότητες με κέντρο το παιδί. Όταν το περιεχόμενο μιας δραστηριότητας βρίσκεται κοντά στις εμπειρίες των παιδιών τότε είναι πιο εύκολο για αυτά να την κατανοήσουν (Donaldson, 1991, Hughes, 1996, Ντολιοπούλου, 1999, Anning & Edwards, 1999).

Ο Egan (1992) όμως θέτει και μια διαφορετική διάσταση στην πιθανότητα εμπλοκής των παιδιών σε μια δραστηριότητα. Υποστηρίζει ότι, όσο πιο μακριά βρίσκεται κάτι από την καθημερινή εμπειρία των μαθητών και όσο περισσότερο διαφοροποιείται από αυτήν, τόσο πιο ελκυστικό μπορεί να γίνει εξάπτοντας τη φαντασία των παιδιών. Σύμφωνα με αυτή την άποψη, οι μαθησιακές εμπειρίες που χρησιμοποιούν την λογοτεχνία και γενικότερα την αφήγηση φανταστικών και απίθανων ιστοριών μπορούν να ενεργοποιήσουν τη φαντασία των μαθητών, δίνοντας έτσι νόημα στη δραστηριότητα.

⁵ Π.Δ. 486/1989: «Αναλυτικό και Ημερήσιο Πρόγραμμα του Νηπιαγωγείου» ΦΕΚ 208/1989 τ. Α΄.

⁶ ΔΕΠΠΣ, Φ.Ε.Κ. 1366 τ. Β΄ 18-10 -2001

⁷ ΥΠΕΠΘ: Βιβλίο Δραστηριοτήτων για το Νηπιαγωγείο. Ο.Ε.Δ.Β, Αθήνα, 1994.

Οι Nicol & Crespo (2005) μιλώντας για την μαθηματική εκπαίδευση και σχολιάζοντας τις δύο εκ πρώτης άποψης διαφορετικές απόψεις, υπογραμμίζουν ότι η ποιότητα μιας δραστηριότητας δεν είναι απαραίτητο να κρίνεται από το βαθμό της σχέσης της με την πραγματική ζωή ή με φανταστικές καταστάσεις, αλλά κυρίως από το βαθμό της επιθυμίας των μαθητών να εμπλακούν και να σκεφτούν για τα μαθηματικά που εμπριέχονται στο έργο. Το σίγουρο είναι ότι τα παιδιά έχουν πολύ περισσότερες πιθανότητες να εμπλακούν είτε σε δραστηριότητες που βρίσκονται κοντά στην καθημερινή τους ζωή, επειδή τις κατανοούν και αναγνωρίζουν οικεία στοιχεία σε αυτές είτε σε δραστηριότητες που αποτελούν πρόκληση για την φαντασία τους και πολύ λιγότερες πιθανότητες να εμπλακούν σε δραστηριότητες αποπλαισιωμένες που δεν εντάσσονται δηλαδή σε κάποιο συγκεκριμένο πλαίσιο / περιεχόμενο πραγματικό ή φανταστικό. Ωστόσο, παρόλο που τέτοιου είδους καταστάσεις κινητοποιούν το ενδιαφέρον των παιδιών, ένας εκπαιδευτικός θα πρέπει να κατανοεί ότι υπάρχουν πιθανότητες αυτό να έχει χαρακτήρα προσωρινό, χωρίς μεγάλη διάρκεια. Η εμπλοκή των παιδιών αρκετές φορές χρειάζεται κάτι παραπάνω από το αρχικό ερέθισμα. Προϋποθέτει τη μετατροπή αυτού του 'στιγμιαίου' ενδιαφέροντος σε προσωπικό ενδιαφέρον. Αυτό είναι πολύ περισσότερο πιθανόν να συμβεί όταν το ενδιαφέρον του παιδιού πηγάζει από γνωστικές ή συναισθηματικές προκλήσεις της δραστηριότητας (Birbili & Tsitouridou, 2008).

Η γνωστική πρόκληση λοιπόν, υπό την προϋπόθεση ότι ανταποκρίνεται στην *μαθησιακή ετοιμότητα* των παιδιών είναι ένα άλλο στοιχείο που μπορεί να δώσει νόημα σε μια δραστηριότητα. Αυτή η άποψη απορρέει από την υιοθέτηση και επέκταση μιας βασικής αρχής της θεωρίας του Vygotsky (1978): «την ζώνη εγγύτερης ανάπτυξης» (ΖΕΑ). Σύμφωνα με αυτήν την έννοια καθορίζονται δυο επίπεδα ανάπτυξης. Το πρώτο περιγράφει το «πραγματικό επίπεδο» του παιδιού – αυτό δηλαδή που μπορεί να κάνει μόνο του το παιδί χωρίς βοήθεια-, και το δεύτερο περιγράφει την εν δυνάμει ικανότητα του παιδιού για μάθηση, μέσα από την κοινωνική αλληλεπίδραση με άτομα που βρίσκονται στο ίδιο ή σε ανώτερο επίπεδο. Όσοι επιχειρούν την παιδαγωγική εφαρμογή αυτής της αρχής υποστηρίζουν ότι αν μια δραστηριότητα ανταποκρίνεται απόλυτα στο επίπεδο των δυνατοτήτων του παιδιού ή βρίσκεται κάτω από αυτό, δεν αποτελεί γνωστική πρόκληση για αυτό, κι αυτό σημαίνει ότι δεν έχει να του προσφέρει τίποτα. Όταν μια δραστηριότητα βρίσκεται αρκετά πιο πάνω από τις δυνατότητες του παιδιού τότε μπορεί απλά να την αγνοήσει, επειδή δεν την κατανοεί ή να του προκαλέσει σύγχυση, ακόμα και να απογοητευτεί καθώς δεν έχει τα απαιτούμενα εφόδια να την διαχειριστεί βιώνοντας έτσι ένα αίσθημα αποτυχίας (Byrnes, 1996).

Αναγκαία προϋπόθεση όμως, για την ανάπτυξη δραστηριοτήτων που αποτελούν πρόκληση για τα παιδιά είναι η ουσιαστική γνώση των ικανοτήτων τους καθ' όλη τη διάρκεια της χρονιάς κάτι το οποίο μπορεί να επιτευχθεί μόνο με συστηματικές διαδικασίες παρατήρησης, καταγραφής και αξιολόγησης (Yelland, Lee, O'Rourke, & Harrison, C. (2008, McNaughton, & Williams, 2009)

