

Λογικομαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση (504)

Μάθημα 4^ο

Τμήμα Επιστημών Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, ΕΚΠΑ

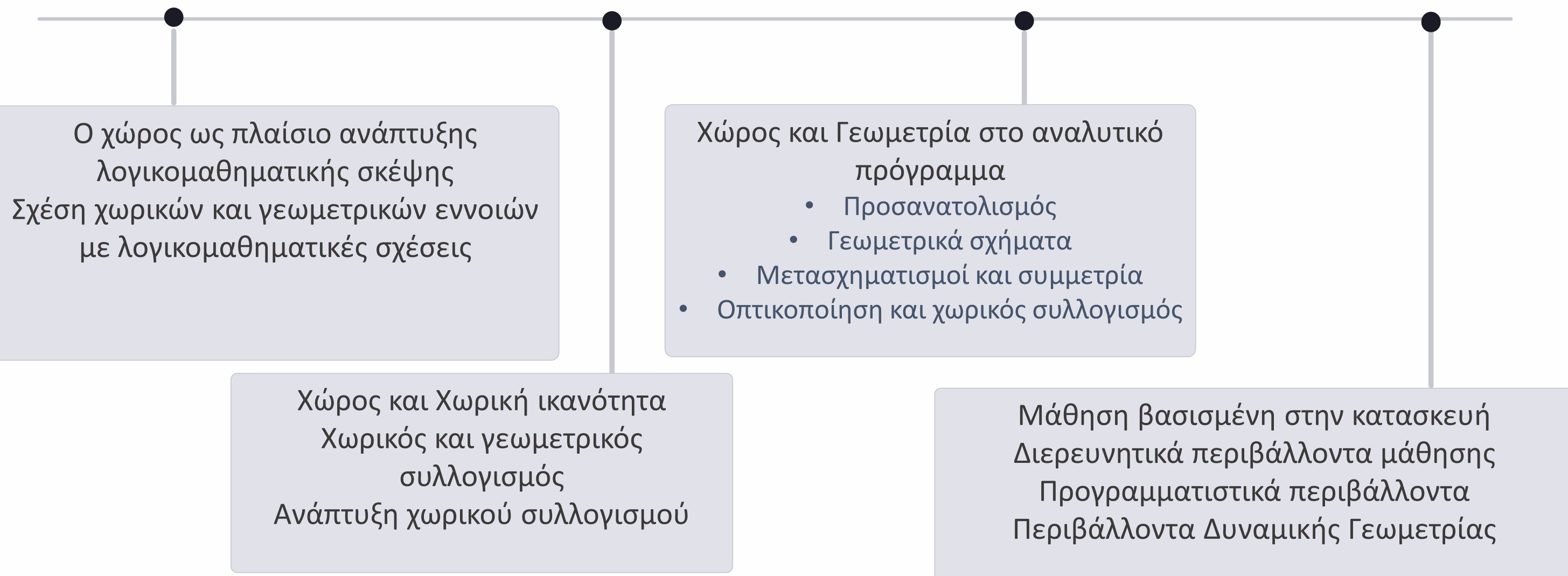
Εξάμηνο: γ'

Διδάσκουσα: Χριστίνα Γκρέκα

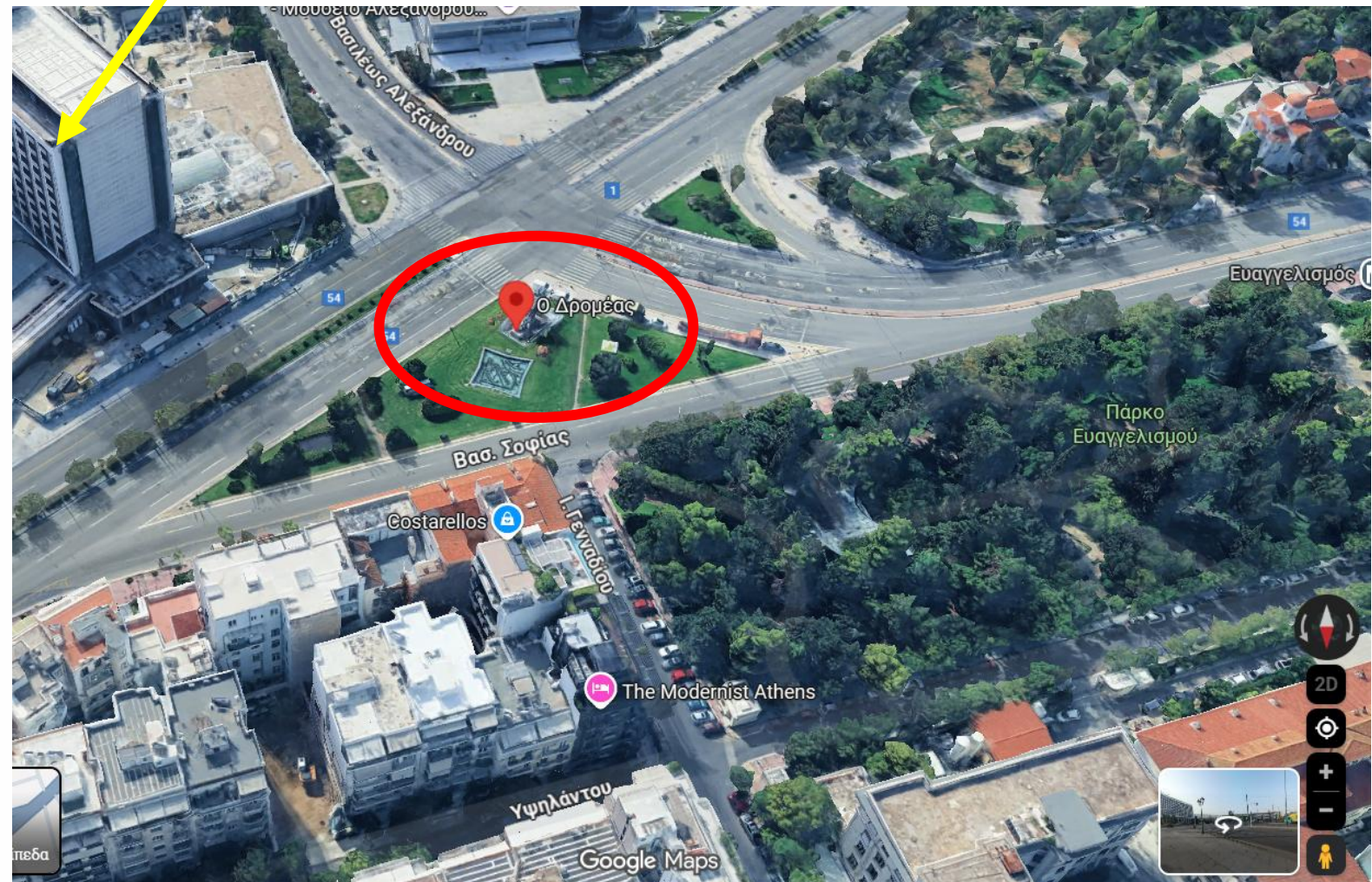
Αθήνα, 2025



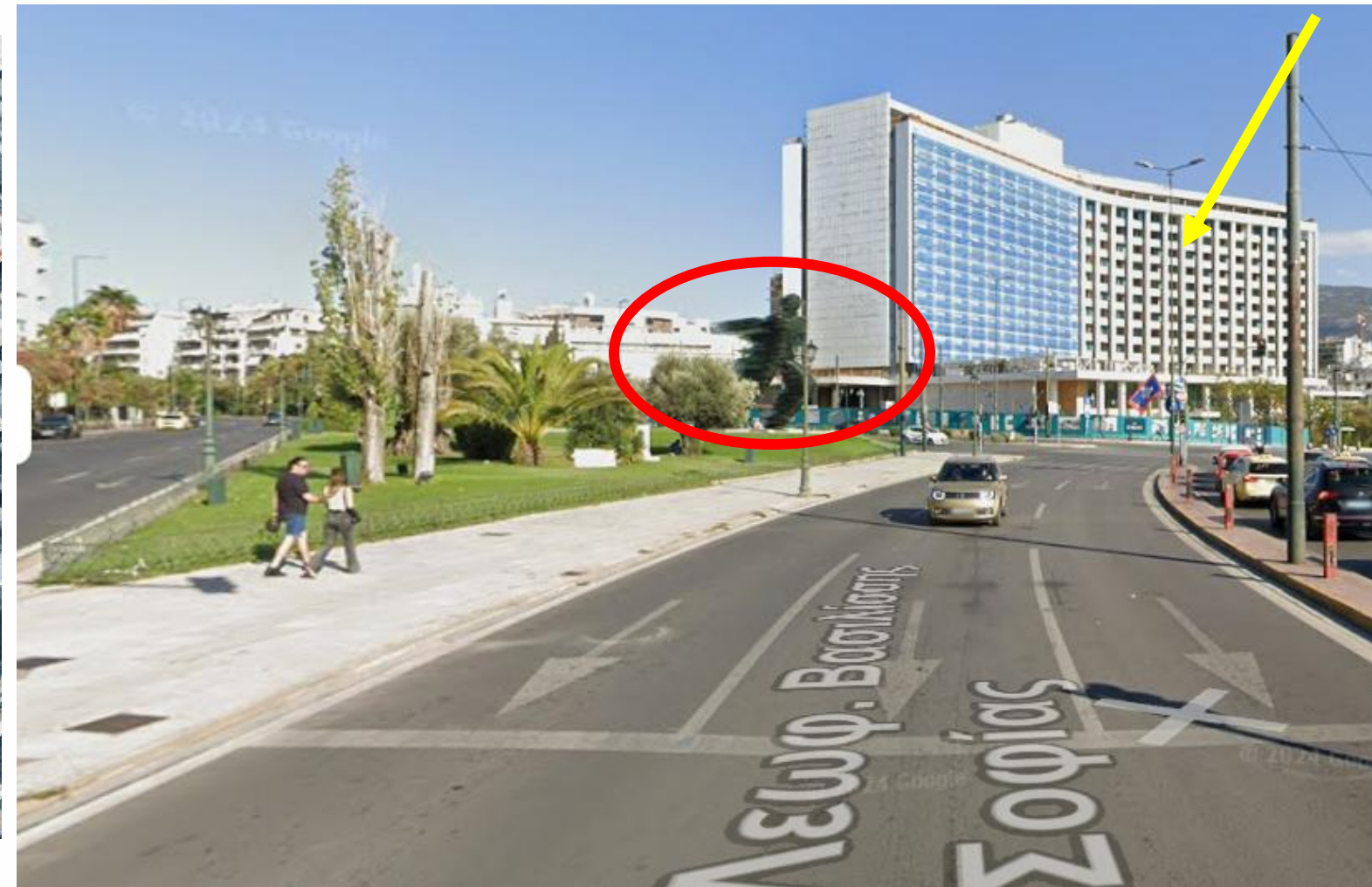
Σήμερα...



Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν το ίδιο πράγμα;



Οι παρακάτω εικόνες δείχνουν το ίδιο πράγμα;



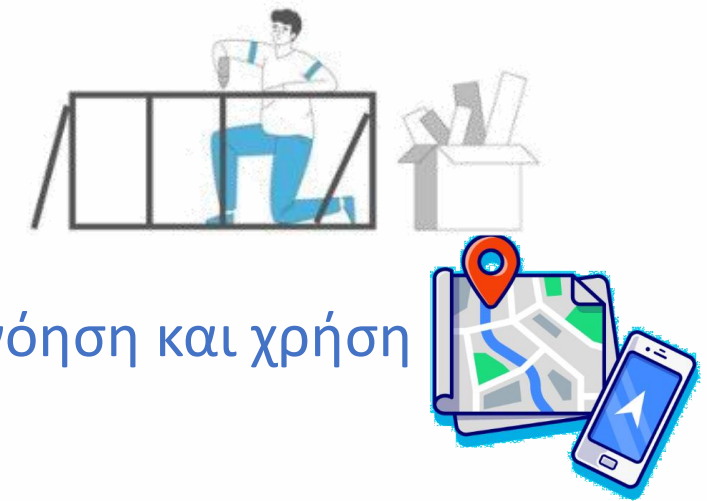
Είναι τα παρακάτω σχήματα ίδια;



Ο χώρος και χωρικές έννοιες

✓ Καθημερινότητα

- Πχ. Ανάγνωση κατασκευή χάρτη, μοντελοποίηση καταστάσεων κατανόηση και χρήση συντεταγμένων απαιτούν χωρικό συλλογισμό



✓ Συσχέτιση με γνωστική ανάπτυξη και επίδοση στα STEM

- ✓ Πχ. Κατανόηση κινήσεων ουράνιων σωμάτων, φαινόμενο μέρας-νύχτας

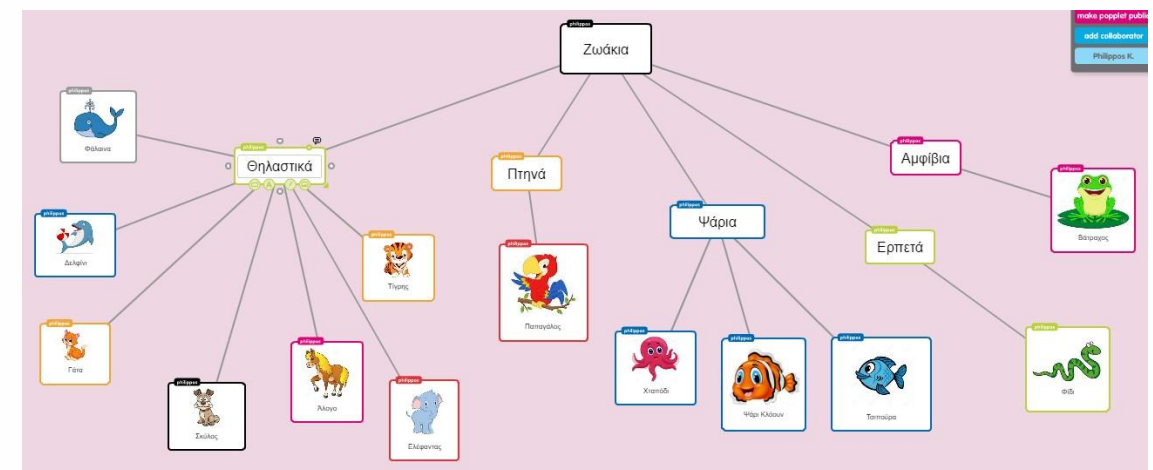


✓ Επίλυση προβλήματος

- ✓ Πχ. Κατανόηση, χρήση, δημιουργία διαγραμμάτων

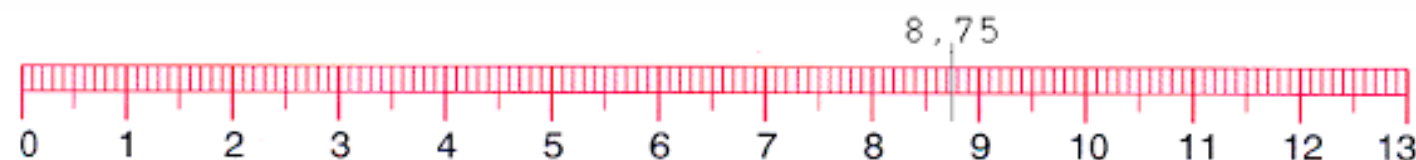
✓ Στηρίζουν την κατανόηση και τη μνήμη

- ✓ Πχ. εννοιολογικοί χάρτες



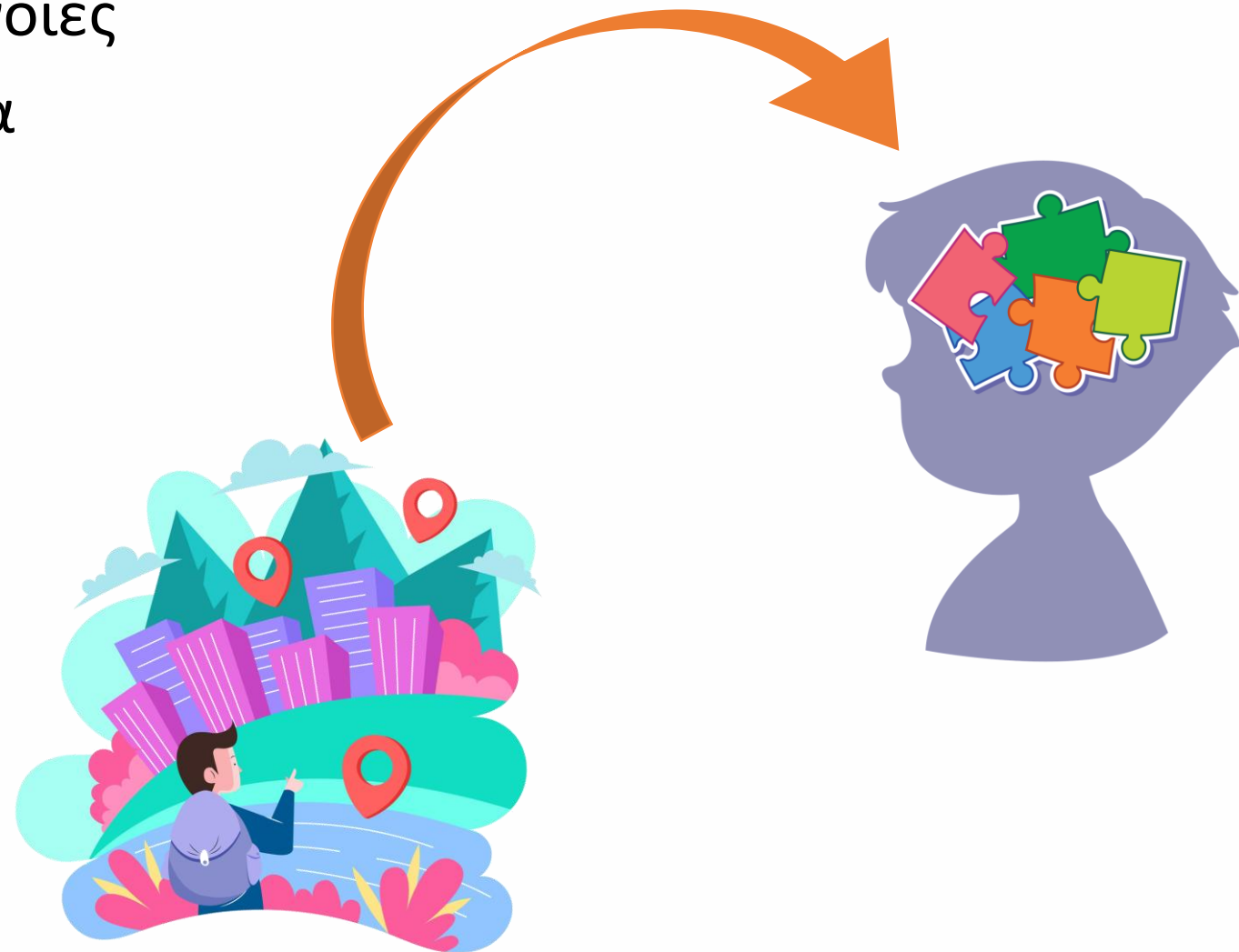
✓ Αριθμητικές σχέσεις

- ✓ Πχ. κατανόηση αριθμογραμμής



Σύνδεση Χώρου και Γεωμετρίας με τις Λογικομαθηματικές Σχέσεις

- Χωρικές έννοιες → προ-μαθηματικές έννοιες
- Στο πλαίσιο χωρικών δραστηριοτήτων τα παιδιά:
 - συσχετίζουν
 - συγκρίνουν
 - ταξινομούν
 - αντιστοιχούν αντικείμενα
- Χώρος και η γεωμετρία → πλαίσιο ανάπτυξης των λογικομαθηματικών σχέσεων.





