

Λογικομαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση (504)

Μάθημα 3^ο

Τμήμα Επιστημών Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, ΕΚΠΑ

Εξάμηνο: γ'

Διδάσκουσα: Χριστίνα Γκρέκα

Αθήνα, 2025



Σήμερα...

Οι αναπαραστάσεις στη
Διδακτική των
Μαθηματικών

Είδη αναπαραστάσεων
και μετασχηματισμός
αναπαραστάσεων

Δυναμικά
Διασυνδεδεμένες
αναπαραστάσεις και
Νέες Τεχνολογίες

Οι αναπαραστάσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών

- Οι μαθηματικές έννοιες ενσωματώνουν ένα δίκτυο σχέσεων μεταξύ αντικειμένων,
- Τα αντικείμενα αυτά δεν είναι προσβάσιμα μέσω της καθημερινής εμπειρίας ούτε μέσω των διαισθητικής αντίληψης
- Είναι προσιτά έμμεσα «μέσω της χρήσης σημείων και σημειωτικών αναπαραστάσεων» (Duval, 2006, p.107)

Αναπαράσταση



μια εσωτερική –αφαιρετική διαδικασία κατά την οποία το παιδί μέσα από την εμπειρία του οικοδομεί γνωστικά σχήματα



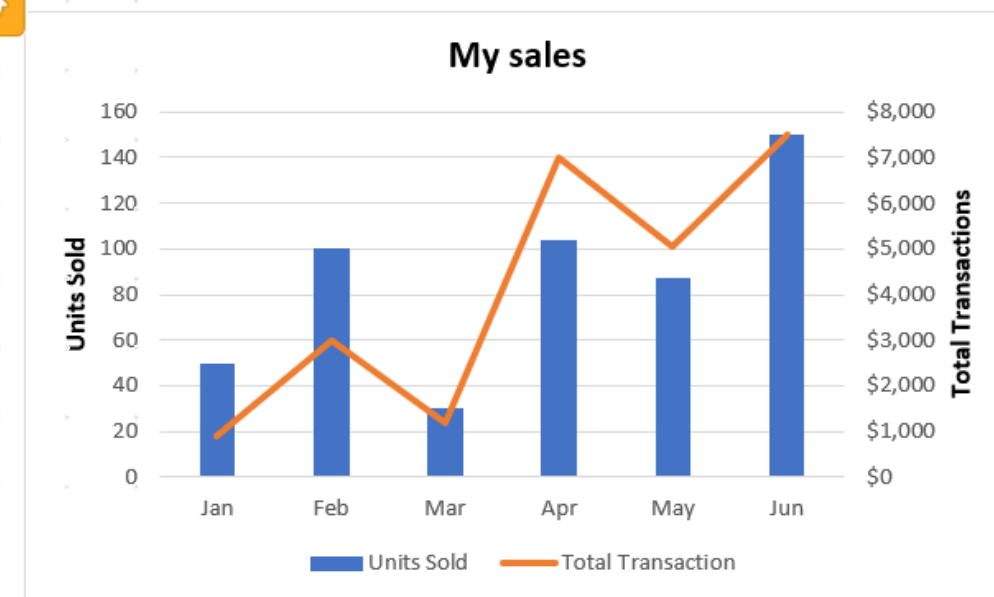
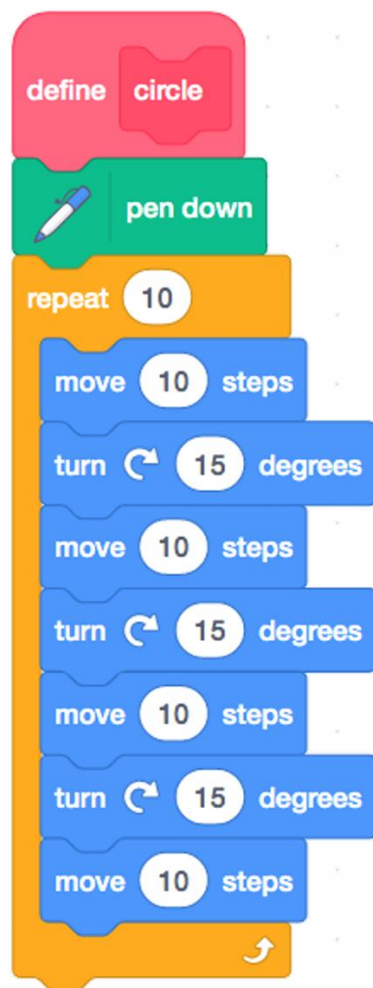
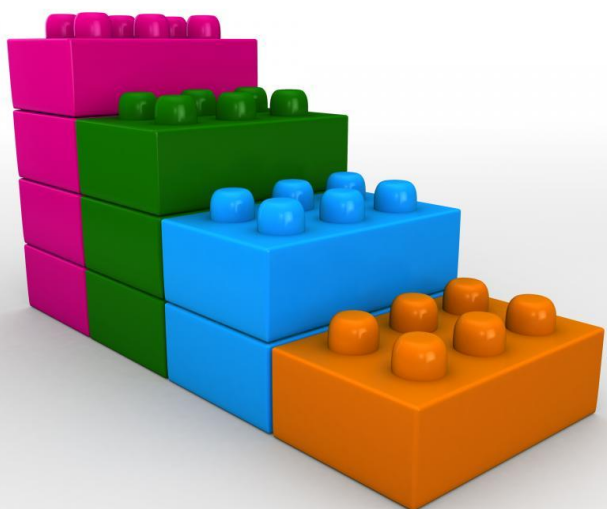
η εξωτερίκευση της παραπάνω διαδικασίας