Σύμφωνα με τον «Οδηγό της Νηπιαγωγού» (Δαφέμου, κ.ά, 2006) το πρόγραμμα καθορίζεται και διαμορφώνεται σταδιακά από κοινού, από τα παιδιά και τον/την εκπαιδευτικό, στηρίζεται κυρίως στις ανάγκες, ενδιαφέροντα, ερωτήματα και προβληματισμούς, στις προηγούμενες γνώσεις κι εμπειρίες των παιδιών. Όταν όλα αυτά συμβαίνουν τα παιδιά όχι μόνο γνωρίζουν γιατί συμμετέχουν σε μια δραστηριότητα, αλλά ενδιαφέρονται να την υλοποιήσουν. Ωστόσο, αυτή η διαδικασία δεν είναι πάντα ιδιαίτερα απλή και όχι μόνο επειδή μια τάξη απαρτίζεται από πολλά και διαφορετικά παιδιά, αλλά και για άλλους εξίσου σημαντικούς λόγους. Ας πάρουμε για παράδειγμα τα μαθηματικά. Υπάρχουν περιπτώσεις που οι προβληματισμοί των παιδιών δεν είναι ξεκάθαροι. Επίσης, είναι πιθανόν να μην διατυπώνουν συχνά αυθόρμητα ερωτήματα με μαθηματικό περιεχόμενο ή να μην εκδηλώνουν από μόνα τους ενδιαφέρον για ζητήματα με μαθηματικό περιεχόμενο. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται να βρεθούν τρόποι και κατάλληλες δραστηριότητες που θα διεγείρουν το ενδιαφέρον των παιδιών, θα τα προβληματίσουν και θα τα παρακινήσουν να διατυπώσουν ακόμα και δικά τους ερωτήματα (Μπιρμπίλη, 2008). Παράλληλα,

απαιτούνται και δραστηριότητες που θα διατηρήσουν και θα επεκτείνουν το αρχικό ενδιαφέρον τους.

Ένα παιδί λοιπόν, έχει περισσότερες πιθανότητες να βρει πραγματικό νόημα σε μια δραστηριότητα η οποία βρίσκεται κοντά στις εμπειρίες και στο επίπεδο των ικανοτήτων του, υπάρχει κάποιος λόγος για να γίνει και προκύπτει από τα ενδιαφέροντα και τους προβληματισμούς του ή σε μια δραστηριότητα που προκαλεί ενδιαφέρον και προβληματισμό διεγείροντας ίσως τη φαντασία του. Με άλλα λόγια, όταν πληρούνται οι παραπάνω προϋποθέσεις ένα παιδί μπορεί να εμπλακεί και συναισθηματικά και νοητικά δηλαδή, να επιθυμεί να συμμετέχει, να κατανοήσει το στόχο της δραστηριότητας, να ανακαλέσει πιθανόν προηγούμενες εμπειρίες και γνώσεις, να αναζητήσει εργαλεία και τεχνικές και να διαχειριστεί δεδομένα και πληροφορίες περισσότερο ή λιγότερο, ανάλογα δηλαδή με το ρεπερτόριο που διαθέτει.

2. Πότε μια δραστηριότητα έχει μαθηματικό νόημα;

Έχει παρατηρηθεί στο επίπεδο της καθημερινής πρακτικής στο νηπιαγωγείο ότι όταν μια δραστηριότητα εμπεριέχει κάποια «μαθηματικά στοιχεία» εύκολα χαρακτηρίζεται ως μαθηματική. Το ίδιο μπορεί να δει κανείς και σε βιβλία με δραστηριότητες που απευθύνονται σε εκπαιδευτικούς. Η Τζεκάκη (2007) αναφέρει ότι τέτοιου είδους βιαστικοί προσδιορισμοί μπορεί να έχουν σοβαρές επιπτώσεις στην ποιότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης που προσφέρεται στα μικρά παιδιά και επιχειρεί να ορίσει πότε μια δραστηριότητα είναι μαθηματική καθορίζοντας τα κύρια χαρακτηριστικά της: τη «μαθηματική δράση», τη «λεκτική διατύπωση», τις «διαδικασίες ελέγχου» και τη φάση της «επισημοποίησης». Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε αυτά τα χαρακτηριστικά διευρύνοντας σε ορισμένες περιπτώσεις τις διαστάσεις τους.

A. «Μαθηματική δράση»

Σύμφωνα με την Τζεκάκη (2007, σελ. 127), μαθηματική δράση ονομάζουμε «*μια δράση η οποία στο πλαίσιο αναζήτησης ή λύσης ενός προβλήματος περιλαμβάνει αναγνώριση σχέσεων, ομοιοτήτων και διαφορών, εντοπισμό ιδιοτήτων, οργάνωση και γενίκευση της εμπειρίας του παιδιού γύρω από μια μαθηματική ιδέα*». Η «μαθηματική δράση» προωθείται όταν το παιδί αναπτύσσει νοητικές διαδικασίες με μαθηματικό περιεχόμενο, οι οποίες έχουν να κάνουν για παράδειγμα με ανακάλυψη και σύλληψη νέων ιδεών, την ανάκληση και εφαρμογή προηγούμενων μαθηματικών γνώσεων σε νέες καταστάσεις, με συγκρίσεις και συνδυασμούς δεδομένων, με την εξαγωγή συμπερασμάτων, με την ανάπτυξη, την εφαρμογή και τον έλεγχο ή την αναμόρφωση στρατηγικών κ.ά. Για να συμβούν τα παραπάνω, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει αρχικά να δώσει χρόνο στα παιδιά και να διατηρήσει μια ισορροπία στο δικό του ρόλο. Η συστηματική και στενή καθοδήγηση του παιδιού δεν αφήνει περιθώρια για σκέψη και δημιουργία, αλλά και η απόλυτα ελεύθερη δράση ενέχει τον κίνδυνο του αποπροσανατολισμού των παιδιών. Συχνά χρειάζεται η παρέμβαση του εκπαιδευτικού για να επαναπροσδιορίσει το πρόβλημα ή να θέσει τις κατάλληλες ερωτήσεις που θα βοηθήσουν τα παιδιά να ξαναβρούν το στόχο της δραστηριότητας.

Ενώ είναι σχετικά εύκολο να υποθέσουμε την νοητική δράση ενός υποκειμένου, είναι αρκετά δύσκολο να την 'δούμε' και να την περιγράψουμε. Αυτό είναι δυνατόν να συμβεί όταν η δραστηριότητα προσφέρει τρόπους στο παιδί να την εξωτερικεύσει. Σε αυτό βοηθούν οι εμπράγματα δραστηριότητες, ο προφορικός λόγος, αλλά και η χρήση άλλων μέσων αναπαράστασης της σκέψης.