Πώς τα άτομα **αντιλαμβάνονται το χώρο και τα αντικείμενα μέσα σε αυτόν**, τις ιδιότητες τις σχέσεις και τους μετασχηματισμούς που τα χαρακτηρίζουν και **οργανώνουν νοερές ή φυσικές αναπαραστάσεις ή ενέργειες** για την επεξεργασία τους (Gardner, 1983)

Χωρικός συλλογισμός

→ η διαδικασία με την οποία σχηματίζουμε ιδέες για τις ιδιότητες και σχέσεις στο χώρο και τις διαχειριζόμαστε για την επίλυση προβλήματος
Περιλαμβάνει:

- την αντίληψη, αναπαράσταση και κατανόηση **θέσεων**, αμοιβαίων σχέσεων **διευθύνσεων** και διαδρομών μέσα στο χώρο,
- τη **διαχείριση** και τον **μετασχηματισμό** των χωρικών πληροφοριών

Γεωμετρικός συλλογισμός

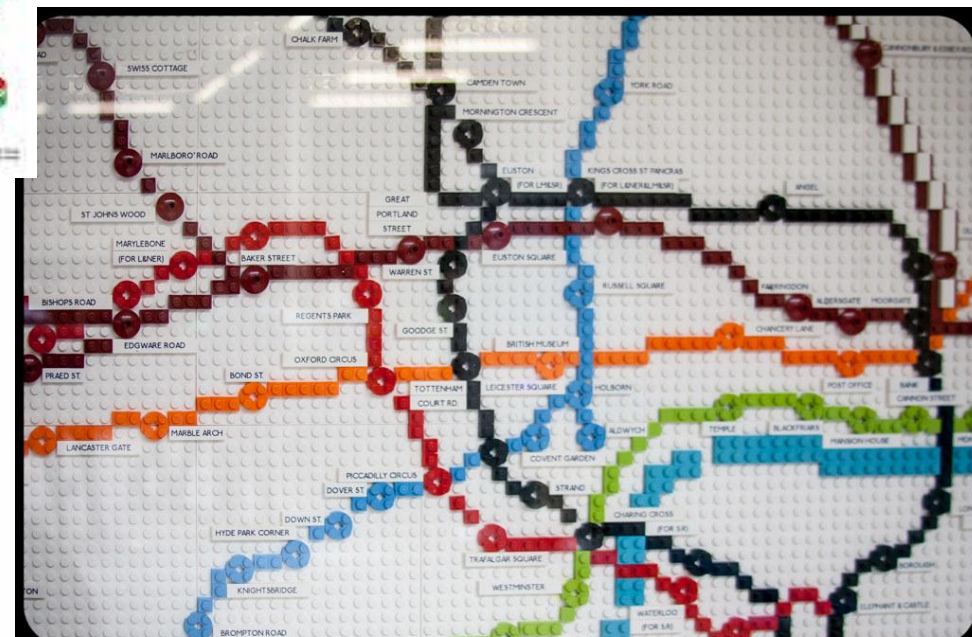
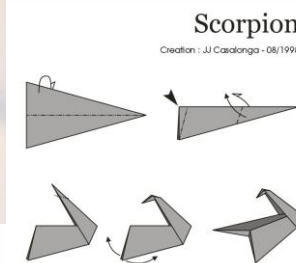
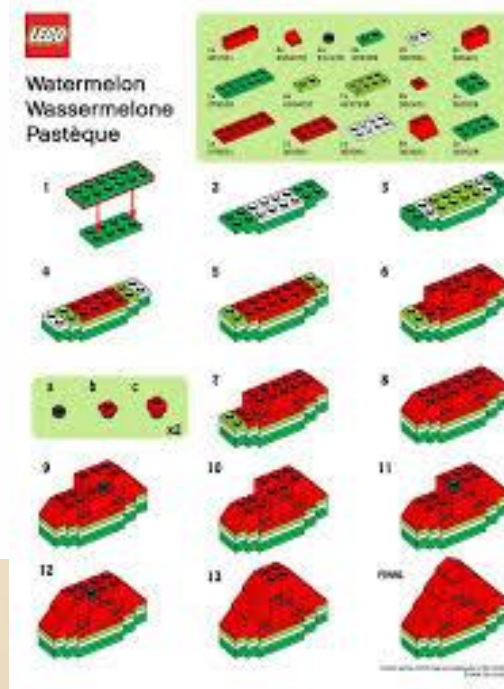
→ οργάνωση και επεξεργασία βιωμένου χώρου στη βάση του **γεωμετρικού μοντέλου**

Περιλαμβάνει:

- την αναγνώριση, περιγραφή και ανάλυση των κατηγοριών των γεωμετρικών **σχημάτων**,
- την ανάλυση, σύνθεση, ανασύνθεση σε άλλα σχήματα και
- μετασχηματισμούς **σχημάτων**

Χωρικές εμπειρίες για την ανάπτυξη χωρικού συλλογισμού

- Παρά τις διαφορετικές θεωρήσεις, οι ερευνητές συμφωνούν ότι οι **χωρικές δεξιότητες** μπορούν να **αναπτυχθούν και να βελτιωθούν** μέσα από δραστηριότητες χωρικής σκέψης.

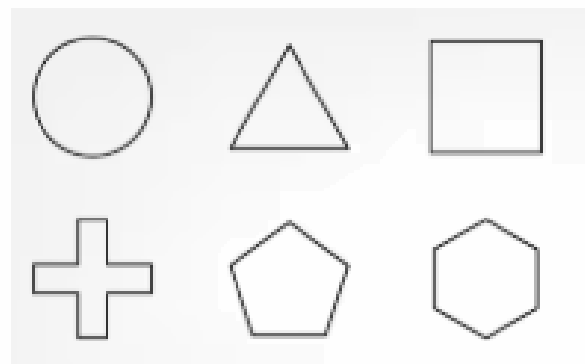


Χώρος και Γεωμετρία στο Αναλυτικό Πρόγραμμα



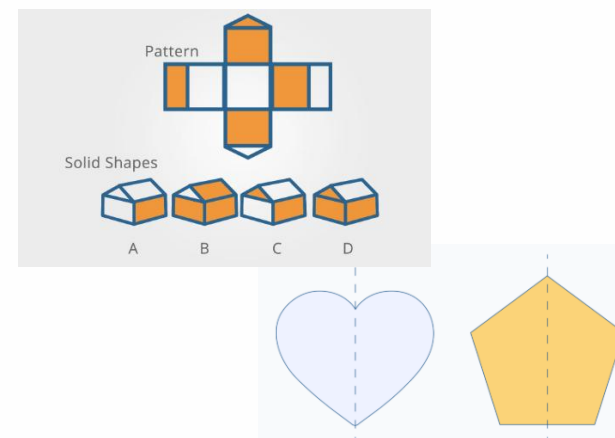
Προσανατολισμός

Αντιστοίχιση,
σύγκριση,
σχέσεις θέσης,
σειροθέτηση,
διάταξη



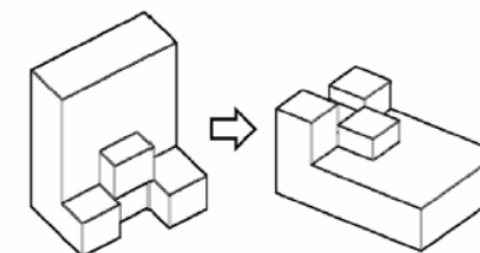
Γεωμετρικά Σχήματα

Ταξινόμηση,
κατηγοριοποίηση,
σύγκριση,
αναγνώριση
προτύπων και
κανονικοτήτων



Μετασχηματισμοί
και Συμμετρία

Αντιστοίχιση,
ισότητα,
ισοδυναμία



Οπτικοποίηση και χωρικός
συλλογισμός

Αντιστοίχιση,
πρόβλεψη με βάση
λογικές σχέσεις,
σύγκριση

Γεωμετρία στο Δημοτικό

■ Προσανατολισμός στο χώρο

- Σχεδίαση, αναπαραγωγή, αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση **σχημάτων και στερεών**

■ Συμμετρία

■ Περιγραφή, αναπαραγωγή και σχεδιασμός γεωμετρικών σχημάτων και στερεών σωμάτων

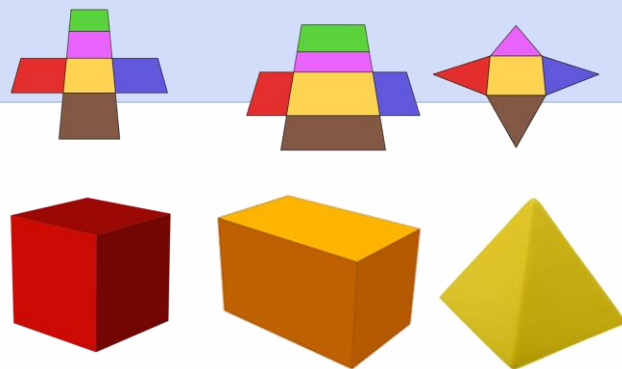
- Κάθετες ευθείες
- Κορυφή, ακμή, ορθή γωνία και έδρα.
- Συμμετρία

■ Περίμετροι και εμβαδά

■ Το μήκος του κύκλου

■ Είδη και σχεδίαση γωνιών και τριγώνων

■ Αναπτύγματα στερεών



A

B

Γ

Δ

Ε

Σ

Τ

■ Σχεδίαση, αναπαραγωγή σχημάτων και αναγνώριση των χαρακτηριστικών των σχημάτων αυτών.

