

Λογικομαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση (504)

Μάθημα 10^ο

Τμήμα Επιστημών Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, ΕΚΠΑ

Εξάμηνο: γ'

Διδάσκουσα: Χριστίνα Γκρέκα

Αθήνα, 2025



Τι είναι μέτρηση;

Σε τι διαφέρει από την
καταμέτρηση/απαρρίθμηση;

Ο Ορισμός της Μέτρησης

Ορισμός Piaget

«μέτρηση» είναι η διαδικασία **απόσπασης από την ολότητα ενός στοιχείου που λαμβάνεται ως μονάδα** και η **μεταφορά της μονάδας αυτής πάνω στο μέρος της ολότητας που απομένει** (Piaget et al., 1960, ό.α. στο Ζαχάρος, 1997).

Σύγχρονοι Ορισμοί

«μέτρηση» ορίζεται η **σύγκριση της ποσότητας κάποιου φυσικού μεγέθους με ένα πρότυπο**, που θα χρησιμοποιηθεί ως μονάδα μέτρησης και η έκφραση ενός συμπεράσματος που γίνεται στη βάση ενός λογικού συμπεράσματος (π.χ. είναι τόσο μεγαλύτερο από... κ.λ.π.).

Ποιο είναι πιο μεγάλο;



Διαδικασία Μέτρησης

Δύο βασικές ενέργειες (Λεμονίδης, Τζεκάκη)

1η ενέργεια:

Τον προσδιορισμό της μονάδας μέτρησης και
Την υποδιαίρεση του αντικειμένου με βάση αυτή τη μονάδα.

2η ενέργεια:

Την χρήση αυτής της μονάδας επαναληπτικά από το αρχικό μέχρι το τελικό σημείο του αντικειμένου.

Τρία βήματα (Van de Walle, 2005)

1ο βήμα: Αποφασίζουμε
ποιο χαρακτηριστικό
μετράμε.

2ο βήμα: Επιλέγουμε τη
μονάδα μέτρησης

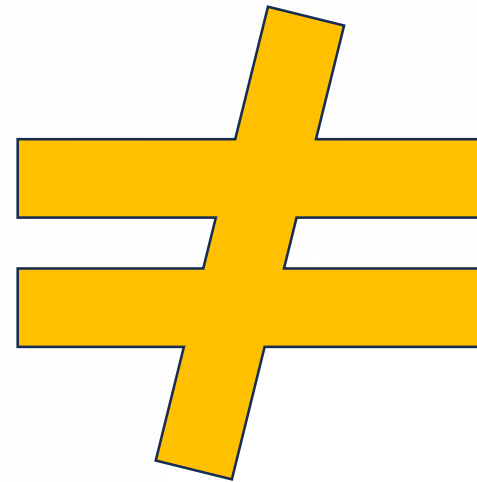
3ο βήμα: Συγκρίνουμε τις μονάδες μέτρησης
με το χαρακτηριστικό του αντικειμένου που
μετράμε, καλύπτοντάς το ή συνταιριάζοντας τις
μονάδες.

Απαρίθμηση και Μέτρηση

Απαρίθμηση

Με την
απαρίθμηση/καταμέτρηση
ποσοτικοποιούμε συγκρίσεις
που αφορούν **διακριτές**
ποσότητες

Από το «πιο πολλά μήλα» στο
«πόσα πιο πολλά; πόσα;»



Μέτρηση

Με τη μέτρηση
ποσοτικοποιούμε συγκρίσεις
που αφορούν **συνεχείς**
ποσότητες

Από το «ψηλότερος» στο
«πόσο πιο ψηλός; πόσο
ύψος έχει;»

Τι προβλήματα αντιμετωπίζουμε όταν
μετράμε;

Το Πρόβλημα των Υποδιαϊρέσεων

- ✓ Πολύ συχνά, κάτι «περισσεύει»
- ✓ Χρειάζεται να μετρήσουμε κάτι που είναι μικρότερο από την αρχική μονάδα μέτρησης

Χρειαζόμαστε υποδιαϊρέσεις της αρχικής μας μονάδας

Στην καθημερινή ζωή...

... οι υποδιαϊρέσεις της (τυπικής) μονάδας (π.χ.) μήκους είναι πολύ **συγκεκριμένες**

- Αρχική μονάδα: Μέτρο
- Υποδιαϊρέσεις: Δεκατόμετρο, εκατοστόμετρο, χιλιοστόμετρο

Σε πόσα (ίσα) μέρη έχουμε σπάσει την αρχική μονάδα σε κάθε περίπτωση;

Στον αφηρημένο «κόσμο» των αριθμών...