B. «Η χρήση της γλώσσας και άλλων μέσων αναπαράστασης»

Η συγκρότηση των εσωτερικών νοητικών αναπαραστάσεων αποτελεί μέρος της διαδικασίας

μάθησης και ανάπτυξης των εννοιών. Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις των εννοιών, που δημιουργούνται από τα διαφορετικά μέσα αναπαράστασης συμβατικά ή αυθαίρετα, συμμετέχουν και αυτές στη διαδικασία συγκρότησης της σκέψης (Vygotsky, 1978, Vergnaud, 1991, Thomas, Mulligan, & Goldin, 2002). Η γλώσσα, αποτελώντας το κύριο μέσο αναπαράστασης που χρησιμοποιούμε για να επικοινωνούμε αποτελεσματικά, παίζει βασικό ρόλο στη διαδικασία ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης. Η ανάγκη επικοινωνίας, να επιθυμεί δηλαδή ένα παιδί να περιγράψει, να αιτιολογήσει ή να εξηγήσει λεκτικά τη μαθηματική του δράση κινητοποιεί την σκέψη του. Οι παραδοσιακές διδακτικές πρακτικές ωθούν τα παιδιά συνήθως να επικεντρώνουν στις λύσεις και όχι στα βήματα δράσης που ακολουθούν για να λύσουν ένα πρόβλημα και έτσι δεν τα προκαλούν να περιγράψουν τον τρόπο που σκέφτηκαν. Όταν όμως προκαλούνται να περιγράψουν ή να εξηγήσουν τη στρατηγική που ακολούθησαν, τους δίνεται η ευκαιρία να επικεντρώσουν στη διαδικασία επίλυσης και να αναπαραστήσουν μέσω της γλώσσας τις μαθηματικές ιδέες που χρησιμοποίησαν και τις νοητικές διαδικασίες που ακολούθησαν (Nunes, 1996). Οι Noss & Hoyles (1996) αναφέρουν ότι για να προσδιορίσει κάποιος τα μαθηματικά αντικείμενα και τις σχέσεις μεταξύ τους είναι σημαντικό να αναπτύξει μιας γλώσσα περιγραφική. Άλλοι ερευνητές (Bednarz, 1996, Gravemeijer, Cobb, Bowers & Whitenack, 2009) υπογραμμίζουν ότι οι μαθητές έχουν περισσότερες πιθανότητες να εμπλακούν ουσιαστικά σε δραστηριότητες λεκτικής περιγραφής όταν τους ζητείται να περιγράψουν κάποια πραγματική κατάσταση για να επικοινωνήσουν την κατανόησή τους σε κάποιον άλλο. Μια δραστηριότητα λοιπόν που ενθαρρύνει την «λεκτική» περιγραφή, διατύπωση, ανάλυση ή και διαπραγμάτευση μαθηματικών συλλογισμών μπορεί να διευκολύνει το παιδί να συνειδητοποιήσει τη δράση του, να τη επανεξετάσει και μέσα από διαδικασίες αναστοχασμού πιθανόν να την αναδιοργανώσει. Αυτή η διαδικασία μπορεί να το οδηγήσει στη συγκρότηση νέων μαθηματικών νοημάτων (Nunes, 1996, Stephan & Cobb, 1998)

Όμως δεν είναι μόνο η γλώσσα που μας διευκολύνει να συγκεντρώνουμε και να επεξεργαζόμαστε πληροφορίες και σχέσεις, να οργανώνουμε χρονικά την δράση μας και να την ελέγχουμε. Υπάρχουν και άλλα μέσα αναπαράστασης, όπως το σχέδιο ή το συμβολικό παιχνίδι που η χρήση τους από τα παιδιά ειδικά, γίνεται σχετικά αυθόρμητα, μη-συνειδητά πολλές φορές, όπως συμβαίνει και με τη γλώσσα. Υπάρχουν βέβαια και συστήματα αναπαράστασης, όπως πίνακες και διαγράμματα που έχουν σχετικά περιορισμένες εφαρμογές και η χρήση τους δεν είναι τόσο αυθόρμητη, καθώς και τα τυπικά συμβολικά συστήματα, όπως το δεκαδικό αριθμητικό σύστημα και γενικότερα η μαθηματική γλώσσα, με την οποία τα παιδιά έρχονται πιο συστηματικά σε επαφή αργότερα στην τυπική εκπαίδευση (Vergnaud, 1991). Όταν οι μαθηματικές δραστηριότητες που προτείνουμε στα παιδιά ενθαρρύνουν την χρήση και άλλων μέσων αναπαράστασης συμπληρωματικά με την γλώσσα δίνουν περισσότερες ευκαιρίες στα παιδιά να εκφράσουν και να οργανώσουν την σκέψη τους, καθώς έχουν περισσότερα εργαλεία στη διάθεσή τους. Ο συνδυασμός διαφορετικών μέσων αναπαράστασης, όπως για παράδειγμα γραφικού τύπου αναπαραστάσεις και λεκτικές περιγραφές, στα πλαίσια της ίδιας δραστηριότητας αναδεικνύεται από αρκετούς ερευνητές σήμερα ως μια ενδιαφέρουσα διδακτική προοπτική που βοηθάει τα παιδιά να αναγνωρίσουν, περιγράψουν και να επεξεργαστούν το μαθηματικό νόημα της δραστηριότητας (Smith, 2003, Saundry & Nicol 2006, Carruthers & Worthington, 2006).

Γ. «Διαδικασίες ελέγχου»

Παραδοσιακά, ο εκπαιδευτικός είναι εκείνος που ελέγχει την εκτέλεση της δραστηριότητας, την επάρκεια ή την ανεπάρκεια του τρόπου αντιμετώπισης και διαχείρισης από την μεριά του παιδιού ή σε ακόμα πιο στενά πλαίσια το 'σωστό' ή το 'λάθος' αποτέλεσμα. Σήμερα όμως, οι σύγχρονες παιδαγωγικές και διδακτικές προσεγγίσεις δεν ενδιαφέρονται πρωτίστως για το τελικό αποτέλεσμα μιας νοητικής δράσης, αλλά δίνουν έμφαση κυρίως στη διαδικασία που ακολουθεί

το παιδί για να διαχειριστεί μια δραστηριότητα. Επίσης στα πλαίσια της παιδαγωγικής τάσης που αφορά τη μεταφορά της ευθύνης για τη μάθηση σε αυτόν που μαθαίνει, αναγνωρίζεται η σημασία της σταδιακής εκχώρησης της ευθύνης για τον έλεγχο στο ίδιο το παιδί, (McNaughton & Williams, 2009). Έτσι σήμερα και στο χώρο των μαθηματικών προτείνονται «δυναμικές μορφές ελέγχου» όπως η αυτοαξιολόγηση ή ο έλεγχος στα πλαίσια της ομάδας οι οποίες ακολουθούν συνήθως μια μαθηματική δράση. Τέτοιες διαδικασίες μπορεί να βοηθήσουν τα παιδιά να αναστοχαστούν τη δράση τους και τη στρατηγική που ακολούθησαν για να λύσουν ένα πρόβλημα, να αναθεωρήσουν και να εξελίξουν στρατηγικές (Τζεκάκη, 2007). Επίσης, επειδή τα μικρά παιδιά δεν είναι εύκολο να αντιληφθούν ανεπάρκειες στη δράση τους, χρειάζονται τέτοιοι χειρισμοί από τον εκπαιδευτικό που θα τα παρακινήσουν να ενδιαφερθούν και να σκεφτούν πάνω σε κάτι που μόλις έχουν κάνει. Προς αυτή την κατεύθυνση, και υπό την συνθήκη ότι ο εκπαιδευτικός της τάξης έχει αναπτύξει ένα μαθησιακό περιβάλλον όπου ενθαρρύνονται αυτές οι διαδικασίες, φαίνεται να διευκολύνουν διάφοροι κανόνες και περιορισμοί που μπορούν να ενσωματωθούν σε μαθηματικές δραστηριότητες και παιχνίδια. Για παράδειγμα, όταν τα παιδιά ολοκληρώσουν μια διαδικασία επίλυσης αριθμητικού προβλήματος μπορεί ο εκπαιδευτικός να τα ενθαρρύνει να διασταυρώσουν και να συζητήσουν το αποτέλεσμα και τη διαδικασία επίλυσης σε дуάδες και ως ζευγάρι να παρουσιάσουν τη δράση τους και τη σκέψη τους αργότερα στην ομάδα.