το κατασκεύασμα που προκύπτει από την εξωτερίκευση

(Pape & Tchoshanov, 2001, p.119)

Οι αναπαραστάσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών



Οι αναπαραστάσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών

Οι αναπαραστάσεις θεωρούνται σημαντικά εργαλεία

- **κατανόησης**
- **επικοινωνίας**



Οι μαθητές από τη νηπιακή ηλικία ακόμα, πρέπει να αποκτήσουν την ικανότητα (NCTM (2000):

- να **δημιουργούν** και **χρησιμοποιούν** αναπαραστάσεις προκειμένου να *οργανώσουν*, να *καταγράψουν* και να *μοιραστούν* μαθηματικές ιδέες
- να **επιλέγουν**, να **εφαρμόζουν** και να **μεταφράζουν** μαθηματικές αναπαραστάσεις για την *επίλυση προβλημάτων*
- να **χρησιμοποιούν** τις αναπαραστάσεις για να *διαμορφώνουν* και *ερμηνεύουν* φυσικά, κοινωνικά και μαθηματικά θέματα



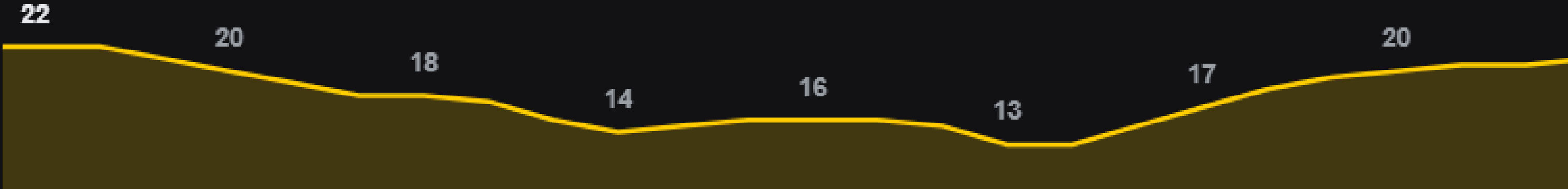
22 °C | °F

Υετός: 0%
Υγρασία: 39%
Άνεμος: 14 χμ/ώ

Καιρός

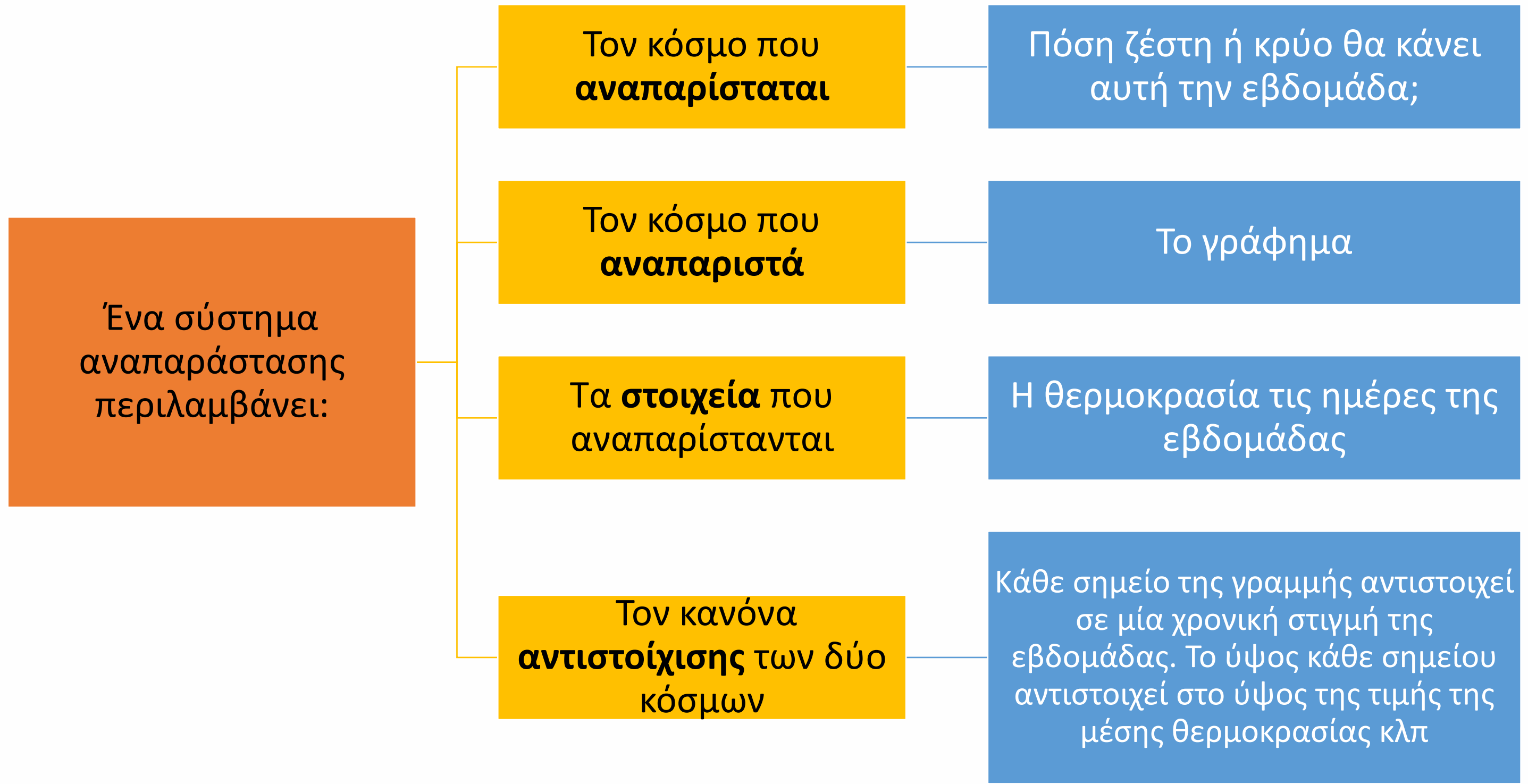
Σάββατο 4:00 μ.μ.
Κυρίως ηλιοφάνεια

Θερμοκρασία | Υετός | Άνεμος



5 μ.μ.	8 μ.μ.	11 μ.μ.	2 π.μ.	5 π.μ.	8 π.μ.	11 π.μ.	2 μ.μ.
Σάβ	Κυρ	Δευ	Τρί	Τετ	Πέμ	Παρ	Σάβ
23° 14°	21° 11°	21° 12°	22° 12°	21° 14°	19° 13°	19° 13°	20° 14°

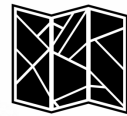
Σύστημα αναπαράστασης