- Σημεία, ευθύγραμμα τμήματα και παράλληλες και κάθετες ευθείες.
- Κύβος, παραλληλεπίπεδο, κύλινδρος, σφαίρα.
- Συμμετρία, παρατήρηση και σχεδίαση

■ Σχεδίαση παράλληλων και κάθετων ευθειών

■ Υπολογισμός περιμέτρου

■ Εμβαδό

■ Συμμετρία

■ Κύκλος

■ Χρήση του διαβήτη

■ Μήκος κύκλου, εμβαδό κυκλικού δίσκου,

■ Εμβαδά και όγκοι βασικών στερεών σχημάτων.

■ Γωνίες

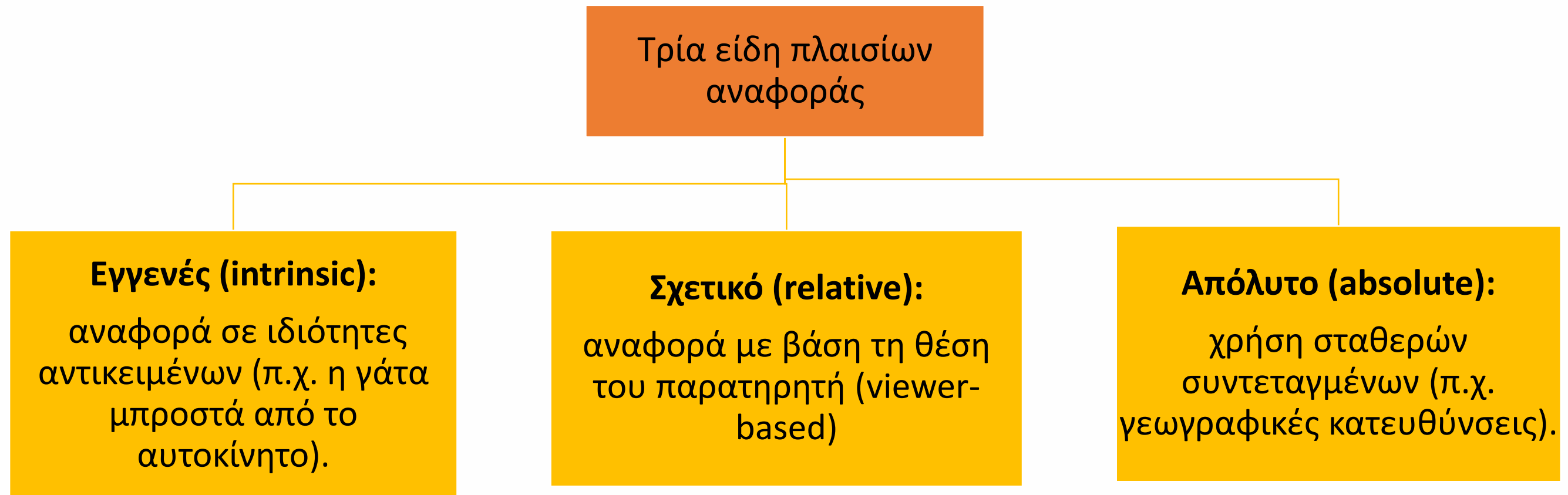
■ Συμμετρία

■ Μεγέθυνση – σμίκρυνση

Χωρικός προσανατολισμός

- Ικανότητα καθορισμού **θέσης και κατεύθυνσης** στο χώρο σε σχέση με σημείο αναφοράς ακόμη και σε περίπτωση αλλαγής της προοπτικής (Clements κ.ά., 2003)

→ **Εννοιολογικό πεδίο** (Vergnaud, 2009) για την ανάπτυξη χωρικών εννοιών → σχετικές έννοιες → απαιτούν τη χρήση πλαισίων αναφοράς



Πλαίσια αναφοράς

Εγγενές

-Ο σκύλος βρίσκεται μπροστά στον άνθρωπο

Σχετικό εγωκεντρικό, με βάση τη θέση του παρατηρητή, με αναφορά στο σώμα του παρατηρητή

-Ο σκύλος βρίσκεται αριστερά του ανθρώπου

Σχετικό αλλοκεντρικό, με βάση τη θέση του παρατηρητή αλλά με αναφορά σε τρίτο αντικείμενο/θέση

-Ο σκύλος βρίσκεται μπροστά από το σπίτι

Απόλυτο, με αναφορά σε αντικειμενικά ορισμένα πλαίσια

-Ο σκύλος βρίσκεται δυτικά του ανθρώπου/ νότια του σπιτιού.





Εφαρμογή

1. Τα παιδιά έχουν κατασκηνώσει στο δάσος. Πώς θα μετακινηθούν από τη σπηλιά (Σ) όπου έστησαν τη σκηνή τους, στην πηγή (Π), για να πάρουν νερό;

α. Τα σημεία Σ και Π απέχουν μεταξύ τους στην οριζόντια αριθμογραμμή 3 τετράγωνα, δηλαδή μέτρα και στην κατακόρυφη 1 τετράγωνο, δηλαδή μέτρα.

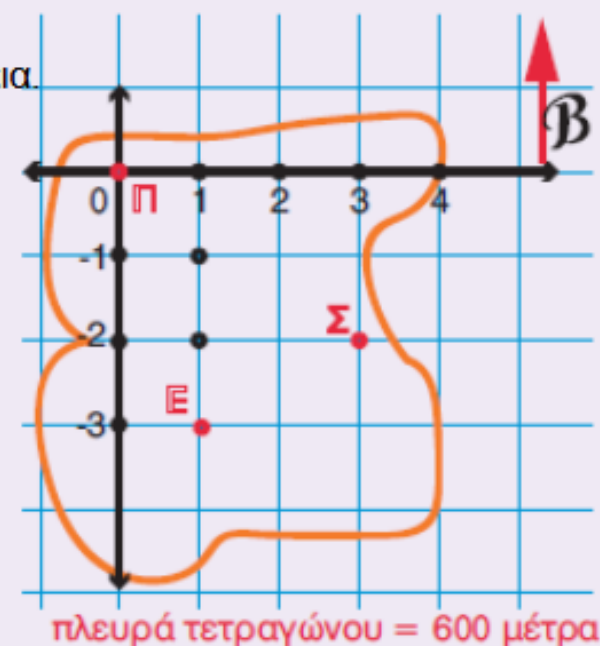
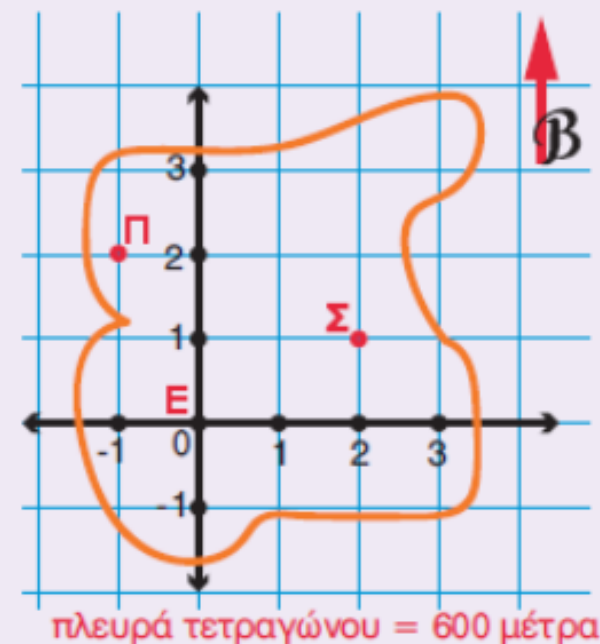
β. Ο χάρτης δείχνει τον βορρά. Επομένως, για να πάνε από τη σπηλιά στην πηγή με τη βοήθεια πυξίδας, θα περπατήσουν 600 μέτρα βόρεια και μετά μέτρα δυτικά.

2. Τα παιδιά, όταν γύρισαν, είπαν στους συμμαθητές τους ότι κατασκήνωσαν στη θέση (2,1) σε μια σπηλιά. Είχαν δίκιο;

α. Το σημείο Σ, όπου βρίσκεται η σπηλιά, στον χάρτη των παιδιών είναι τετράγωνα ανατολικά από το Ε και ... τετράγωνο βόρεια. Άρα είναι το σημείο (...,...)

β. Αν όμως τα παιδιά χρησιμοποιούσαν έναν χάρτη, όπως τον διπλανό, με ένα άλλο σημείο αναφοράς, π.χ. την πηγή, τότε το σημείο Σ θα ήταν (3, -2), δηλαδή διαφορετικό.

Άρα η θέση του κάθε σημείου εξαρτάται από το σημείο αναφοράς.