Δ. «Επισημοποίηση»

Σύμφωνα με τον Vergnaud (1991), μια έννοια παίρνει νόημα μέσα από μια ποικιλία καταστάσεων. Η φάση της «επισημοποίησης» αποτελεί την κατάληξη μιας διαδικασίας, όπου τα παιδιά έχουν επεξεργαστεί συστηματικά μια μαθηματική έννοια μέσα από διαφορετικές καταστάσεις- προβλήματα. Ο όρος «επισημοποίηση» έχει χρησιμοποιηθεί αρχικά από τον Brousseau (1997) και αφορά τη ρητή συμφωνία ανάμεσα στα μέλη μιας τάξης σχετικά με την 'επίσημη' γνώση της τάξης, έτσι όπως έχει διαμορφωθεί μετά από την επεξεργασία διαφορετικών καταστάσεων. Ωστόσο, μπορεί κάποιος να δει αυτή την φάση ως απαραίτητη και κατά το κλείσιμο πολλών μαθηματικών δραστηριοτήτων. Για παράδειγμα, κατά την επίλυση κάποιου προβλήματος όπου έχουν προκύψει πολλές και διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης, οι διαδικασίες αναστοχασμού που μπορεί να ακολουθήσουν στα πλαίσια της ομάδας και οι οποίες δίνουν νόημα στις επιλογές του κάθε μέλους μέσα από την ανάδειξη των μαθηματικών ιδεών, των στρατηγικών που προέκυψαν και την σύγκριση αυτών, αποτελούν τη φάση της επισημοποίησης μιας μαθηματικής δραστηριότητας και είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε ομαδικά συμπεράσματα (Gravemeijer et al., 2009).

3. Συνδέοντας τα μαθηματικά με τη λογοτεχνία

Η λογοτεχνία και γενικότερα η αφήγηση ιστοριών καλύπτει ένα σημαντικό μέρος του προγράμματος του νηπιαγωγείου και ενώ συνήθως χρησιμοποιείται από τους εκπαιδευτικούς ως όχημα για να ικανοποιηθούν διάφοροι μαθησιακοί στόχοι, δεν παρατηρείται πολύ συχνά μια συστηματική σύνδεση της λογοτεχνίας με τα μαθηματικά. Αντίθετα, αυτή η σύνδεση αποτελεί μια από τις βασικές διδακτικές πρακτικές προγραμμάτων για τα μαθηματικά άλλων χωρών (βλ. το περιοδικό «*Teaching children mathematics*», NCTM) εδώ και αρκετά χρόνια. Το βασικό επιχείρημα αυτών που υποστηρίζουν αυτή την διδακτική πρακτική είναι ότι η λογοτεχνία μπορεί να διευκολύνει στο σχεδιασμό μαθηματικών δραστηριοτήτων με νόημα για τα παιδιά.

Σε αυτή την ενότητα αρχικά θα αναδείξουμε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της λογοτεχνίας και γενικότερα της αφήγησης σε μια προσπάθεια να αιτιολογήσουμε την δυνατότητα που προσφέρει για ανάπτυξη μαθηματικών δραστηριοτήτων με νόημα. Στη συνέχεια, θα προσεγγίσουμε διαφορετικούς τρόπους αξιοποίησης της λογοτεχνίας στη μαθηματική

εκπαίδευση, έτσι όπως προκύπτουν από τη σχετική βιβλιογραφία σε συνδυασμό με ανάλογα παραδείγματα που αντλούνται από την σύγχρονη ελληνική παιδική λογοτεχνία, δείχνοντας τις δυνατότητες που έχει ο/η εκπαιδευτικός να αναπτύξει μαθηματικές δραστηριότητες με νόημα αξιοποιώντας παραμύθια και ιστορίες.

Ενεργοποίηση της φαντασίας

Ο Egan (1999) υποστηρίζει ότι η ιστορία αποτελεί το κατ' εξοχήν παιδαγωγικό μέσο για την προσχολική ηλικία. Τα παιδιά αυτής της ηλικίας βρίσκονται στο 'μυθικό', όπως το ονομάζει, στάδιο της κατανόησης. Οι ιστορίες, ειδικά όταν βρίσκονται έξω από τη καθημερινή πραγματικότητα, εμπλέκουν τα παιδιά και τα ενθαρρύνουν να χρησιμοποιήσουν την φαντασία τους, να μετακινηθούν από την πραγματικότητα στο μυθικό περιβάλλον της ιστορίας. Το φανταστικό σενάριο τους ωθεί να εξερευνήσουν πιθανότητες, να διατυπώσουν υποθέσεις, να επινοήσουν λύσεις, να ερμηνεύσουν τα γεγονότα, να διακρίνουν αίτια και αποτελέσματα. (Kelly, 1996, Egan, 1999). Επίσης, υποστηρίζεται ότι πολλές φορές τα παιδιά έρχονται για πρώτη φορά σε επαφή με αφηρημένες ιδέες μέσα από τις ιστορίες (Donaldson, 1978, Whitehead, 1996, Kelly, 1996). Όλα τα παραπάνω συνηγορούν ότι μέσα από ένα παραμύθι, όπου ενεργοποιείται η φαντασία των παιδιών, υπάρχουν πολλές πιθανότητες να κινητοποιηθεί το ενδιαφέρον τους για μια δραστηριότητα, να αυξηθεί ο βαθμός συναισθηματικής εμπλοκής τους και παράλληλα είναι δυνατό να διατυπωθούν σημαντικές μαθηματικές ιδέες με εναλλακτικό τρόπο, στις οποίες έτσι μπορούν να έχουν πρόσβαση αβίαστα.

Η λογοτεχνία είναι ένας τρόπος παιχνιδιού για τα μικρά παιδιά.

Η λογοτεχνία μπορεί να αναγνωριστεί και ως ένας τρόπος παιχνιδιού, ειδικά για τα μικρά παιδιά. Το παιδί της προσχολικής ηλικίας χαρακτηρίζεται ως *αναγνώστης -παίκτης* (Κανατσούλη, 1997). Τα παιδιά όπως αγαπούν να επαναλαμβάνουν τα ίδια παιχνίδια, τους αρέσει να ακούν τις ίδιες ιστορίες και να βλέπουν τις ίδιες εικόνες ξανά και ξανά. Η λογοτεχνία είναι ένα γλωσσικό παιχνίδι ρόλων, αλλά δεν σταματά στο επίπεδο της γλώσσας. Συναισθήματα, ιδέες και σκέψεις εξερευνούνται και δοκιμάζονται από τους ακροατές-παιδιά. Οι ερωτήσεις και οι απαντήσεις των παιδιών κατά την αφήγηση ιστοριών δείχνουν ότι ενδιαφέρονται ιδιαίτερα για την παιγνιώδη εξερεύνηση όλων των πιθανοτήτων που συναντούν στην λογοτεχνία (Whitehead, 1996).