Αναπαραστάσεις και Μάθηση



Jerome Bruner



5^A

Τα άτομα **μεταβαίνουν** από τη χρήση πραξιακών αναπαραστάσεων στη χρήση εικονικών και στη συνέχεια συμβολικών αναπαραστάσεων.

Η οικοδόμηση των εννοιών προκύπτει από **μετασχηματισμό** των αναπαραστάσεων.



Raymond Duval



Shaaron Ainsworth

Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις λειτουργούν συμπληρωματικά, καθοδηγητικά ή εποικοδομητικά ως προς την οικοδόμηση της γνώσης.



Gérard Vergnaud

Μια **έννοια** δεν μαθαίνεται μέσα από έναν ορισμό, αλλά «ενεργοποιείται» από **ποικιλία καταστάσεων** όπου τα παιδιά δρουν. Οι αναπαραστάσεις υποστηρίζουν το μετασχηματισμό της δράσης σε γνώση.

Είδη αναπαραστάσεων

Α. Με κριτήριο το μέσο κατασκευής τους

Εσωτερικές (internal):

γνωστικά ή νοητικά μοντέλα, σχήματα, έννοιες, αντιλήψεις και νοητικά αντικείμενα που δεν είναι απευθείας (άμεσα) ορατά.

Εξωτερικές (external):

φυσικές ενσωματώσεις ιδεών, εννοιών και διαδικασιών
- Καταστάσεις της πραγματικής ζωής, χειραπτικά υλικά, προφορικά και γραπτά σύμβολα, εικόνες

(Lesh et al., 1987)

Οι **εξωτερικές** (αναπαραστάσεις) βρίσκονται στα περιβάλλοντα των μαθητών ενώ οι **εσωτερικές** αναπαραστάσεις αναπτύσσονται στη σκέψη τους (Cobb et al., 1992)