...έχουμε την (αφηρημένη) μονάδα 1

Μπορούμε να τη «σπάσουμε»

- σε δύο (ίσα) κομμάτια → Υποδιαϊρέση: $1/2$
- Σε τρία (ίσα) κομμάτια → Υποδιαϊρέση: $1/3$
- Σε n (ίσα) κομμάτια: → Υποδιαϊρέση: $1/n$

Σε μέχρι πόσα κομμάτια μπορούμε να σπάσουμε τη μονάδα;

Η μέτρηση στο νηπιαγωγείο

Ο όρος «μετρώ» στο νηπιαγωγείο σημαίνει **γεμίζω, καλύπτω και αντιστοιχώ** το χαρακτηριστικό που μετράω με μία μονάδα μέτρησης που έχει το ίδιο χαρακτηριστικό (Ζαχάρος, 1997· Λεμονίδης, 2003).

Μήκος
1 διάσταση

Επιφάνεια
2 διαστάσεις, μήκος x μήκος

Όγκος/Χωρητικότητα
3 διαστάσεις, μήκος x μήκος
x μήκος



Όγκος: «πόσο χώρο καταλαμβάνει»

Χωρητικότητα: «πόσο χωράει»

Δεξιότητες σχετικές με τη μέτρηση που αναπτύσσονται στο νηπιαγωγείο:

- Να **ευθυγραμμίζουν τα άκρα** ενός αντικειμένου για το μετρήσουν
- Να **τοποθετούν τις μονάδες μέτρησης κατά μήκος** του μετρούμενου αντικειμένου
- Να κατανοούν την **ανάγκη για ίσου μήκους μονάδες**
- Να χρησιμοποιούν **τα εργαλεία** μέτρησης με ακρίβεια
- Να διατυπώνουν **συμπεράσματα** για το μέγεθος των αντικειμένων

Προκειμένου να κατορθώσουν οι μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της μέτρησης και να εκτελούν επιτυχώς συγκρίσεις κρίνεται σημαντικό να έχουν αναπτύξει τη δυνατότητα λογικών συλλογισμών σε σχέση με τα μεγέθη.

Αρχές του Piaget για τη Μέτρηση

Ο Piaget διατύπωσε κάποιες αρχές που επηρεάζουν τη μέτρηση και επιδρούν στην ανάπτυξη (Λεμονίδης 2013, Φιλίππου & Χρίστου, 2002)

Διατήρηση

Η ικανότητα του παιδιού να κατανοεί ότι οι φυσικές ιδιότητες των αντικειμένων (π.χ. όγκος, βάρος, μάζα), παραμένουν σταθερές παρά τις αλλαγές που συμβαίνουν στην εξωτερική τους εμφάνιση.

Αποκέντρωση

Η ικανότητα του παιδιού για ταυτόχρονη αντίληψη περισσότερων του ενός χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου.

Αντιστρεψιμότητα

Εσωτερικευμένη νοητική πράξη, η οποία μπορεί να αντιστραφεί (Λεμονίδης, 2013).



Η ικανότητα για τη μέτρηση προϋποθέτει:

α) την ικανότητα λογικών (μεταβατικών) συμπερασμών, οι οποίοι είναι οικουμενικοί (Αν $A=B$ και $B=Γ$ τότε $A=Γ$, αν $A>B$ και $B>Γ$ τότε $A>Γ$) και

β) τη κατανόηση της μονάδας μέτρησης ως μέρος του όλου ($A=A_1+A_1+A_1...$).

Τα Είδη της Μέτρησης

Πρώτη μορφή: **Άμεση** σύγκριση

- ✓ Εισαγωγική
- ✓ άμεση σύγκριση των μετρούμενων μεγεθών
- ✓ μπορεί να προκύψει με ερωτήσεις του τύπου: «Ποιο είναι πιο μακρύ (πιο κοντό, κτλ)».
- ✓ συχνές στην καθημερινότητα των παιδιών
- ✓ βασίζονται σε αισθητηριακά-οπτικά κριτήρια και συγκρίνοντας συνήθως τα άκρα των μετρούμενων μηκών
- ✓ Συχνά οδηγούνται σε λάθος εκτιμήσεις, όταν πρόκειται για περιπτώσεις όπου τα μήκη περιέχουν καμπύλες ή τεθλασμένες γραμμές

Δεύτερη μορφή: **Έμμεση** σύγκριση

- ✓ Απαιτεί πιο σύνθετες νοητικές λειτουργίες
- ✓ Περιλαμβάνει τη χρήση λογικών συλλογισμών είναι των μετρούμενων μεγεθών
- ✓ αυθαίρετες, μη συμβατικές μονάδες μέτρησης όπως παλάμες, πατούσες, κτλ.