Μαθηματικά, Ε
Δημοτικού, Βιβλίο
μαθητή

Προσανατολισμός και διατεταγμένα ζεύγη (Ε' Δημοτικού)

Προσανατολισμός στον χώρο

Ενότητα 7

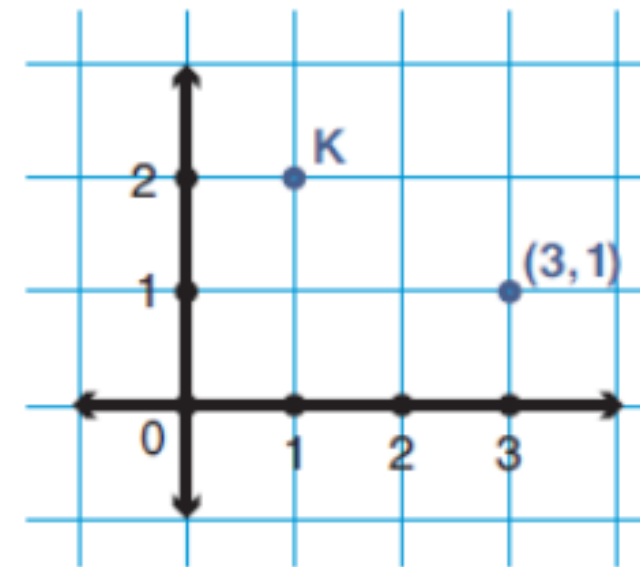
Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Για τον προσδιορισμό ενός σημείου χρησιμοποιούμε **δύο αριθμογραμμές κάθετες** μεταξύ τους, μία **οριζόντια** και μία **κατακόρυφη**.

Ο **προσδιορισμός της θέσης** κάθε σημείου γίνεται με τον συνδυασμό των δύο τιμών οι οποίες δείχνουν πόσο απέχει το σημείο αυτό οριζόντια και κατακόρυφα από τις αριθμογραμμές.

Οι τιμές εξαρτώνται κάθε φορά από το **σημείο αναφοράς**, δηλαδή το σημείο $(0,0)$.

Παραδείγματα



Το σημείο K είναι το $(1,2)$

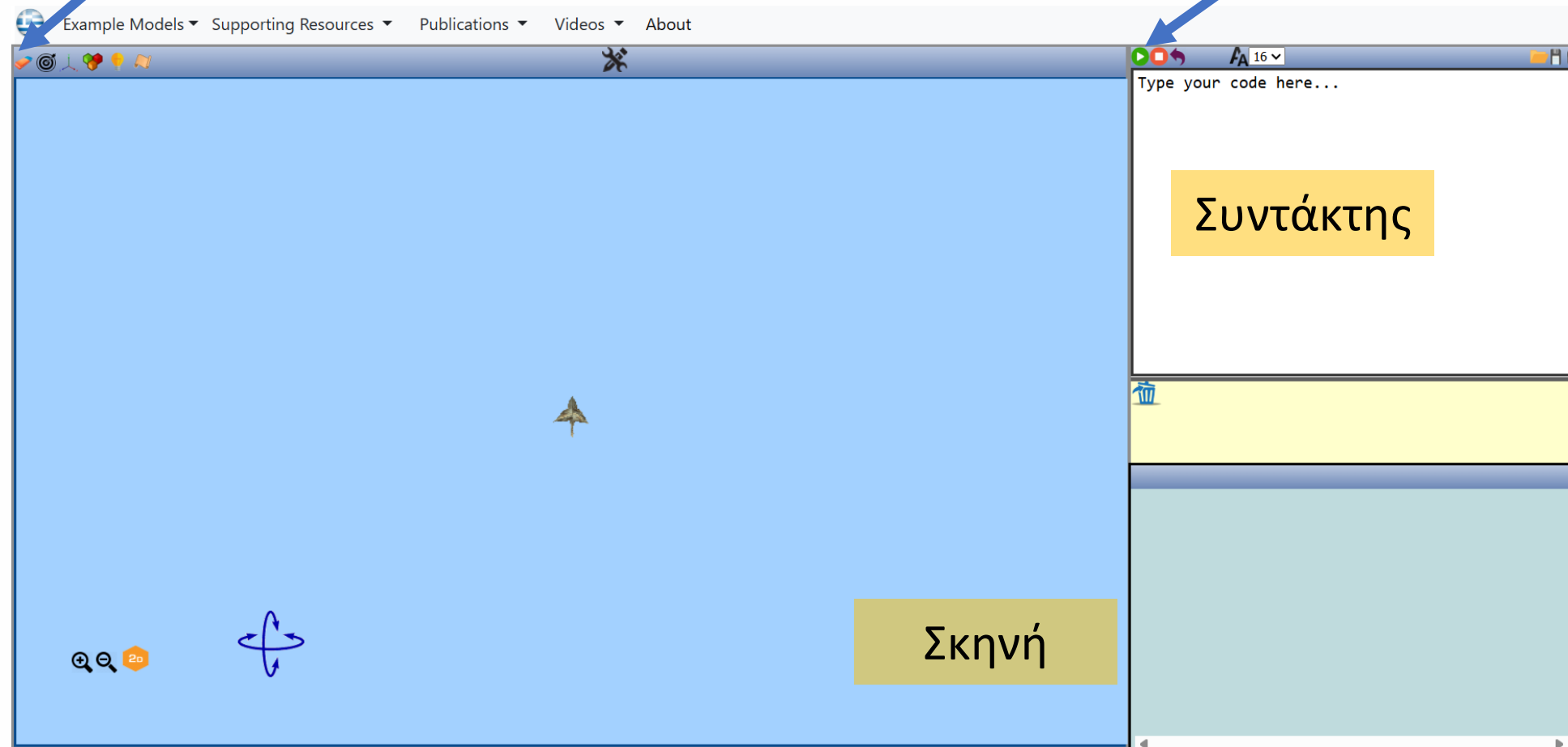
Γεωμετρικά Σχήματα

Επίπεδο 0 Οπτικοποίηση (Visualization):	Αναγνωρίζουν σχήματα από τη μορφή τους, βασίζονται στην οπτική αντίληψη
Επίπεδο 1 Ανάλυση (Analysis):	Αναγνωρίζουν ιδιότητες των σχημάτων , όχι όμως τις σχέσεις μεταξύ τους
Επίπεδο 2 Άτυπη παραγωγική σκέψη (Informal Deduction):	Αντιλαμβάνονται σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων και μεταξύ σχημάτων → πρώτοι λογικοί συλλογισμοί
Επίπεδο 3 Τυπική παραγωγή (Deduction):	Οι μαθητές κατανοούν το ρόλο των αξιωμάτων, θεωρημάτων και αποδείξεων .
Επίπεδο 4 Αυστηρή/Αφηρημένη σκέψη (Rigor):	Ανάπτυξη μετα-θεωρητικής σκέψης , σύγκριση διαφορετικών αξιωματικών συστημάτων.

Μάθηση βασισμένη στην κατασκευή Γεωμετρία με σωματο-συντονισμένες αναπαραστάσεις

Σβήνει τα γραφικά

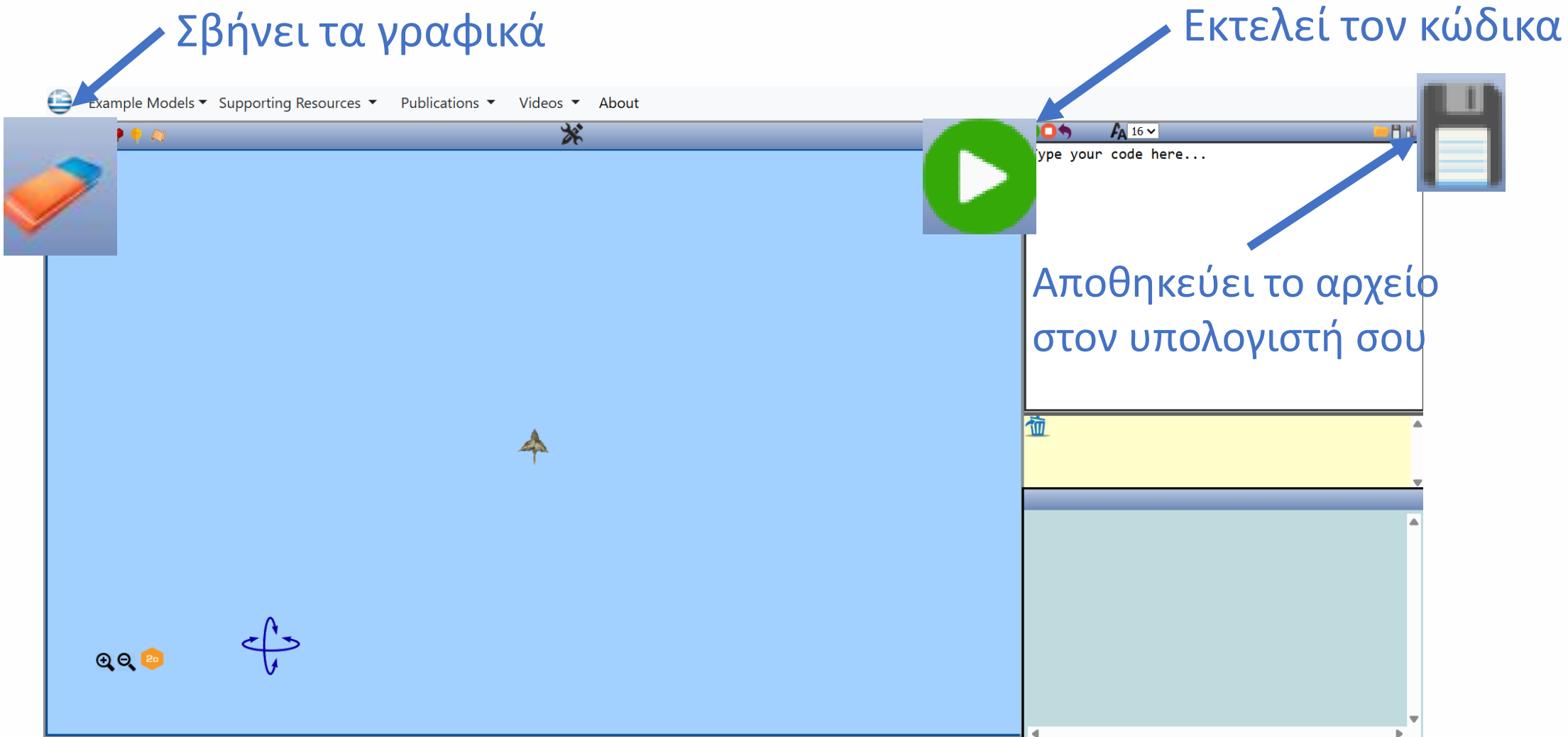
Εκτελεί τον κώδικα



<http://etl.ppp.uoa.gr/malt2/>



Μάθηση βασισμένη στην κατασκευή



The screenshot shows the MALT2 web application interface. It features a large blue canvas on the left for visual representation, a code editor on the right for writing code, and a file storage area at the bottom right. Annotations with arrows point to specific features:

- Σβήνει τα γραφικά** (Erases the graphics) points to a trash icon in the top left corner.
- Εκτελεί τον κώδικα** (Executes the code) points to a green play button icon in the top center.
- Αποθηκεύει το αρχείο στον υπολογιστή σου** (Saves the file to your computer) points to a floppy disk icon in the top right.

<http://etl.ppp.uoa.gr/malt2/>

1. Φτιάξε ένα **τετράγωνο**

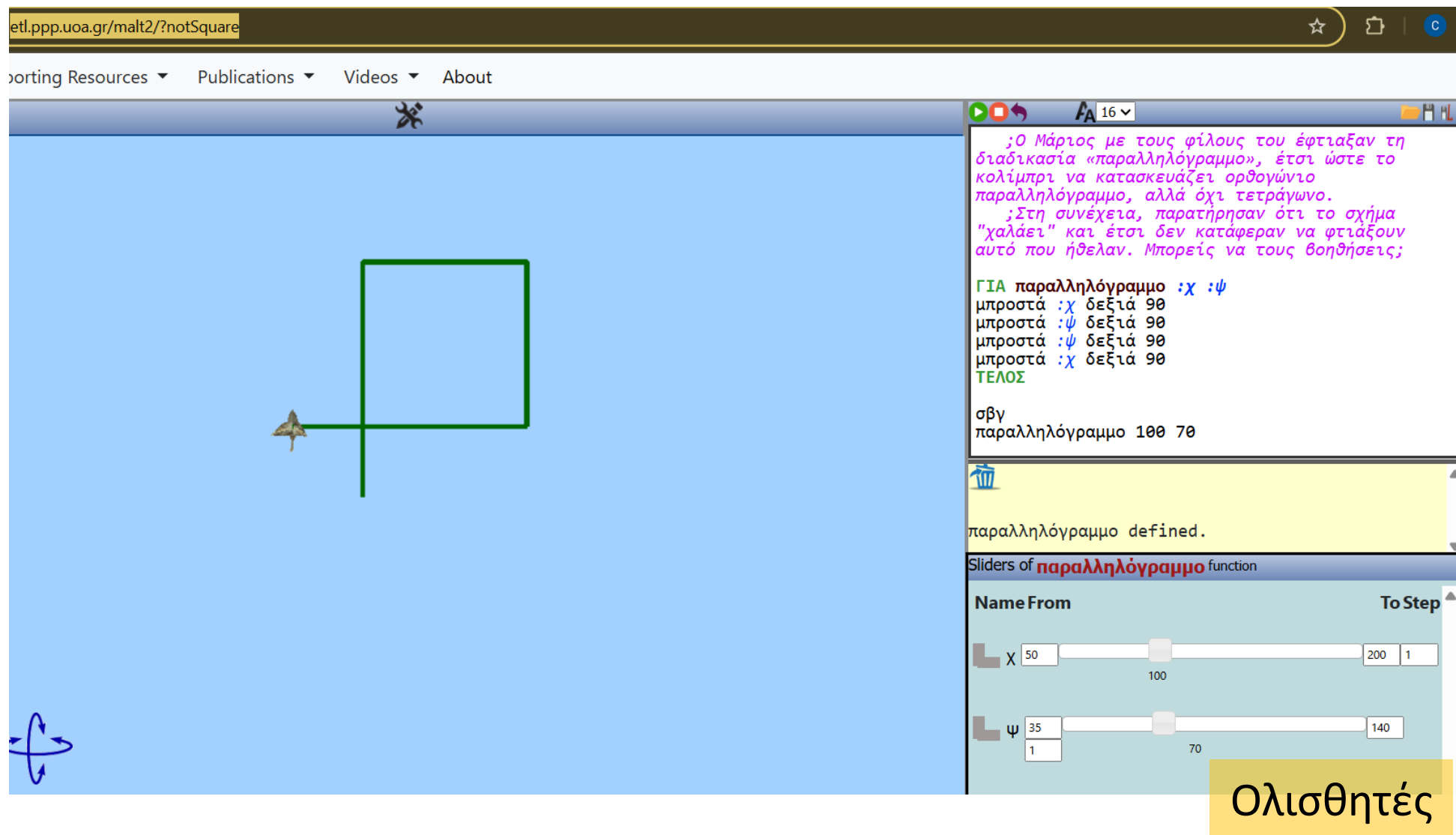
2. Άλλαξε τον κώδικα για να μετατρέψεις το τετράγωνο σε **ορθογώνιο παραλληλόγραμμο**

- Τι κράτησες ίδιο;
- Τι άλλαξες;

3. Άλλαξε πάλι τον κώδικα για να μετατρέψεις το σχήμα σε **ρόμβο**

- Τι κράτησες ίδιο;
- Τι άλλαξες;

<http://etl.ppp.uoa.gr/malt2/?notSquare>



The screenshot shows a web browser window with the URL <http://etl.ppp.uoa.gr/malt2/?notSquare>. The page has a navigation bar with links: "Importing Resources", "Publications", "Videos", and "About". The main content area is a light blue canvas with a green parallelogram and a small mouse cursor. On the right side, there is a control panel with a text area containing a problem in Greek, a status bar, and a sliders section.

Problem Text (Greek):

Ο Μάριος με τους φίλους του έφτιαξαν τη διαδικασία «παράλληλόγραμμο», έτσι ώστε το κολίμπρι να κατασκευάζει ορθογώνιο παράλληλόγραμμο, αλλά όχι τετράγωνο.
 Στη συνέχεια, παρατήρησαν ότι το σχήμα "χαλάει" και έτσι δεν κατάφεραν να φτιάξουν αυτό που ήθελαν. Μπορείς να τους βοηθήσεις;

Code Snippets:

```
ΓΙΑ παράλληλόγραμμο :Χ :Ψ
  μπροστά :Χ δεξιά 90
  μπροστά :Ψ δεξιά 90
  μπροστά :Ψ δεξιά 90
  μπροστά :Χ δεξιά 90
ΤΕΛΟΣ
```

Status Bar: σβγ
παράλληλόγραμμο 100 70

Sliders of παράλληλόγραμμο function:

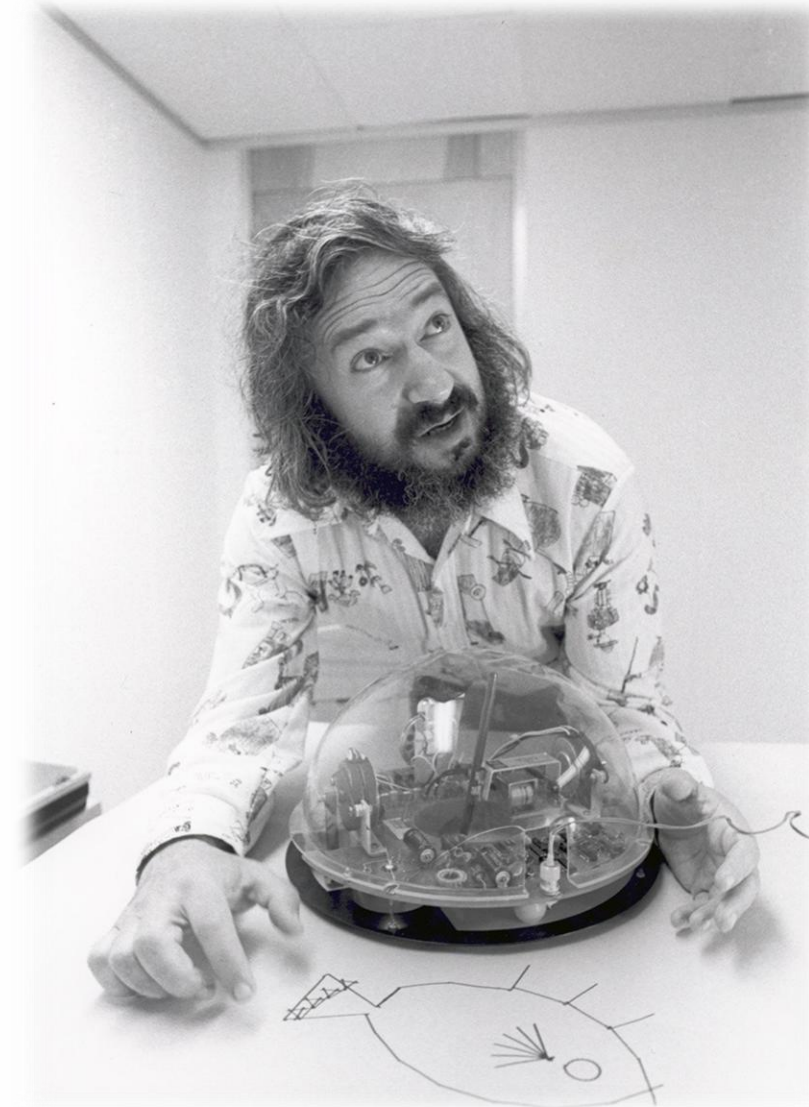
Name	From	To	Step
Χ	50	200	1
Ψ	35	140	1

Ολισθητές



Μάθηση βασισμένη στην κατασκευή

- Οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα όταν **κατασκευάζουν** ενεργά κάτι από ή νοητό
- Διερεύνηση, πειραματισμός και δημιουργία
- **τεχνολογία** → εργαλείο σκέψης και μέσο έκφρασης
- Δραστηριότητες για τις οποίες τα παιδιά έχουν **προσωπικό ενδιαφέρον**
- Το **λάθος** είναι ευκαιρία για αναστοχασμό και ανακατασκευή της γνώσης
- Συνεργασία και η ανταλλαγή ιδεών → η κατασκευή μπορεί να είναι και **κοινωνική διαδικασία**
- Εκπαιδευτικός → υποστηρίζει και διευκολύνει τη διαδικασία



Μάθηση βασισμένη στην κατασκευή

• *Logo* – “μικρόκοσμος της χελώνας”.

- Τα παιδιά δίνουν εντολές κίνησης (“πάνω”, “κάτω”, “δεξιά”) → δημιουργούν γραφικά στην οθόνη



- Αναπτύσσουν **χωρική σκέψη μέσω δράσης**.

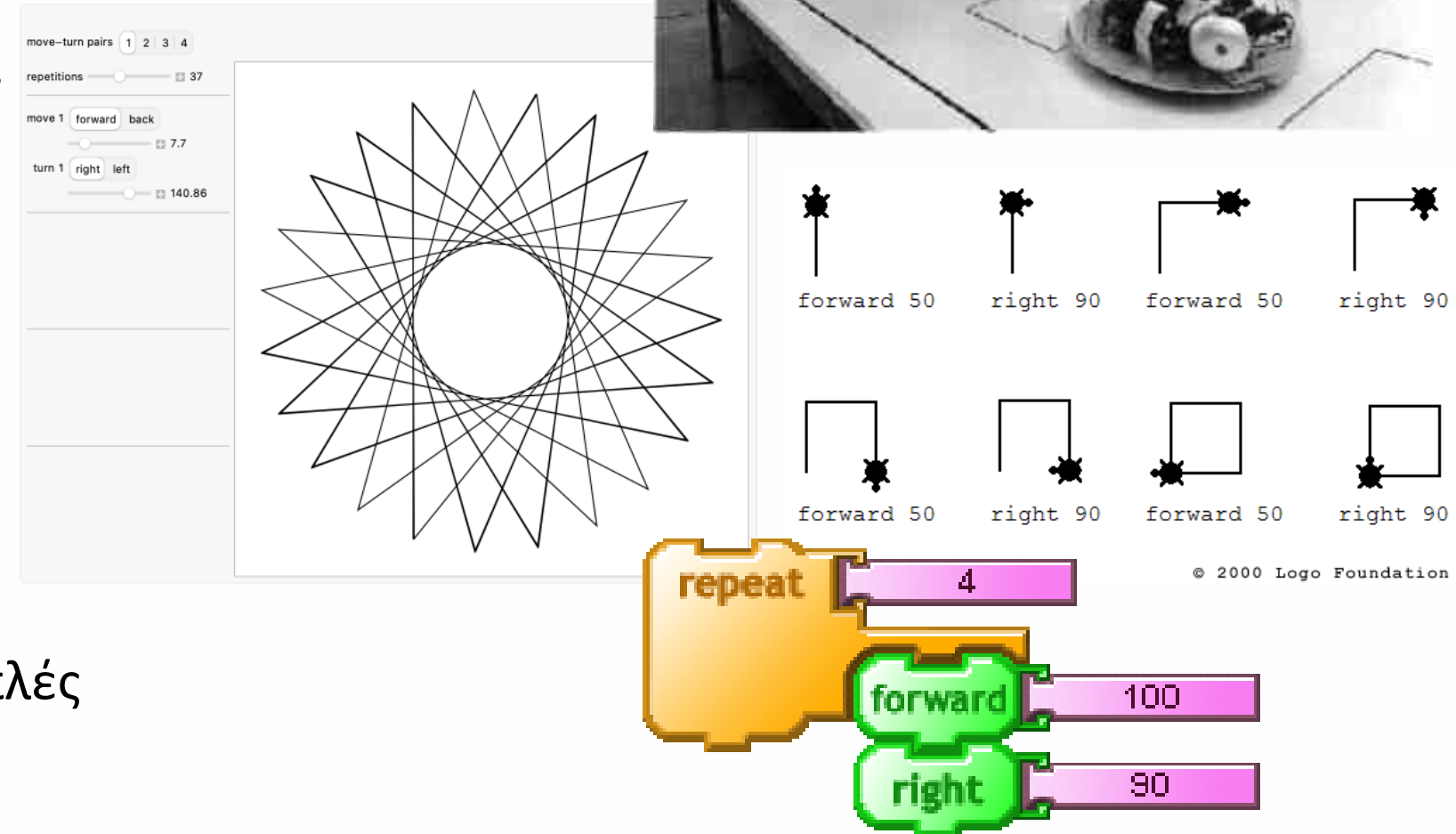
• Τα παιδιά «σκέφτονται με το σώμα»

→ *Body syntonicity* (Papert, Κυνηγός 2011).

- Η “γεωμετρία του σώματος” λειτουργεί ως γέφυρα προς την τυπική γεωμετρία.