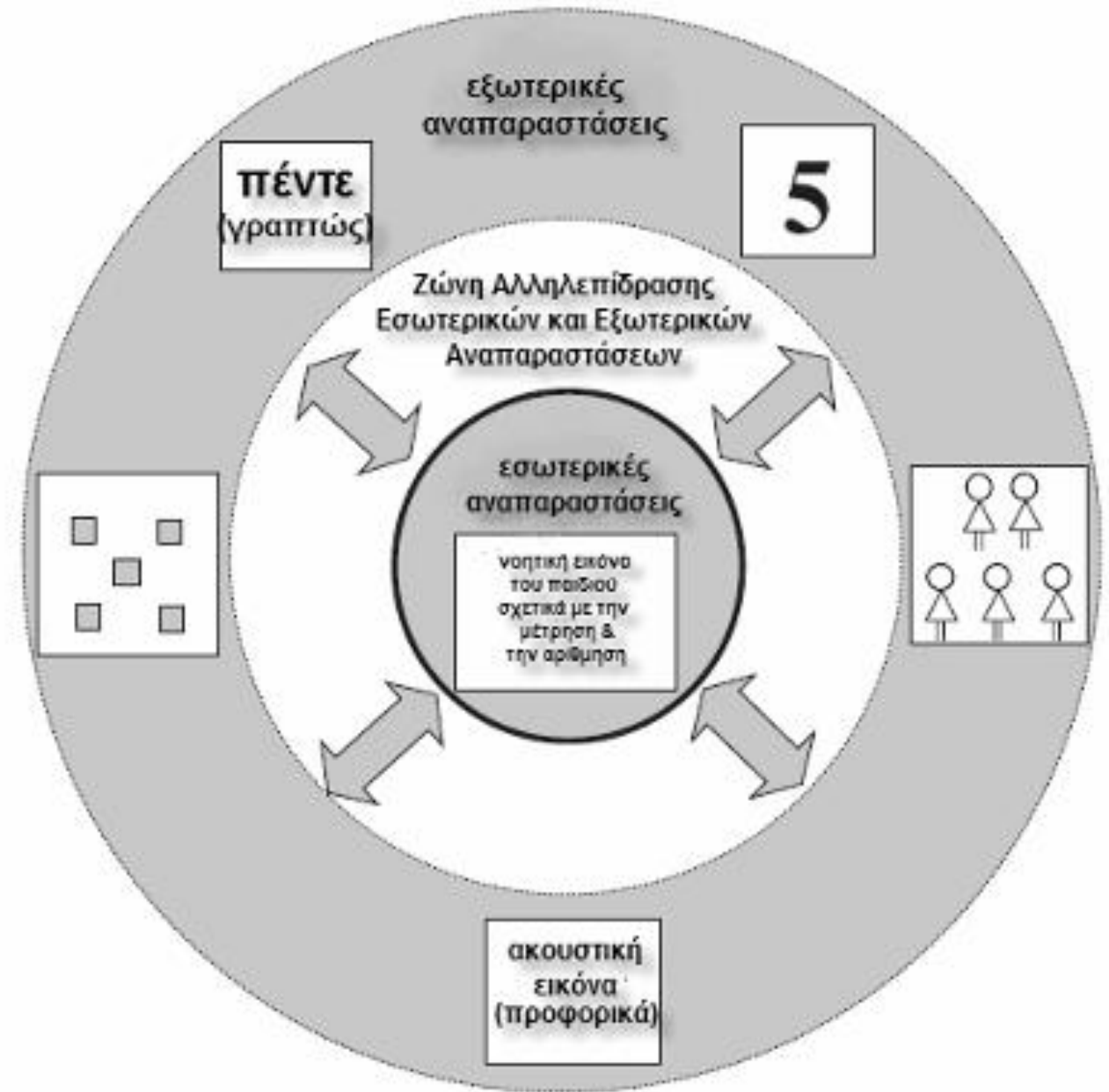
Οι δύο τύποι συνδέονται αμφίδρομα

- Η εξωτερική εκφράζει την εσωτερική σκέψη και η εσωτερική επηρεάζει την εξωτερική

Αλληλεπίδραση εξωτερικών και εσωτερικών αναπαραστάσεων

- Η μάθηση προκύπτει κατά την διαδικασία της αλληλεπίδρασης μεταξύ των εξωτερικών και εσωτερικών αναπαραστάσεων.
- Οι εσωτερικές αναπαραστάσεις και οι εξωτερικές αναπαραστάσεις μπορούν να μετασχηματιστούν η μία στην άλλη
- Η εσωτερίκευση αναφέρεται στη διαδικασία που μετασχηματίζει τις εξωτερικές αναπαραστάσεις σε εσωτερικές αναπαραστάσεις ενώ η αντίθετη διαδικασία καλείται εξωτερίκευση.

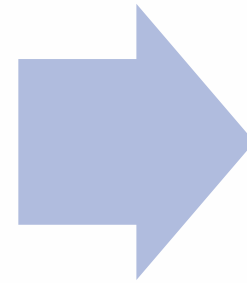
Πχ. «όταν το παιδί αρχίζει να σχηματίζει την έννοια του αριθμού 5 έχει αποκτήσει την ικανότητα να χρησιμοποιεί τις εξωτερικές αναπαραστάσεις για να κάνει συγκρίσεις» (Pape & Tchoshanov, 2001, p. 119)



Σχήμα 2. Σχέση μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών αναπαραστάσεων με στόχο την ανάπτυξη της κατανόησης της αρίθμησης (Pape & Tchoshanov, 2001, p.119)

Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις ως αντικείμενο **μαθηματικής συζήτησης**

Η δομή των εξωτερικών αναπαραστάσεων δίνει νόημα στη μαθηματική συζήτηση σχετικά με το μαθηματικό αντικείμενο που περιλαμβάνεται στη δραστηριότητα



Η μαθηματική συζήτηση συμβάλλει στη οικοδόμηση της εικόνας του μαθηματικού αντικειμένου αυτής της δραστηριότητας.