Μεταβατικοί Συμπερασμοί

Όπως στις άμεσες, έτσι και στις έμμεσες συγκρίσεις οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε ερωτήματα του τύπου: « **Πόσο μακρύτερο είναι;/ Πόσο ελαφρύτερο είναι;/ Πόσες φορές μεγαλύτερο είναι;**»

→ Πρόκειται για ερωτήματα που απαιτούν λογικούς συλλογισμούς στηριζόμενους στις αριθμητικές πράξεις.

Ο μεταβατικός συμπερασμός (**transitive inference**) στη μέτρηση αναφέρεται στη λογική ικανότητα να συμπεραίνουμε μια σχέση μεγέθους μεταξύ δύο ποσοτήτων, όταν γνωρίζουμε τις σχέσεις καθεμιάς με μια τρίτη.

Τα παιδιά από πολύ μικρά, έχουν την ικανότητα να κάνουν μεταβατικούς συμπερασμούς.

→ μπορούν να συγκρίνουν μεγέθη, χρησιμοποιώντας ένα τρίτο και οδηγούνται στην εξαγωγή συμπερασμάτων για το μεγαλύτερο και το μικρότερο (Sarama & Clements, 2009).

Μονάδες Μέτρησης

Ορισμός και Είδη Μονάδων Μέτρησης

Ως Μονάδα Μέτρησης ορίζεται ένα μέγεθος το οποίο έχουμε σαν πρότυπο και με αυτό συγκρίνουμε και μετράμε όλα τα όμοια μεγέθη (Nunes & Bryant, 2007).

Το πραγματικό μέγεθος της μονάδας αποτελεί αυθαίρετη ανθρώπινη κατασκευή και ποικίλει ανάμεσα στους πολιτισμούς.

Τυπικές Μονάδες

Χαρακτηριστικά παραδείγματα τυπικών μονάδων μέτρησης αποτελούν το μέτρο, ο χάρακας

Μη Τυπικές Μονάδες

...μολύβι, η πατούσα, η κορδέλα
→ χαρακτηρίζονται για τη δυσκολία της μετατροπής της μιας μονάδας σε μια άλλη.

«Εμείς μετρούμε την απόσταση σε μίλια, άλλοι σε χιλιόμετρα, και οι πρόγονοί μας τη μετρούσαν σε πήχεις»,
Nunes & Bryant.

Χαρακτηριστικά μονάδων μέτρησης

■ Έκφραση ποσότητας

Η Μονάδα Μέτρησης έχει πολύ σημαντικό ρόλο καθώς μας δίνει τη δυνατότητα να εκφράσουμε «πόσο μεγαλύτερο, βαρύτερο κλπ.» είναι κάτι. Μάλιστα, μας βοηθά να αποφανθούμε για παράδειγμα πόσες φορές η ποσότητα Α είναι μεγαλύτερη από την ποσότητα Β.

■ Κοινωνική σύμβαση

Αποτελεί αποτέλεσμα κοινωνικών συμβάσεων, στο οποίο οφείλεται και η διαφοροποίηση της (π.χ. χιλιόμετρα, μίλια, γιάρδες κ.ά.).

■ Σταθερότητα

Η Μονάδα Μέτρησης θα πρέπει να είναι σταθερή, για να γίνουν μεταβατικά συμπεράσματα. Λόγω της σταθερότητας της κάθε Μονάδας, υπάρχει σταθερότητα και στις σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών μονάδων. Αυτό εξυπηρετεί και την ασφαλή μετατροπή των μονάδων μέτρησης (ΙΕΠ, 2014).

Μη τυπικές μονάδες μέτρησης

→ τα παιδιά να χρησιμοποιούν δικές τους μονάδες μέτρησης που έχουν νόημα για τα ίδια

→ η επιλογή τους γίνεται με αυθαίρετο τρόπο.

Στόχος μας → τα παιδιά να κατανοήσουν την αναγκαιότητα της χρήσης μονάδων μέτρησης και **μέσω της σύγκρισης** των αποτελεσμάτων την αναγκαιότητα της σύμβασης για **τη χρήση ίδιων μονάδων** (π.χ. για το μήκος: χρήση μελών του σώματος -χέρια, δάκτυλα-).

Σύμφωνα με τους Nunes & Bryant, 2007, η χρήση άτυπων μονάδων μέτρησης είναι σημαντική γιατί:

- Η **ποικιλία των μονάδων** βοηθά στην **εστίαση στο μέγεθος** που μας ενδιαφέρει
- Η **κατάλληλη επιλογή μονάδας** κρατά το αριθμητικό αποτέλεσμα **στο πεδίο των αριθμών** που δουλεύουμε στο Νηπιαγωγείο.
- Μπορούν να δημιουργήσουν ένα πλαίσιο στο οποίο καθίσταται ορατή **η ανάγκη εισαγωγής τυπικών μονάδων**.
- Η εκμάθηση των τυπικών μονάδων μέτρησης και του τρόπου με τον οποίο «δουλεύουν» τα καθιερωμένα όργανα μέτρησης είναι ένας επιπλέον (και όχι τετριμμένος) στόχος.