Αφηγηματική ικανότητα των μικρών παιδιών

Η διαδικασία να σκέφτονται τα παιδιά και να δημιουργούν νέους κόσμους μέσα από αυτοσχέδιες ιστορίες είναι εμφανής με την εμφάνιση του συμβολικού παιχνιδιού και τον τρόπο που χειρίζονται τη γλώσσα σε αυτές τις φάσεις. Τα παιδιά δομούν και αφηγούνται ιστορίες από μικρή ηλικία (Tizard & Hudges, 1984 στο Whitehead, 1996). Το κάνουν σχεδόν καθημερινά με πολύ χαρακτηριστικό τρόπο, αυθόρμητα, τόσο μέσα από το συμβολικό παιχνίδι όσο και μέσα από το σχέδιο. (Van Oers, 1997, Kress, 1997).

Επομένως, η αφήγηση ιστοριών ως πλαίσιο για μαθηματικές δραστηριότητες βρίσκεται για ένα ακόμα λόγο πολύ κοντά σε μια διαδικασία που είναι απόλυτα οικεία στα παιδιά -να παίζουν με τις λέξεις, να φτιάχνουν νέους κόσμους και να οργανώνουν τη σκέψη τους-.

Τρόποι χρήσης της λογοτεχνίας στη μαθηματική εκπαίδευση

Τρεις βασικές προσεγγίσεις αξιοποίησης των ιστοριών και των παραμυθιών στη μαθηματική εκπαίδευση αντλούνται από τη σχετική βιβλιογραφία.

A. Η πρώτη κατηγορία αφορά σε ιστορίες που μεταφέρουν άμεσα μαθηματικά νοήματα (Griffiths & Clyne, 1991). Το μαθηματικό περιεχόμενο των ιστοριών αυτών είναι εμφανές και έχουν γραφτεί με στόχο κυρίως να 'διδάξουν' μαθηματικά (Jeffrey & Giorgis, 2004). Διακρίνονται δυο υποκατηγορίες.

Στην πρώτη, οι ιστορίες μιλούν άμεσα για μαθηματικές ιδέες και νοήματα. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το βιβλίο «στην Αριθμούπολη» (Τασσοπούλου, 2004), όπου παρουσιάζονται οι αριθμοί από το 1 έως το 31. Ο συγγραφέας χρησιμοποιώντας ένα τέχνασμα διαμάχης μεταξύ των αριθμών αναδεικνύει κοινωνικές και πολιτισμικές συμβάσεις που συνοδεύουν κάθε ένα αριθμό. Για παράδειγμα, ο αριθμός 12 συνδέεται με τους 12 μήνες, τους 12 θεούς του Ολύμπου και τους 12 αστερισμούς του ζωδιακού κύκλου. Τα παραμύθια αυτής της υποκατηγορίας είναι σχετικά περιορισμένα, ειδικά στην ελληνική αγορά και χρειάζονται ιδιαίτερη προσοχή από τον εκπαιδευτικό ως προς το περιεχόμενο των μαθηματικών νοημάτων που μεταφέρουν. Τα παραμύθια αυτά ενώ έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, είναι σχετικά δύσκολο από μόνα τους να προωθήσουν την ανακάλυψη μαθηματικών ιδεών. Θα μπορούσαν όμως να λειτουργήσουν ως μια καλή βάση για την ανάπτυξη επιπλέον μαθηματικών δραστηριοτήτων. Για παράδειγμα, στη συγκεκριμένη περίπτωση θα μπορούσε η αρχική ιστορία να αποτελέσει πρόκληση για τα παιδιά να αναπαραστήσουν (γραφικά, με κίνηση κ.λ.π) το νόημα αυτών των αριθμητικών πολιτισμικών συμβάσεων και των αντίστοιχων αριθμητικών συμβόλων, έτσι όπως αυτά το αντιλαμβάνονται (ειδικά τους διψήφιους αριθμούς), στη συνέχεια μπορούν να μοιραστούν τα διαφορετικά προσωπικά νοήματα στα πλαίσια της ομάδας επιστρέφοντας ταυτόχρονα και στο βιβλίο, με στόχο να δομήσουν κοινά νοήματα ως ομάδα σχετικά με το δεκαδικό σύστημα.

Η δεύτερη υποκατηγορία αφορά σε ιστορίες, με σενάριο όχι απαραίτητα μαθηματικού περιεχομένου. Όμως κατά τη ροή της ιστορίας προβάλλονται μαθηματικές διαδικασίες, οι οποίες ενσωματώνονται στην κατανόηση της ιστορίας (Jeffrey & Giorgis, 2004). Εδώ συναντάμε κυρίως ιστορίες, όπου παρεμβάλλονται κυρίως αριθμητικά προβλήματα. Κάποια παραμύθια του Ε. Τριβιζά (1996α, 1996β) εμπεριέχουν αυτά τα χαρακτηριστικά, π.χ «η Φουφήχτρα η μάγισσα με την ηλεκτρική σκούπα» και «η Φιφή και η Φωφώ: οι φαντασμένες φάλαινες». Σε αυτά τα παραμύθια προκύπτουν διάφορα αριθμητικά προβλήματα που βρίσκονται σε άμεση σχέση με την εξέλιξη της ιστορίας και τα οποία προτείνονται στα παιδιά για επίλυση. Σε αυτές τις περιπτώσεις, ο εκπαιδευτικός μπορεί σχετικά εύκολα να εξασφαλίσει τη μαθηματική δράση καθώς προτείνονται στα παιδιά έτοιμα αριθμητικά προβλήματα. Ωστόσο, χρειάζεται προσοχή γιατί σε αυτά τα βιβλία, που ως γλωσσικό περιεχόμενο ταιριάζουν σε αυτές τις ηλικίες, συχνά προτείνονται αριθμητικά προβλήματα που ίσως δεν 'ταιριάζουν' στην 'ετοιμότητά' τους. Κάποια από αυτά μπορεί να είναι ιδιαίτερα απαιτητικά ή και σύνθετα ακόμα. Μια επιλογή που έχει ο εκπαιδευτικός είναι να προσαρμόσει τα αριθμητικά δεδομένα στις δυνατότητες των παιδιών της τάξης του. Παρόλα αυτά, για να έχει τελικά μαθηματικό νόημα μια τέτοια δραστηριότητα θα πρέπει να απασχολήσουν τον εκπαιδευτικό μια σειρά από επιμέρους ζητήματα όπως: Σε ποίο πλαίσιο θα διαχειριστούν τα προβλήματα της ιστορίας τα παιδιά; Σε ποιο χώρο της τάξης θα υλοποιηθεί η δραστηριότητα; Θα εργαστεί ο καθένας μόνος του ή θα εργαστούν σε ομάδες; Θα τους προτείνει να χρησιμοποιήσουν κάποια υλικά και ποια θα είναι αυτά; Πως θα αναδείξει τις διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης που πιθανόν θα προκύψουν από τα παιδιά; Πως θα αξιοποιήσει τις διαφορετικές στρατηγικές;

B. Στη δεύτερη κατηγορία εντάσσονται ιστορίες και παραμύθια που εμπεριέχουν διάφορα μαθηματικά νοήματα, η επεξεργασία των οποίων δεν είναι απαραίτητη για την κατανόηση της ιστορίας από τα παιδιά (Jeffrey & Giorgis, 2004). Στο παραμύθι «ο λαίμαργος Τουνελόδρακος» (Τριβιζάς, 1985), διαβάζουμε:

«ένα καλοκαιριάτικο πρωί ο Τσουφ-Τσουφ ξύπνησε πολύ χαρούμενος γιατί εκείνη την ημέρα είχε τα γενέθλιά του. Γινόταν πέντε χρονών και μόλις είχε βγάλει το πέμπτο του βαγόνι... Στο

Τρενιντάτ τα τρένα κάθε χρόνο βγάζουνε ένα καινούργιο βαγόνι, όπως τα παιδιά βγάζουνε δοντάκια. Τα αιωνόβια τρένα έχουν εκατό βαγόνια».