BONUS

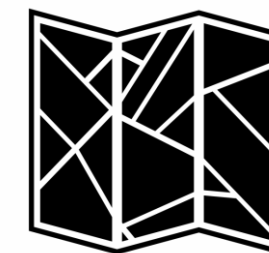


- Η κατανόηση τι είναι ένα μαθηματικό αντικείμενο εξαρτάται και από ιδέες που προκύπτουν σε μια μαθηματική συζήτηση» (Chiappini & Bottino, 2001)
- Η μαθηματική συζήτηση σε μια τάξη είναι μια μορφή αναπαράστασης, διαφορετική από κάθε άλλη αναπαράσταση.

Είδη αναπαραστάσεων

Β. Με κριτήριο **τον τρόπο που οικοδομούνται και χρησιμοποιούνται** από το άτομο κατά τη διάρκεια της ανάπτυξης του (Bruner, 2006)

- Πραξιακές/ ενδραστικές (enactive) → βασίζονται στην δράση
- Εικονικές (iconic) → βασίζονται στην εικόνα
- Συμβολικές (symbolic) → βασίζονται στη χρήση συμβόλων



Jerome Bruner

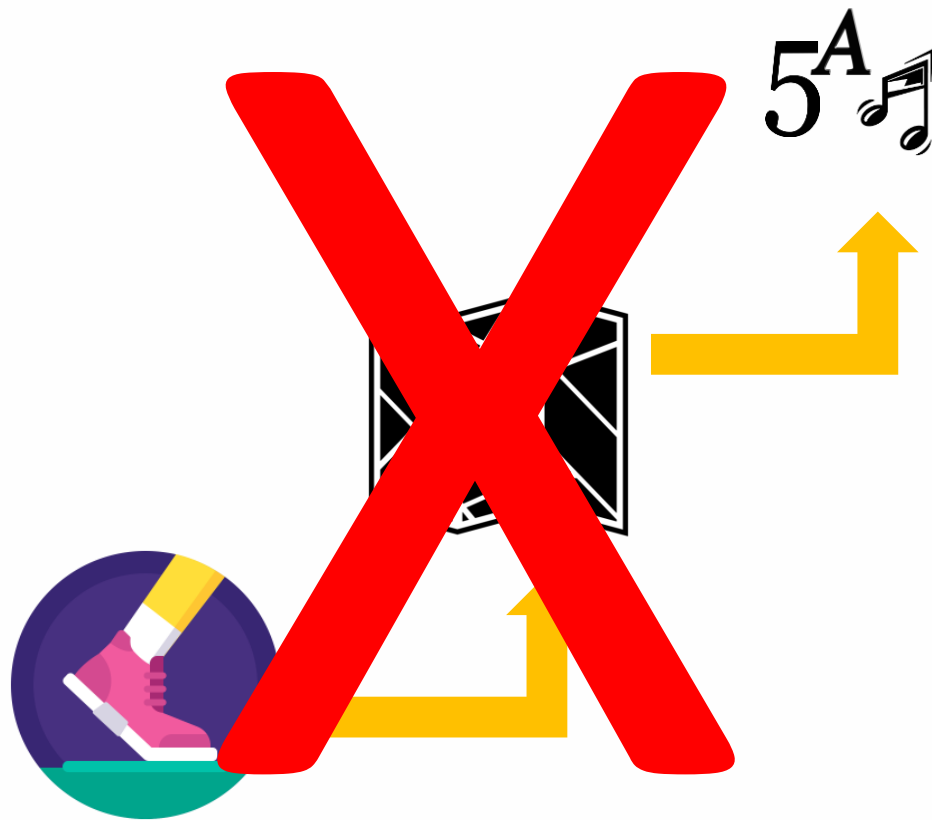


Επεξεργασία και μετάφραση αναπαραστάσεων



Raymond Duval

Η οικοδόμηση των εννοιών προκύπτει από
μετασχηματισμό των αναπαραστάσεων.