Σκεφτείτε δύο διαφορετικές άτυπες μονάδες για:

- Το μήκος
- Την επιφάνεια
- Τον όγκο

Μικρά παιδιά και χάρακας

Δίνετε σε παιδιά 5-6 χρονών ένα σχέδιο «χάρακα», στον οποίο οι αποστάσεις ανάμεσα στους αριθμούς είναι άνισες και ρωτάτε αν είναι σωστά φτιαγμένος.

Δίνετε στα παιδιά ένα διαβαθμισμένο χάρακα από τον οποίο «λείπουν» οι αριθμοί και ζητάτε να τους τοποθετήσουν.

Δίνετε στα παιδιά ένα «σπασμένο» χάρακα, ο οποίος ξεκινάει από το 4.

Τι θα περιμένατε;

Το μήκος



Στάδια για τη μέτρηση του μήκους

1. Το χωρισμό σε τμήματα,

→ δηλαδή τη διανοητική δραστηριότητα της διαμέτρησης ενός αντικειμένου σε μονάδες ίσου μεγέθους.

2. Τη συνεχή επανάληψη της μονάδας,

→ θεώρηση του μήκους ενός μικρού κομματιού (μονάδα) ως τμήματος του μήκους του προς μέτρηση αντικειμένου, με τέτοιο τρόπο ώστε η αρχή κάθε μονάδας να συμπίπτει με το τέλος της προηγούμενης.

3. Τη μεταβατικότητα,

→ κατανόηση ότι αν το μήκος του ενός αντικειμένου είναι ίσο (μεγαλύτερο ή μικρότερο) με το μήκος ενός άλλου αντικειμένου και το δεύτερο αντικείμενο έχει το ίδιο μήκος (μεγαλύτερο ή μικρότερο) με κάποιο τρίτο αντικείμενο, τότε το πρώτο αντικείμενο έχει το ίδιο μήκος (μεγαλύτερο ή μικρότερο) με το τρίτο αντικείμενο.

Στάδια για τη μέτρηση του μήκους

4. Τη διατήρηση,

→ το μήκος ενός φαινομένου δεν αλλάζει από τις διαφορετικές τοποθετήσεις του στο χώρο.

5. Τη συσσώρευση της απόστασης,

→ καθώς επανατοποθετείται η μονάδα κατά μήκος του αντικειμένου και μετριέται ο αριθμός των τοποθετήσεων, η αριθμολέξη δηλώνει το χώρο που έχει καλυφθεί από όλες τις μονάδες που έχουν μετρηθεί μέχρι αυτό το σημείο

6. Τη συσχέτιση του αριθμού με τη μέτρηση.

→ όταν δείχνουμε στα παιδιά δύο σειρές ίδιου μήκους που η μια αποτελείται από 5 και η άλλη από 6 σπέρτα και τα παιδιά αναφέρουν ότι η μία σειρά είναι πιο μεγάλη, γιατί έχει περισσότερα σπέρτα, σημαίνει ότι τα παιδιά στη μέτρηση συνεχών μονάδων επηρεάζονται από τη μέτρηση αντικειμένων.

Μήκος, Οι δυσκολίες των παιδιών

- ✓ διάφορες σκοπιές: ως μήκος ή πλάτος σχήματος ή ύψος στερεού, ως απόσταση δύο σημείων που έχουν διανυθεί, ως κίνηση από το ένα σημείο στο άλλο.
- ✓ «... το μήκος του αντικειμένου δεν αλλάζει άσχετα με τη θέση του στον χώρο»
- ✓ Διάκριση του μεγέθους
- ✓ Συγχεεται με άλλες τοποθετήσεις στο χώρο: κοντά-μακριά.
- ✓ Μεταξύ των μονάδων αφήνουν κενά ή γίνεται επικάλυψη των μονάδων.
- ✓ Οι μονάδες μέτρησης, που χρησιμοποιούν, ενώ είναι διαφορετικού μεγέθους, τις θεωρούν ίδιες.
- ✓ Όταν κάνουν σύγκριση του μήκους δύο αντικειμένων, συγκρίνουν μόνο τη μια άκρη τους (Clements & Sarama, 2009; Curry, Mitchelmore, & Outhred, 2006).

Σύνοψη

- ✓ Μέτρηση vs Απαρρίθμηση
- ✓ Διακριτά και συνεχή μεγέθη
- ✓ Υποδιαίρέσεις
- ✓ Μονάδες μέτρησης
 - ✓ Τυπικές
 - ✓ Μη τυπικές
- ✓ Το μήκος και η μέτρηση του
- ✓ Οι δυσκολίες των παιδιών στη μέτρηση