

Λογικομαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση (504)

Μάθημα 5^ο

Τμήμα Επιστημών Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, ΕΚΠΑ

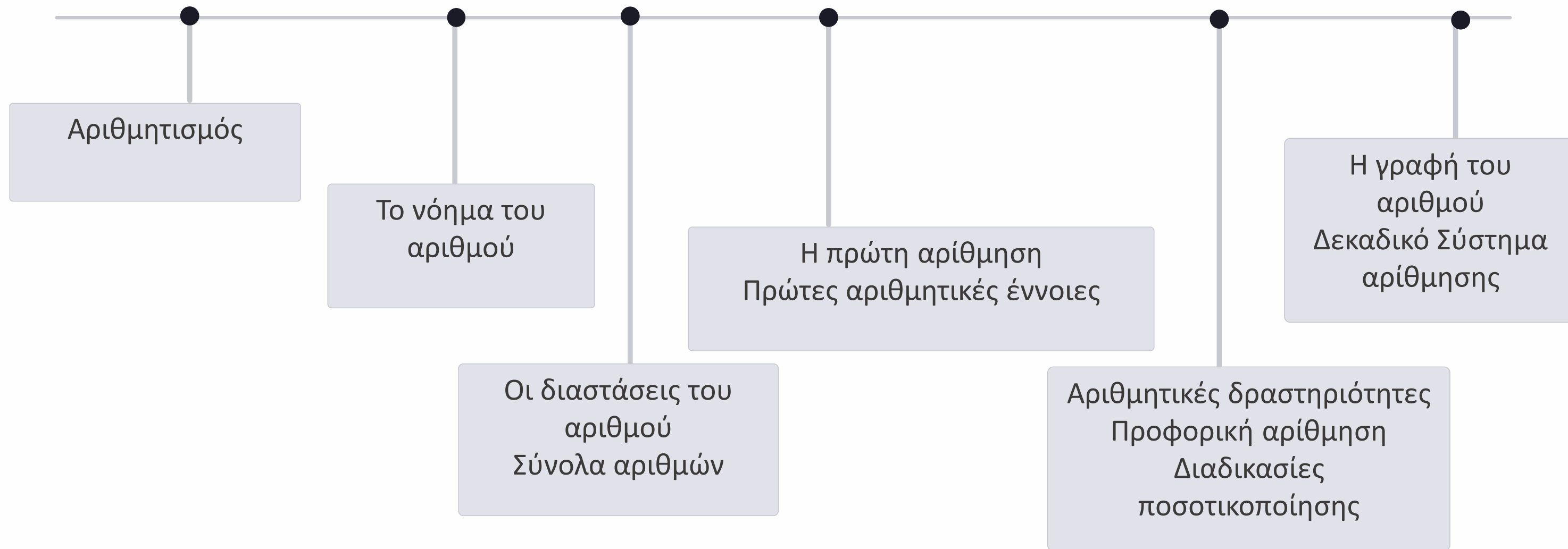
Εξάμηνο: γ'

Διδάσκουσα: Χριστίνα Γκρέκα

Αθήνα, 2025



Σήμερα...



Αριθμητισμός

Η ανάπτυξη αριθμητικών εννοιών και αριθμητικών σχέσεων με τη χρήση συμβάσεων

- βασική αριθμητική μάθηση
- ενισχυτική διδασκαλία
- διδασκαλία ενηλίκων

Δεν περιορίζεται στη μάθηση των αριθμών και των αριθμητικών πράξεων αλλά τη γενικότερη μάθηση των μαθηματικών διαδικασιών.

Το νόημα του αριθμού

- Φυσικοί αριθμοί $\rightarrow$ το πρώτο αριθμητικό σύνολο
- Το σύνολο των αριθμών δομεί το αριθμητικό σύστημα $\rightarrow$ στηρίζεται στη δεκάδα
- Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης $\rightarrow$ Η μονάδα κάθε επόμενης τάξης είναι δεκαπλάσια της προηγούμενης μονάδας
- Ινδοαραβικό σύστημα συμβολισμού
- Θεσιακή αξία των ψηφίων