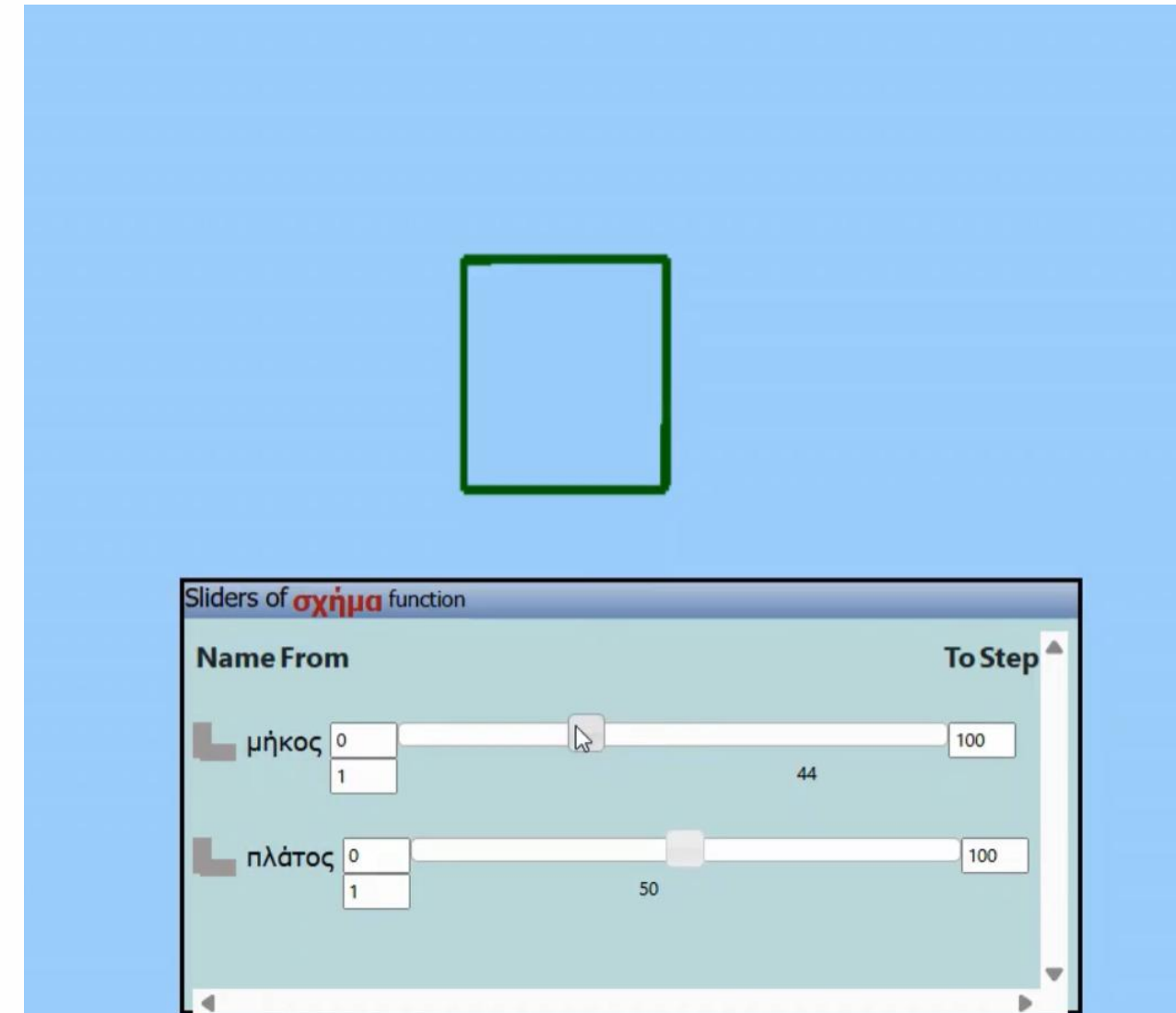


- ✓ **Επεξεργασία** → το άτομο χρησιμοποιεί τα μέσα του συστήματος της αναπαράστασης για να την μετασχηματίσει σε μια άλλη αναπαράσταση χρησιμοποιώντας το ίδιο σύστημα.
- ✓ **Μετάφραση** → το άτομο χρησιμοποιεί τα μέσα ενός άλλου συστήματος της αναπαράστασης για να την μετασχηματίσει σε μια άλλη αναπαράσταση χρησιμοποιώντας διαφορετικό σύστημα

→ Οι περισσότερες δυσκολίες κατανόησης και σωστής χρήσης των γνωστικών εννοιών από τα παιδιά σχετίζονται με την αδυναμία τους να κάνουν τέτοιους μετασχηματισμούς μετάφρασης των αναπαραστάσεων (Bruner, 1996; Duval, 2006)

Πολλαπλές και Διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις

- Για την οικοδόμηση βαθύτερης κατανόησης→
 - χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων
 - δυναμική διασύνδεση των αναπαραστάσεων
 - Δύο αναπαραστάσεις είναι
 - **διασυνδεδεμένες** όταν παρουσιάζουν το ίδιο είδος πληροφορίας
 - **δυναμικά διασυνδεδεμένες** όταν μια μεταβολή σε μια αναπαράσταση συνεπάγεται μεταβολή σε μια άλλη.
- επέκταση του περιεχομένου της αναπαράστασης και ενσωμάτωση του περιεχομένου των αναπαραστάσεων στην προϋπάρχουσα γνώση (Ainsworth, 2008)