Οι αναφορές του κειμένου στον 'αριθμό πέντε', στο τακτικό αριθμητικό 'πέμπτο', στη σύνδεση των λέξεων 'αιωνόβιος' και 'εκατό', είναι πιθανόν να επιτρέψουν την ανάδυση αυθόρμητων συζητήσεων από τα ίδια παιδιά ή να τροφοδοτήσουν συζητήσεις που θα προκαλέσει ο ίδιος ο εκπαιδευτικός. Και στην μια και στην άλλη περίπτωση η συστηματική προετοιμασία της δραστηριότητας θα κρίνει την εξέλιξή της. Για παράδειγμα, θα μπορούσε κάποιος μέσα από αυτές τις συζητήσεις να προκαλέσει τα παιδιά να βρουν τρόπους να αναπαραστήσουν γραφικά τα αιωνόβια τρένα ή τα εκατό βαγόνια ή και τον αριθμό 100 (Thomas et al., 2002), να ενθαρρύνει ομαδικές συζητήσεις και να προκαλέσει τα παιδιά να 'διαβάσουν' και να σχολιάσουν τις διαφορετικές αναπαραστάσεις, διευκολύνοντας έτσι τα παιδιά να μοιραστούν τα διαφορετικά νοήματα που πιθανόν αποδίδουν στον αριθμό 100.

Γ. Τέλος, μια ακόμα πιο ανοιχτή προσέγγιση προτείνει τη χρήση του σεναρίου μιας ιστορίας ως πλαίσιο για την ανάπτυξη μαθηματικών προβλημάτων με νόημα για τα παιδιά (Stephan & Cobb, 1998, Παπανδρέου, 2007, 2010). Ο εκπαιδευτικός μπορεί να εκμεταλλευτεί το ίδιο το σενάριο σε συνδυασμό με κατάλληλες φάσεις της ιστορίας, και να κατασκευάσει ο ίδιος μαθηματικά προβλήματα. Ας πάρουμε για παράδειγμα το παραμύθι, «ο λαίμαργος Τουνελόδρακος» (Τριβιζάς, 1985), στην αρχή του οποίου διαβάζουμε:

«ο Τουνελόδρακος ήταν πελώριος! Το στόμα του ήταν διακόσιες φορές πιο μεγάλο από τόσο:» ακολουθεί σχετική εικόνα, *«ο λαιμός του ήταν ενενήντα χιλιάδες πιο μακρύτερος από τόσο:»* εικόνα *«και η κοιλιά του ήταν...».*

Εδώ μπορούν να αναπτυχθούν μαθηματικά προβλήματα σχετικά με τη μέτρηση του μήκους («ο λαιμός...»), αλλά και της επιφάνειας («η κοιλιά του ήταν ...»). Ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να προσαρμόσει τα αριθμητικά δεδομένα στις δυνατότητες των παιδιών της τάξης του (π.χ το ενενήντα χιλιάδες να γίνει εννέα) και να δώσει στα παιδιά μια έτοιμη μονάδα μέτρησης (π.χ μια ράβδο) και να τα προκαλέσει να βρουν το μήκος του λαιμού του Τουνελόδρακου (Παπανδρέου, 2000). Μαθηματικά προβλήματα για την έννοια του μήκους και της μέτρησης μπορούν να αναπτυχθούν και με το παραμύθι της κοκκινোসκουφίτσας (Perrault, 1993). Στα πλαίσια του βασικού σεναρίου ο λύκος μπορεί να προτείνει στην κοκκινোসκουφίτσα ένα παιχνίδι: να ακολουθήσουν διαφορετικά μονοπάτια και να δουν ποιος θα φτάσει πρώτος. Τα παιδιά βοηθώντας την κοκκινোসκουφίτσα να κάνει την σωστή επιλογή θα έχουν την ευκαιρία να συγκρίνουν διαδρομές διαφορετικών σχηματισμών. Μπορούν να προτείνουν τρόπους σύγκρισης των διαδρομών και έτσι να εμπλακούν σε άτυπες και τυπικές διαδικασίες μέτρησης του μήκους (Παπανδρέου, 2005) Τέτοιου είδους προβλήματα εμπεριέχουν γνωστικές προκλήσεις για τα παιδιά αυτής της ηλικίας και ανοίγουν προοπτικές για ανάπτυξη διαδοχικών δραστηριοτήτων με στόχο την προσέγγιση μιας συγκεκριμένης μαθηματικής έννοιας, όπως θα μπορούσε να είναι στο συγκεκριμένο παράδειγμα η έννοια της μονάδα μέτρησης (Stephan & Cobb, 1998).

Στα πλαίσια αυτής της προσέγγισης και με στόχο να ελεγχθεί η δυνατότητα νοηματοδότησης αριθμητικών προβλημάτων με τη χρήση ιστοριών που δεν μεταφέρουν απαραίτητα μαθηματικά νοήματα υλοποιήθηκε ένα ευρύ πρόγραμμα σε διάφορες τάξεις νηπιαγωγείου. Με βάση το περιεχόμενο διαφόρων ιστοριών αναπτύχθηκαν αριθμητικά προβλήματα πρόσθεσης με μικρές παραλλαγές στο σενάριο. Τα μαθηματικά προβλήματα προτάθηκαν στο σύνολο της τάξης, μετά την ανάγνωση και την εξοικείωση των παιδιών με το παραμύθι. Τα παιδιά εργάστηκαν ατομικά με χαρτί και μολύβι στην συνέχεια περιέγραψαν τη δράση τους μέσα από συζήτηση στα πλαίσια της ολομέλειας. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας μπόρεσαν να διαχειριστούν προβλήματα πρόσθεσης με πολλούς προσθετέους (Παπανδρέου, 2007), εφεύραν ποικίλους τρόπους συμβολισμού των αριθμητικών δεδομένων (Papantheou, 2009) και ανέπτυξαν διάφορες στρατηγικές για να τα λύσουν λιγότερο ή περισσότερο επεξεργασμένες (Παπανδρέου, 2010). Η ομαδική συζήτηση έδωσε επιπλέον την ευκαιρία στα παιδιά την ευκαιρία να ελέγξουν

τις λύσεις που πρότειναν, αλλά και να κατανοήσουν τις στρατηγικές και τα σύμβολα των συμμαθητών τους.