Αριθμός $\rightarrow$ μία μαθηματική κατασκευή που έχει νόημα μέσα σε ένα αριθμητικό σύνολο, έχει χαρακτηριστικά και ένα δίκτυο σχέσεων με άλλους αριθμούς

- Δεν παραμένει συνδεδεμένος με συγκεκριμένα αντικείμενα αλλά αποκτά υπόσταση όταν γενικεύεται από τις συγκεκριμένες εφαρμογές

Το νόημα του αριθμού

Περιλαμβάνει:

- Την κατανόηση των αριθμών και των τρόπων παράστασής τους
- Αντίληψη αριθμητικών σχέσεων και των τρόπων δόμησης των αριθμητικών συστημάτων

Επιδιώκει την κατανόηση:

- Των πράξεων
- Των μεταξύ τους συνδέσεων
- Τη χρήση τους σε πραγματικά προβλήματα

Ενθαρρύνει την άσκηση σε

Γραπτούς και νοερούς υπολογισμούς → έμφαση στις ικανότητες εκτίμησης

Οι διαστάσεις του αριθμού

Οι αριθμοί
εμπλέκονται σε
**σταθερές σχέσεις με
τους άλλους
αριθμούς της πρώτης
δεκάδας** που οδηγούν
και στις σχέσεις των
μεγαλύτερων
αριθμών.

$5+3=8$, χρειάζεται άλλα
5 για να φτάσει το 10, ...