Πολλαπλές και Διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις



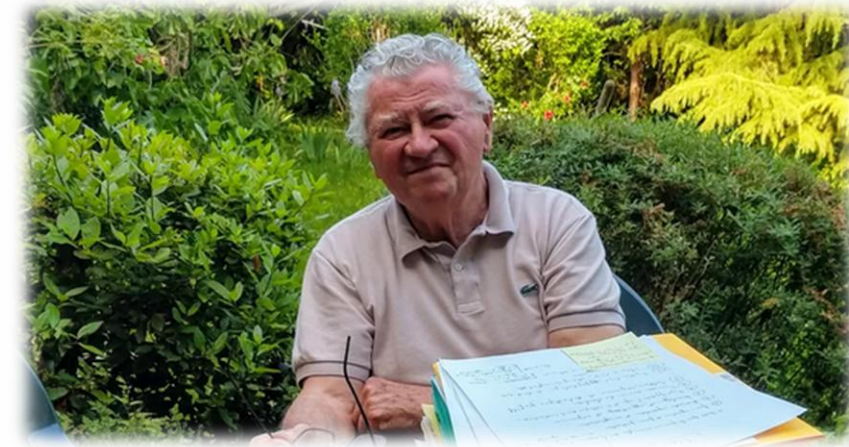
Shaaron Ainsworth



Σχεδιαστικές αρχές για τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων

- ο αριθμός των αναπαραστάσεων
- ο τρόπος που οι πληροφορίες διανέμονται
- ο τύπος του αναπαραστατικού συστήματος
- η ακολουθία των αναπαραστάσεων
- η υποστήριξη για τη μετάφραση μεταξύ των αναπαραστάσεων

Η θεωρία των εννοιολογικών πεδίων



Gérard Vergnaud

- ✓ Ο ρόλος της **δράσης** στην αναπαράσταση
- ✓ Η αναπαράσταση ως **δυναμική** διαδικασία

Μία αναπαράσταση δεν είναι απλώς ένα στατικό "μέσο" (π.χ. ένα γράφημα ή μια εξίσωση), αλλά μια δυναμική γνωστική διαδικασία που μετατρέπει την πράξη σε γνώση.

Η αναπαράσταση δεν είναι «αντικείμενο» αλλά **δραστηριότητα**, ένας τρόπος με τον οποίο το υποκείμενο κατασκευάζει και νοηματοδοτεί τα μαθηματικά αντικείμενα μέσω της:

Σύνδεσης

Συνδέει τη δράση, τη γλώσσα και τη σκέψη σε ενιαίο σύστημα

Οργάνωσης

Οργανώνει την εμπειρία του μαθητή με συστηματικό τρόπο

Μετατροπής

Μετατρέπει την πράξη σε γνώση μέσω δραστηριότητας

Η θεωρία των εννοιολογικών πεδίων

Ένα **εννοιολογικό πεδίο** είναι ένα σύνολο **καταστάσεων, εννοιών, αναπαραστάσεων και διαδικασιών** που συνδέονται νοηματικά.

- Η γνώση εκδηλώνεται μέσα από **σχήματα δράσης** (schemas) που ενεργοποιεί ο μαθητής σε κάθε κατάσταση.
- Ένα σχήμα δράσης είναι "η αμετάβλητη οργάνωση της συμπεριφοράς για μια ορισμένη κατηγορία καταστάσεων"