Αυτή η ιδέα είναι περισσότερο απαιτητική στην εφαρμογή από τις προηγούμενες, επιτρέπει όμως την αξιοποίηση αξιόλογων λογοτεχνικών κειμένων που αρέσουν ιδιαίτερα στα παιδιά και μπορούν να τραβήξουν το ενδιαφέρον τους. Συγκεκριμένα, ο εκπαιδευτικός καλείται αφού θέσει συγκεκριμένους μαθηματικούς στόχους, να βρει ενδιαφέροντα παραμύθια ή ιστορίες, να σχεδιάσει μαθηματικά προβλήματα ανάλογα με το σενάριο και κυρίως με τους στόχους και τις δυνατότητες των παιδιών της τάξης του. Ωστόσο, δεν αρκεί η εύρεση των προβλημάτων, χρειάζεται επιπλέον ένα συστηματικός σχεδιασμός της δραστηριότητας επίλυσης, αλλά και άλλων δραστηριοτήτων που ίσως χρειάζεται να ακολουθήσουν έτσι ώστε να δοθεί η ευκαιρία στα παιδιά να αναπαραστήσουν την σκέψη τους λεκτικά ή και με άλλους τρόπους, να ελέγξουν το αποτέλεσμα και τις στρατηγικές τους και να αναπτύξουν 'κοινά νοήματα' στα πλαίσια της ομάδας.

Συμπεράσματα

Στα πλαίσια αυτής της μελέτης επιχειρήσαμε να προσδιορίσουμε τα χαρακτηριστικά εκείνα που μπορούν να μετατρέψουν μια απλή δραστηριότητα σε μια μαθησιακή μαθηματική εμπειρία με νόημα για τα μικρά παιδιά. Όπως διαπιστώθηκε είναι αρκετές οι παράμετροι που καθορίζουν αν θα έχει νόημα ή όχι μια δραστηριότητα για τα παιδιά. Ανάμεσα στις πιο σημαντικές φαίνεται να είναι η 'ετοιμότητα' των παιδιών, οι προηγούμενες σχετικές γνώσεις τους, οι εμπειρίες και ενδιαφέροντά τους και η δυνατότητα ενεργοποίησης της φαντασίας. Όσον αφορά τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά μιας μαθηματικής δραστηριότητας δώσαμε έμφαση στην δυνατότητα που παρέχεται από το σχεδιασμό της δραστηριότητας για μαθηματική δράση, για έκφραση και αναπαράσταση της σκέψης λεκτικά ή με άλλα μέσα, για αυτό-αξιολόγηση και αναστοχασμό. Για να μπορέσει ο/η εκπαιδευτικός να αξιοποιήσει τέτοιες διδακτικές προτάσεις είναι σημαντικό να εμπλακεί ο/η ίδιος/α αφενός στο συστηματικό σχεδιασμό μαθηματικών δραστηριοτήτων και προγραμμάτων, προσαρμοσμένων στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των παιδιών της τάξης του/της κι αφετέρου στην εφαρμογή και αξιολόγηση αυτών. Η αξιοποίηση της παιδικής λογοτεχνίας φαίνεται να δίνει μια τέτοια δυνατότητα, μέσα από τους διαφορετικούς τρόπους χρήσης που παρουσιάσαμε. Η λογοτεχνία δεν καλλιεργεί μόνο την φαντασία των παιδιών, μπορεί ταυτόχρονα να εμπνεύσει και τους εκπαιδευτικούς και να τους διευκολύνει στο σχεδιασμό μη-τυποποιημένων μαθηματικών δραστηριοτήτων εξασφαλίζοντας τη συναισθηματική εμπλοκή των παιδιών, υπό την συνθήκη βέβαια ότι τηρούν τις βασικές παραμέτρους που αναλύσαμε συστηματικά.

Βιβλιογραφία

- Anning, A. & Edwards, A. (1999). *Promoting Children's Learning from Birth to Five*. Buckingham: Open University Press.
- Bednarz, N. (1996). Language activity, conceptualization and problem, In H. Mansfield, N.A. Pateman and N. Bednarz (eds.), *Mathematics for Tomorrow's Young Children: International Perspectives on Curriculum* (pp. 186-197). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Birbili, M. & Tsitouridou, M. (2008). Identifying children's interests and planning learning experiences. In P. G. Grotewell & Y. R. Burton (eds) . *Early Childhood Education: Issues and Developments* (pp. 143-156). New York: Nova Science Publishers, Inc.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. London: Academic Publishers.
- Bymes, J. (1996). *Cognitive Development and Learning in Instructional Contexts*. Boston: Allyn &

Bacon.

- Carruthers, E. & Worthington, M. (2006). *Children's Mathematics: Making Marks, Making Meaning. Birth to Eight Years*. London: Sage Publications
- Donaldson, M. (1991). *Η Σκέψη των Παιδιών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Egan, K. (1999). *Children's Minds, Talking Rabbits and Clockwork Oranges*. New York: Teachers College.
- Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J. & Whitenack, J. (2009). Symbolizing, modeling and instructional design. Στο P. Cobb, E. Yackel. & K. McClain (Eds), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms* (pp. 225-274). New York: Routledge.
- Griffiths, R. & Clyne, M. (1991). The power of story: its role in learning mathematics. *Mathematics Teaching*, 135, 42-45.
- Helm, J.H. & Katz, L. (2002). *Μέθοδος Project και Προσχολική Εκπαίδευση. Μικροί Ερευνητές*. Αθήνα: Μεταίχμιο
- Hughes, M. (1996). *Τα Παιδιά και η Έννοια των Αριθμών*. Αθήνα: Gutenberg.
- Jefrey, C. H. & Giorgis, C. (2004). Building the mathematics and literature connection through children's responses. *Teaching children mathematics*, 4 (3), 328-333.
- Kelly, C. (1996). Early literacy. In G.M. Blenkin & A.V. Kelly (Eds), *Early Childhood Education and Developmental Curriculum* (pp.133-149). GB: Paul Chapman Publishing ltd
- Kress, G. (1997). *Before Writing: Rethinking the Paths to Literacy*, London and New York, Routledge.
- Matthews, J. (1996). The young child's early representation and drawing In G.M. Blenkin & A.V. Kelly (Eds), *Early Childhood Education and Developmental Curriculum* (150-183). GB: Paul Chapman Publishing ltd.
- Nicol, C. & Crespo, S. (2005). Exploring mathematics in imaginative places: rethinking what counts as meaningful contexts for learning mathematics. *School Science and Mathematics*. 105,(5), 240-252.
- Noss, R. & Hoyles C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Culture and Computers*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Nunes, T. (1996). Language and socialization of thinking. *Proc. 20th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 1, pp. 71-76). Spain: University of Valencia.
- Papandreou, M. (2009). Preschoolers' semiotic activity: additive problem-solving and the representation of quantity. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis, (eds.), *Proc. 33th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, (V 4, pp. 321-328). Thessaloniki, Greece: PME.
- Perrault, C. (1993). *Η κοκκινοσκουφίτσα*. Αθήνα: Κέδρος
- Saundry, C. & Nicol, S. (2006). Drawing as problem solving: young children's mathematical reasoning through pictures. In J. Notova, H. Moraova, M. Kratka & N. Stelikkova (Eds), *Proc. 30th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 5, pp. 57-64). Czech Republic, Prague: PME.
- Schulman, Dacey, L. & Eston, R. (1999). *Growing mathematical ideas in kindergarten*. Math solutions publications.
- Smith, S.P. (2003). Representation in school mathematics: Children's representation of problem. In J. Kilpatrick, W.G. Martin, & D. Schifter (Eds), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 263-274). Reston, VA: NCTM.
- Stephan, M. & Cobb, P. (1998). The evolution of mathematical practices: How one first-grade classroom learned to measure? In A. Oliver & K. Newstead, (Επιμ.), *Proceedings of the 22th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 97-104). South Africa: Stellenbosch.