• **Μαθησιακά οφέλη:**

- Άμεση ανατροφοδότηση μέσα από πολλαπλές διασυνδεδεμένες αναπαραστάσεις



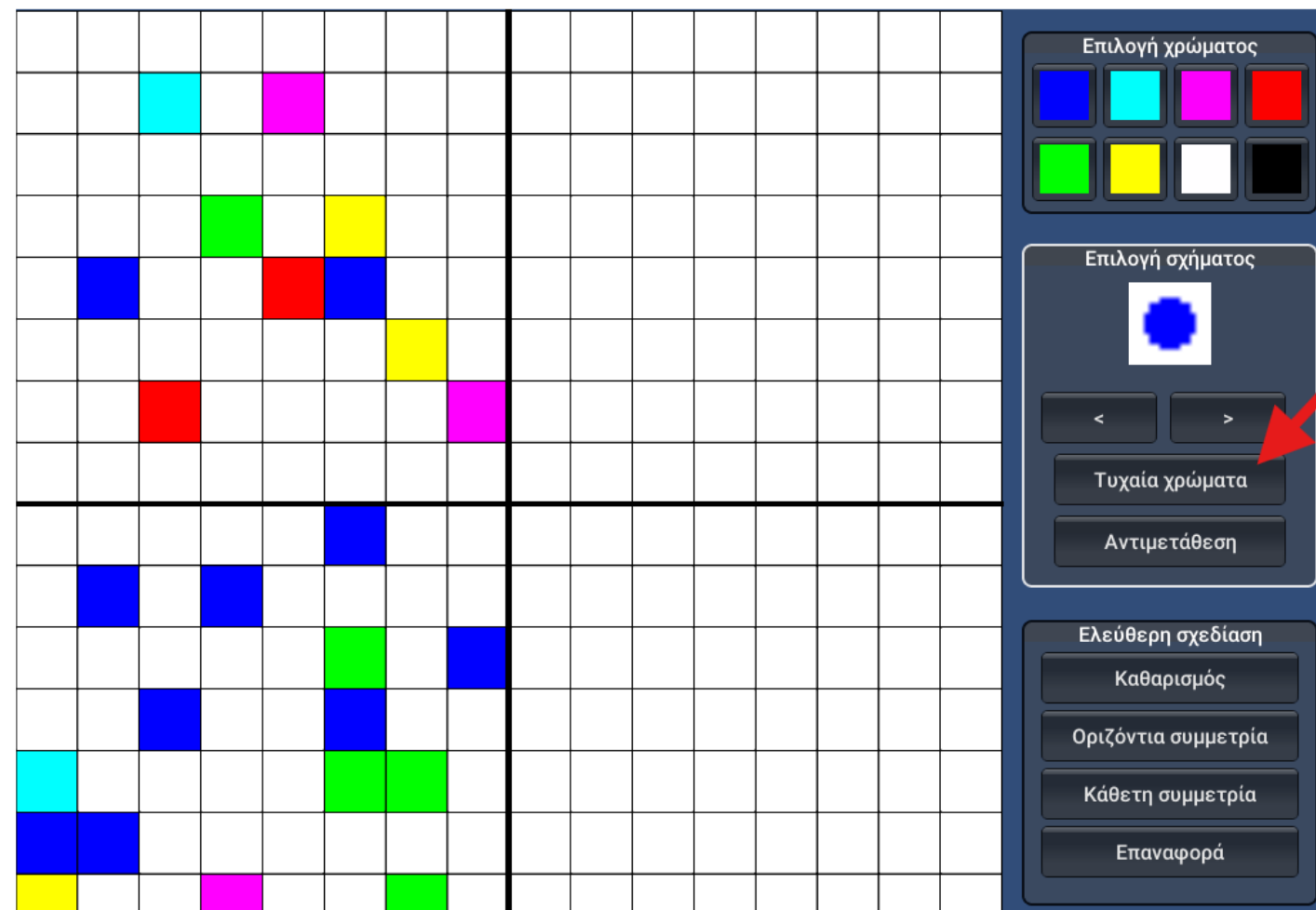
Μετασχηματισμοί και Συμμετρία

<https://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/3440>



Φωτόδεντρο
Μαθησιακά Αντικείμενα

Τίτλος: Συμμετρία - Σχεδιάζοντας ψηφιογραφικά σχήματα



<https://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1905>

Εύρεση αξονικής συμμετρίας με δίπλωση

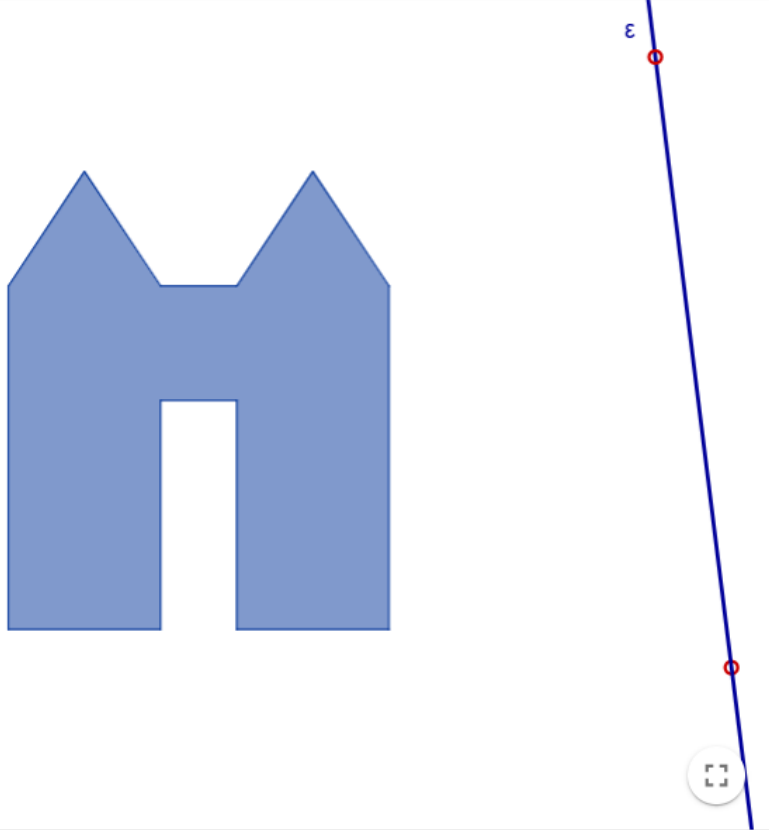
☒ Δραστηριότητα

Το σχήμα διπλώνεται ως προς την ευθεία ϵ . Μπορείτε να τοποθετήσετε έτσι την ευθεία, ώστε το ένα μέρος του σχήματος να τοποθετηθεί πάνω στο άλλο; Αν όχι, επιλέξτε το κουμπί "Σημεία σχήματος" και διορθώστε το.

Όταν ολοκληρώσετε πατήστε το κουμπί "Επόμενο" για να διερευνήσετε το επόμενο σχήμα.

☐ Σημεία σχήματος

Επόμενο

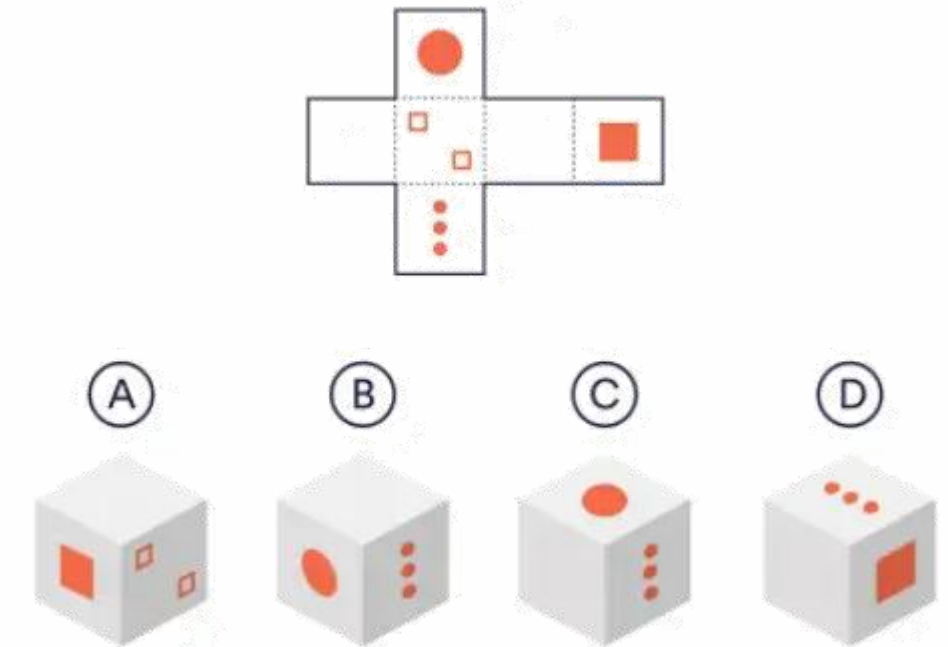


Ευάγγελος Φακούδης - Ελένη Καλαϊτζίδου. Δημιουργήθηκε με το πρόγραμμα GeoGebra. [Πληροφορίες](#)



Οπτικοποίηση και οπτικοποιημένη σκέψη

- Να ερμηνεύει και να κατανοεί τις διαφορετικές αναπαραστάσεις αντικειμένων ή καταστάσεων και να είναι σε θέση να τις αντιληφθεί από διαφορετικές οπτικές γωνίες
- Να δημιουργεί νοερές εικόνες για αντικείμενα ή καταστάσεις που βρίσκονται έξω από το οπτικό του πεδίο ή **να επεξεργάζεται νοερά** μια κατάσταση που παρατηρεί



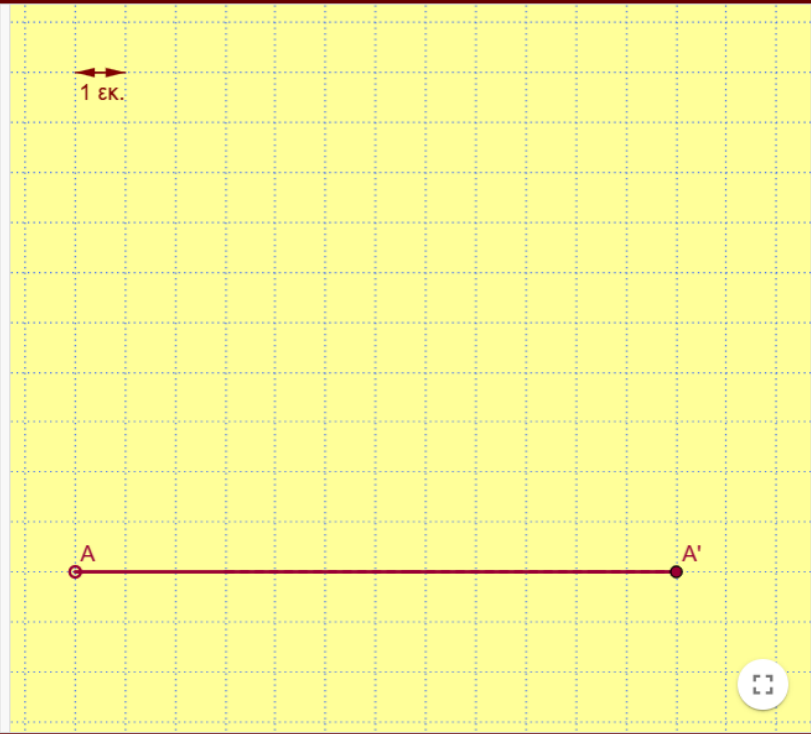
<https://www.practiceaptitudetests.com/resources/how-to-ace-spatial-reasoning-tests/>

Τίτλος: Τυλίγοντας ένα σύρμα γύρω από ένα ορθογώνιο

Τυλίγοντας ένα σύρμα γύρω από ένα ορθογώνιο

Ένα σύρμα μήκους 12 εκ. πρέπει να τυλιχτεί γύρω από ένα σχήμα.

Δραστηριότητες ☐ 1η ☐ 2η



Φακούδης Βαγγέλης - Λάτση Μαρία. Δημιουργήθηκε με το πρόγραμμα GeoGebra. Πληροφορίες



<https://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/4414>

Σύνοψη

- Ο χώρος ως πλαίσιο ανάπτυξης λογικομαθηματικής σκέψης
 - Σχέση χωρικών και γεωμετρικών εννοιών με λογικομαθηματικές σχέσεις
- Χωρικός και γεωμετρικός συλλογισμός
- Χώρος και Γεωμετρία στο αναλυτικό πρόγραμμα
 - Προσανατολισμός
 - Γεωμετρικά σχήματα
 - Μετασχηματισμοί και συμμετρία
 - Οπτικοποίηση και χωρικός συλλογισμός
- Μάθηση βασισμένη στην κατασκευή
 - Διερευνητικά περιβάλλοντα μάθησης
 - Προγραμματιστικά περιβάλλοντα και Περιβάλλοντα Δυναμικής Γεωμετρίας