Καταστάσεις

- Τα πραγματικά ή νοητικά προβλήματα με τα οποία έρχεται αντιμέτωπος το παιδί

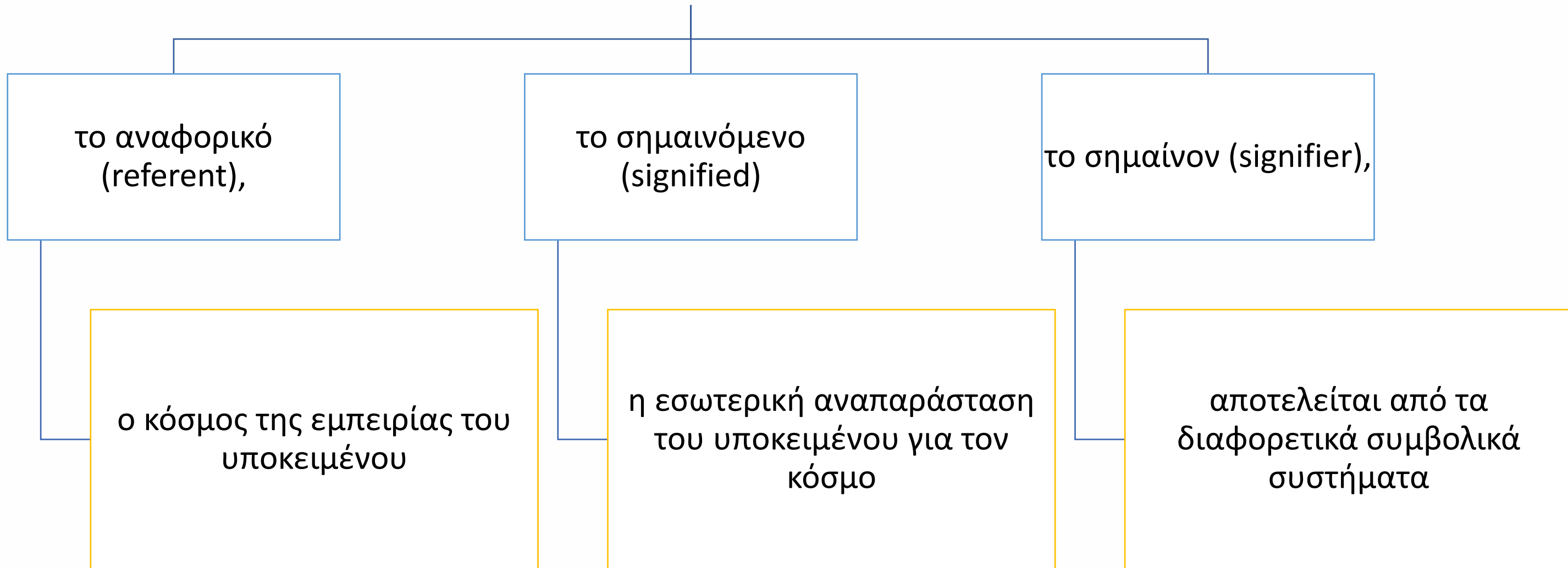
Σχήματα

- Η οργάνωση της συμπεριφοράς

Αναπαραστάσεις

- Τα μέσα με τα οποία εκφράζει και επικοινωνεί τη σκέψη του

Τρία επίπεδα οντοτήτων σε ένα αναπαραστατικό σύστημα

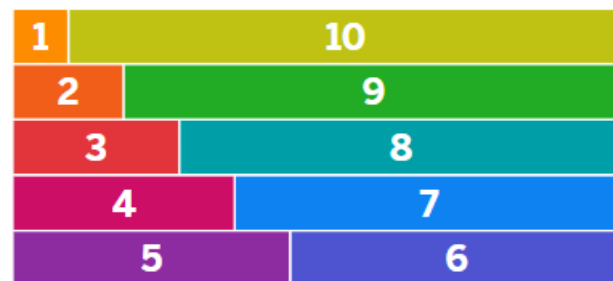


- Η σχέση σημαίνοντος–σημαινόμενου **δεν είναι σταθερή** αλλά εξαρτάται από τη δράση και το πλαίσιο.

Πχ. "3/4" μπορεί να σημαίνει λόγο, μέρος, πιθανότητα κ.λπ.



Roll the dice. Add bars on the left to make the two totals equal.



Roll



<https://classroom.amplify.com/activity/6668af318ffc3507d0259ebf?collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a%2C68d5840ed2baffd819cacfae%2C655cea587755229b6385da85%2C667178c9222ef1846bae5918#preview/45dddb02-8dd2-4249-9751-b8f7214e0ac3>

Σύνοψη...

Οι Αναπαραστάσεις στη Διδακτική των Μαθηματικών

- Αναπαράσταση και Σύστημα Αναπαράστασης
- Αναπαράσταση και Μάθηση
 - Είδη αναπαραστάσεων
 - Εξωτερικές και εσωτερικές αναπαραστάσεις
 - Πραξιακές, εικονικές και συμβολικές αναπαραστάσεις
 - Μετασχηματισμός των αναπαραστάσεων
 - Επεξεργασία
 - Μετάφραση
 - Πολλαπλές Αναπαραστάσεις
 - Διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις
 - Δυναμικά διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις
- Οι αναπαραστάσεις στη θεωρία των εννοιολογικών πεδίων



THANK
YOU!

Αναφορές

- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & education*, 33(2-3), 131-152.
- Bruner, J. S., & Kenney, H. J. (1965). Representation and mathematics learning. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 30(1), 50-59.
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking-The registers of semiotic representations* (pp. 28-43). Cham: Springer International Publishing.
- Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation (s) in developing mathematical understanding. *Theory into practice*, 40(2), 118-127.
- Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human development*, 52(2), 83-94.
- Πατσιομίτου, Σ., & Εμβαλωτής, Α. (2009). Οι αναπαραστάσεις μαθηματικών αντικειμένων ως μέσο οικοδόμησης της μαθηματικής γνώσης: Τα συστήματα δυναμικής γεωμετρίας ως αναπαραστατικά εργαλεία. *Θέματα επιστημών και τεχνολογίας στην εκπαίδευση*, 2(3), 247-272.
<http://ouranos.edu.uoi.gr/thete/index.php/thete/article/view/40>