Σταθερές
σχέσεις

Οι διαστάσεις/έννοιες
του αριθμού

Πληθική έννοια

Οι αριθμοί δηλώνουν το
πλήθος, την ποσότητα

Ο αριθμός 5 εκφράζει μια
ποσότητα 5 στοιχείων

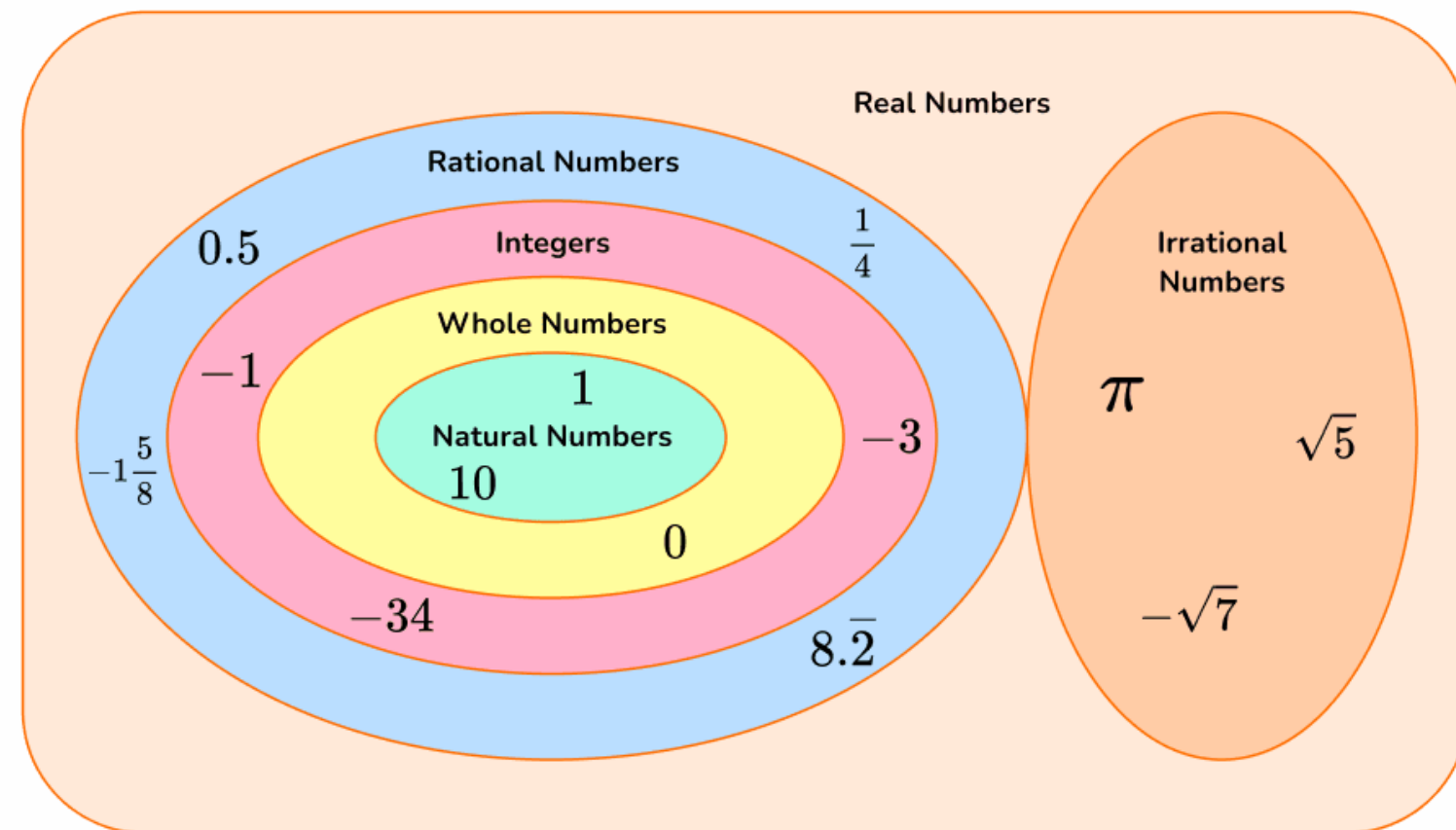
Διατακτική
έννοια

Οι αριθμοί βρίσκονται σε
μία **διάταξη**. Δηλώνουν τη
σειρά τους

Ο αριθμός 5 βρίσκεται στην 5^η σειρά
διαδοχής ανάμεσα στο 4 και το 6

Σύνολα αριθμών

- Φυσικοί Αριθμοί (Natural): Περιλαμβάνουν όλους τους θετικούς ακέραιους αριθμούς που χρησιμοποιούμε για μέτρηση.
- Ακέραιοι Αριθμοί (Integers): Περιλαμβάνουν όλους τους θετικούς, αρνητικούς ακέραιους και το μηδέν.
- Ρητοί Αριθμοί (Rational): Αριθμοί που μπορούν να εκφραστούν ως κλάσμα
- Άρρητοι Αριθμοί (Irrational): Αριθμοί που δεν μπορούν να γραφτούν ως κλάσμα, έχουν άπειρα δεκαδικά ψηφία χωρίς επαναλαμβανόμενο μοτίβο
- Πραγματικοί Αριθμοί (Real): Περιλαμβάνουν όλους τους ρητούς και άρρητους αριθμούς.



Πρώτη αρίθμηση

- κατανόηση του νοήματος που έχει κάθε αριθμός
 - Αντίληψη των σχέσεων των αριθμών της πρώτης δεκάδας
 - Κατανόηση επαναλαμβανόμενου σχήματος
 - Θεσιακή αξία ψηφίων
- αρχικό στάδιο ενασχόλησης με τους αριθμούς και ανάπτυξη των πρώτων αριθμητικών εννοιών