- Thomas, N. D., Mulligan, J.T. & Goldin, A. G. (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1–100. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 117–133.
- Van Oers, B. (1997). The narrative nature of young children's iconic representations: some evidence and implications. *International Journal of Early Years Education*, 5, 3, 273-245.
- Vergnaud, G. (1991). La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 23, 133-170.
- Vygotsky, L. (1978). *Minds in Society, the Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge Massachusetts: Harvard University Press.
- Whitehead, M. (1996). Narrative, stories and the world of literature. In G.M. Blenkin & A.V. Kelly (eds), *Early Childhood Education and Developmental Curriculum* (pp. 107-132). GB: Paul Chapman Publishing Ltd.
- Yelland, N. Lee, L. O'Rourke, M. & Harrison, C. (2008). *Rethinking Learning in Early Childhood Education*. Berkshire: Open University Press.
- Γερμανος, Δ., Τζεκάκη, Μ. & Οικονόμου Α. (1997). Χωρομαθηματικές έννοιες, παιδιά και αγωγή στο Νηπιαγωγείο. *Αναλυτικά Προγράμματα Προσχολικής Αγωγής: Πρακτικά 1^{ου} Συνεδρίου Προσχολικής Αγωγής, Τόμος Β'* (σελ. 205-218). Ιωάννινα: Παν/μιο Ιωαννίνων.
- Δαφέμου, Χ., Κουλούρη, Π. & Ε. Μπασαγιάννη, Ε. (2006). *Οδηγός Νηπιαγωγού. Εκπαιδευτικοί Σχεδιασμοί, Δημιουργικά Περιβάλλοντα Μάθησης.*, Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Ζαχάρος, Κ. & Παπανδρέου, Μ. (2004). «Τα Μαθηματικά στο Νηπιαγωγείο: Μια κριτική ανάλυση του ΔΕΠΠΣ», Γ. Μπαγάκης (επιμ.) *Ο Εκπαιδευτικός και το Αναλυτικό Πρόγραμμα* (σελ. 363-371). Αθήνα: Μεταίχιμο.
- Καλδρυμίδου, Μ. (1997). Αναλυτικό Πρόγραμμα και βιβλίο δραστηριοτήτων: Παρατηρήσεις στις προμαθηματικές έννοιες. *Αναλυτικά Προγράμματα Προσχολικής Αγωγής: Πρακτικά 1^{ου} Συνεδρίου Προσχολικής Αγωγής, Τόμος Β'* (σελ. 235-247). Ιωάννινα: Παν/μιο Ιωαννίνων
- Κανατσούλη, Μ. (1997). *Εισαγωγή στη Θεωρία και Κριτική της Παιδικής Λογοτεχνίας*. Θεσσαλονίκη: University Studio Press.
- McNaughton, G. & Williams, G. (2009). *Teaching Young Children: Choices in Theory and Practice*. Berkshire: Open University Press.
- Μπιρμπίλη, Μ. (2008). *Προς μια Παιδαγωγική του Διαλόγου. Η Σημασία και ο Ρόλος των Ερωτήσεων στην Προσχολική Εκπαίδευση*. Αθήνα: Gutenberg.
- Ντολιοπούλου, Ε. (1999). *Σύγχρονες Τάσεις της Προσχολικής Αγωγής*. Αθήνα: Τυπωθήτω-Γ. Δάρδανος
- Παπανδρέου, Μ. (2010). Αφήγηση ιστοριών και σημειωτικές διαδικασίες στο νηπιαγωγείο: μια προσέγγιση για την ανάπτυξη μαθηματικών δραστηριοτήτων με νόημα για τα παιδιά. Στο Δ. Γερμανός & Μ. Κανατσούλη (επιμ.) *ΤΕΠΑΕ 09. Σύγχρονες Παιδαγωγικές Προσεγγίσεις στην Προσχολική και Πρώτη Σχολική Ηλικία* (σελ. 149-170). Θεσσαλονίκη: University Studio Press.
- Παπανδρέου, Μ. (2000). *Μάθηση και Δημιουργικότητα: Εκπαιδευτικές Δραστηριότητες για την Εισαγωγή σε Μαθηματικές Έννοιες και στην Επίλυση Προβλημάτων, για Παιδιά Ηλικίας 5-8 ετών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Παπανδρέου, Μ. (2005). Η νοηματοδότηση των μαθηματικών δραστηριοτήτων στο νηπιαγωγείο μέσα από τη λογοτεχνία. Στο Δ. Γερμανός κ.ά (επιμ.) 4^ο Πανελλήνιο συνέδριο ΟΜΕΠ: *Η «Διαθεματική» Προσέγγιση της Διδασκαλίας και της Μάθησης στην Προσχολική και την Πρώτη Σχολική Ηλικία* (σελ. 319-327). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Παπανδρέου, Μ. (2007). Παραμύθι-μυθι-μυθι, δώσε κλώτσο ν' αριθμήσει: Οι 'σημειώσεις' παιδιών νηπιαγωγείου, όταν ένα παραμύθι δίνει νόημα στην επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος. Στο Α. Βελλοπούλου (επίμ.) 6^ο συνέδριο ΟΜΕΠ: *Η Γλώσσα ως Μέσο και ως Αντικείμενο Μάθησης στην Προσχολική και Πρωτοσχολική ηλικία Πάτρα, 1-3/6/2007*, (σελ. 298-306). ISBN 978-960-89439-1-9.

Τασσοπούλου, Κ.(2004) Στην Αριθμούπολη. Αθήνα: Καστανιώτης
Τζεκάκη, Μ. (2007). Μικρά Παιδιά Μεγάλα Μαθηματικά Νοήματα. Αθήνα: Gutenberg
Τριβιζάς, Ε. (1985) Ο Λαίμαργος Τουνελόδρακος. Αθήνα: Κέδρος.
Τριβιζάς, Ε. (1996α) Φουφήχτρα η Μάγισσα με την Ηλεκτρική Σκούπα. Αθήνα: Μίνωας.
Τριβιζάς, Ε. (1996β) Η Φιφή και η Φωφώ: οι Φαντασμένες Φάλαινες. Αθήνα: Μίνωας.