Πρώτες αριθμητικές έννοιες

Ψηφία

Αριθμητικές λέξεις

Φυσικοί αριθμοί

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

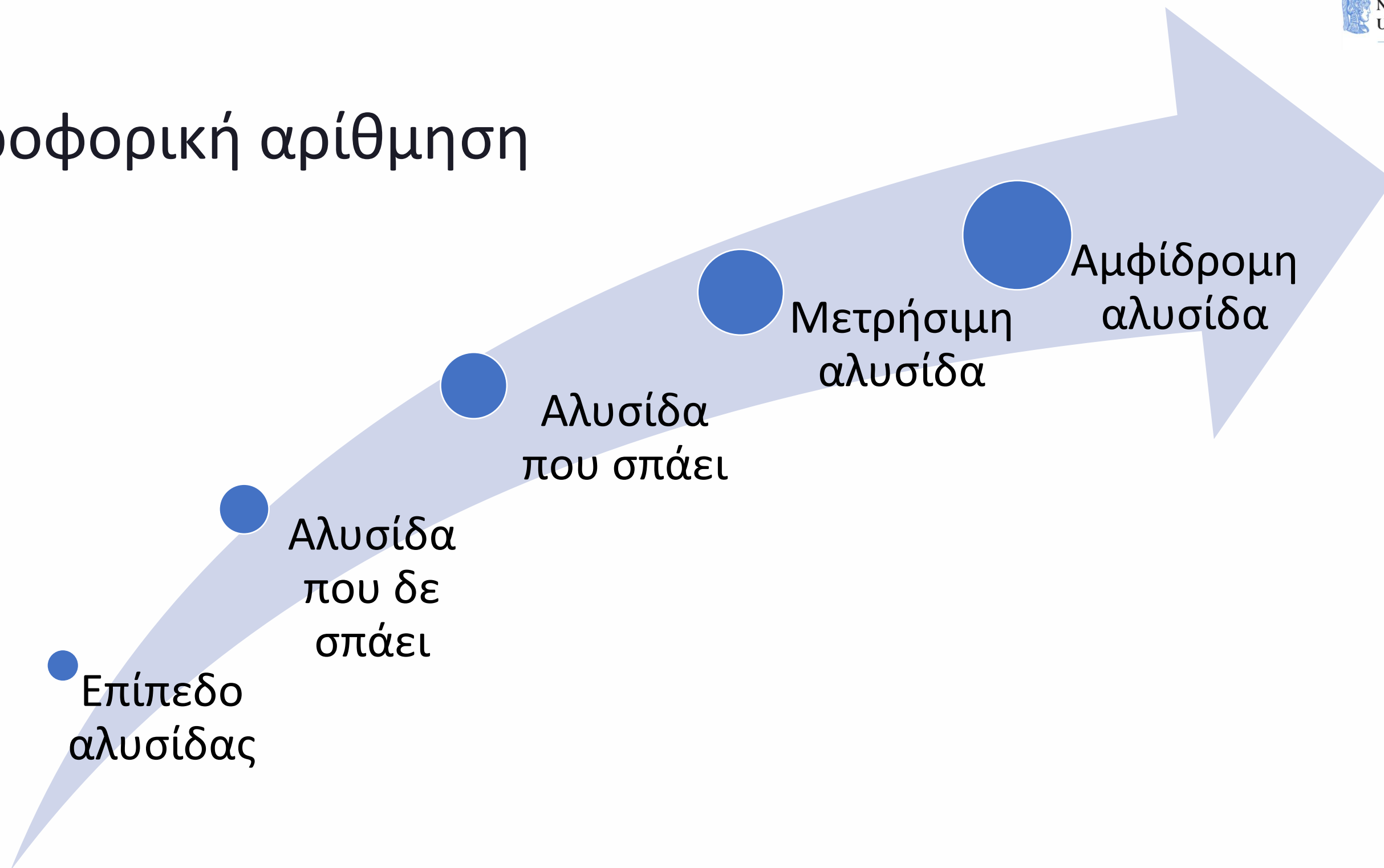
Θεσιακή αξία ψηφίων

Αριθμητικές πράξεις

Οικοδομούνται μέσα από **αριθμητικές δραστηριότητες**

- απαγγελία αριθμητικής ακολουθίας ένα, δύο, τρία,... /προφορική αρίθμηση
- αναγνώριση αριθμητικών συμβόλων
- αναγνώριση ποσοτήτων με μια ματιά (άμεση εκτίμηση)
- η απαρίθμηση (ή καταμέτρηση)
- η μέτρηση μεγεθών

Προφορική αρίθμηση



Προφορική αρίθμηση

Πέντε επίπεδα (Fuson, Richards & Briars, 1982)

1. Επίπεδο "αλυσίδας"

- Το παιδί **αναπαράγει** την ακολουθία των αριθμητικών λέξεων σαν τραγούδι ή ρίμα
- Δεν κατανοεί ότι κάθε λέξη αντιστοιχεί σε **μια ξεχωριστή ποσότητα**.
- Δεν μπορεί να ξεκινήσει από ενδιάμεσο αριθμό (π.χ. να αρχίσει να μετρά από το 3).

2. Αλυσίδα που δεν "σπάει"

- Το παιδί **γνωρίζει** τη σειρά των αριθμών και μπορεί να μετρήσει προς τα εμπρός, **αλλά μόνο ξεκινώντας από την αρχή (το 1)**.
- Η ακολουθία θεωρείται **αδιάσπαστη**, δεν μπορεί να "κοπεί" στη μέση.
- Δεν κατανοεί ακόμα τη σχετική θέση των αριθμών.

Η προφορική αρίθμηση

Πέντε επίπεδα (Fuson, Richards & Briars, 1982)

3. Αλυσίδα που "σπάει"

Το παιδί μπορεί να ξεκινήσει την αρίθμηση από **οποιοδήποτε σημείο** της αριθμητικής ακολουθίας.

Έχει αρχίσει να κατανοεί τη **διαδοχικότητα** των αριθμών και τη **σχέση "πριν–μετά"**.

Όμως, συνήθως μπορεί να μετρά μόνο προς τα εμπρός (όχι αντίστροφα).

4. Μετρήσιμη αλυσίδα

Το παιδί **χρησιμοποιεί τη σειρά των αριθμών ως εργαλείο μέτρησης**

Μπορεί να κάνει **μέτρηση αποστάσεων** μέσα στην ακολουθία.

Αρχίζει να κατανοεί την έννοια της **πρόσθεσης** ως "μέτρημα προς τα εμπρός".

Η προφορική αρίθμηση

Πέντε επίπεδα (Fuson, Richards & Briars, 1982)

5. Αμφίδρομη αλυσίδα

Το παιδί μπορεί να **μετρά τόσο προς τα εμπρός όσο και προς τα πίσω**, ξεκινώντας από οποιοδήποτε σημείο.

Έχει πλήρη έλεγχο της ακολουθίας και κατανοεί τη **σχέση μεταξύ διαδοχικών αριθμών** (ποιος προηγείται και ποιος έπεται).

Αυτή η ικανότητα αποτελεί τη βάση για **νοερές πράξεις, πρόσθεση και αφαίρεση** χωρίς τη χρήση αντικειμένων.

Διαδικασίες ποσοτικοποίησης

Α. Άμεση εκτίμηση (subitising) και απαρίθμηση

Άμεση εκτίμηση (Subitising)

- **προ-αριθμητική ικανότητα του ατόμου να αναγνωρίζει γρήγορα και χωρίς διαδικασία απαρίθμησης το πλήθος αντικειμένων σε ένα μικρό σύνολο.**
- βασίζεται στην αντίληψη και την αναγνώριση **αναγνώριση μοτίβων**
- αποτελεί **θεμελιώδη δεξιότητα** για την ανάπτυξη της αριθμητικής κατανόησης υποστηρίζει την εννοιολογική σύλληψη της ποσότητας και τη διαμόρφωση της **έννοιας του αριθμού**.

Παράδειγμα Δραστηριότητας για Άμεση Εκτίμηση:

<https://classroom.amplify.com/activity/6668af318ffc3507d0259ebf?collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a%2C68d5840ed2baffd819cacfae%2C655cea587755229b6385da85%2C667178c9222ef1846bae5918#preview/6e4d5a3b-0383-4c48-8742-dc4c6bdfd295>

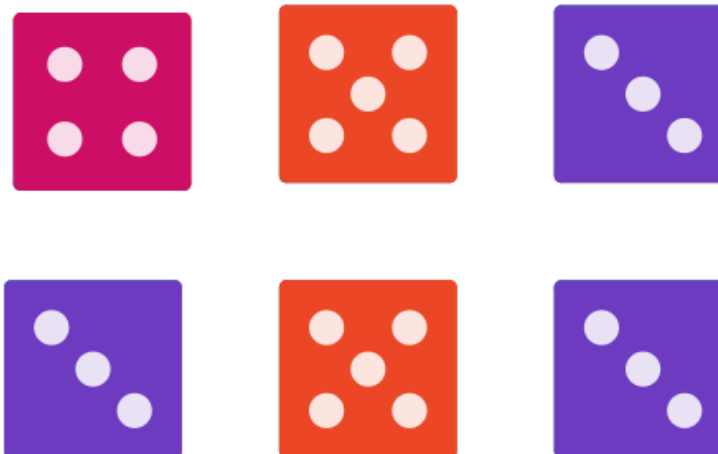
Student Screen Preview



8 of 13

Next >

Roll the dice. Flash the dice. What sum do you see?



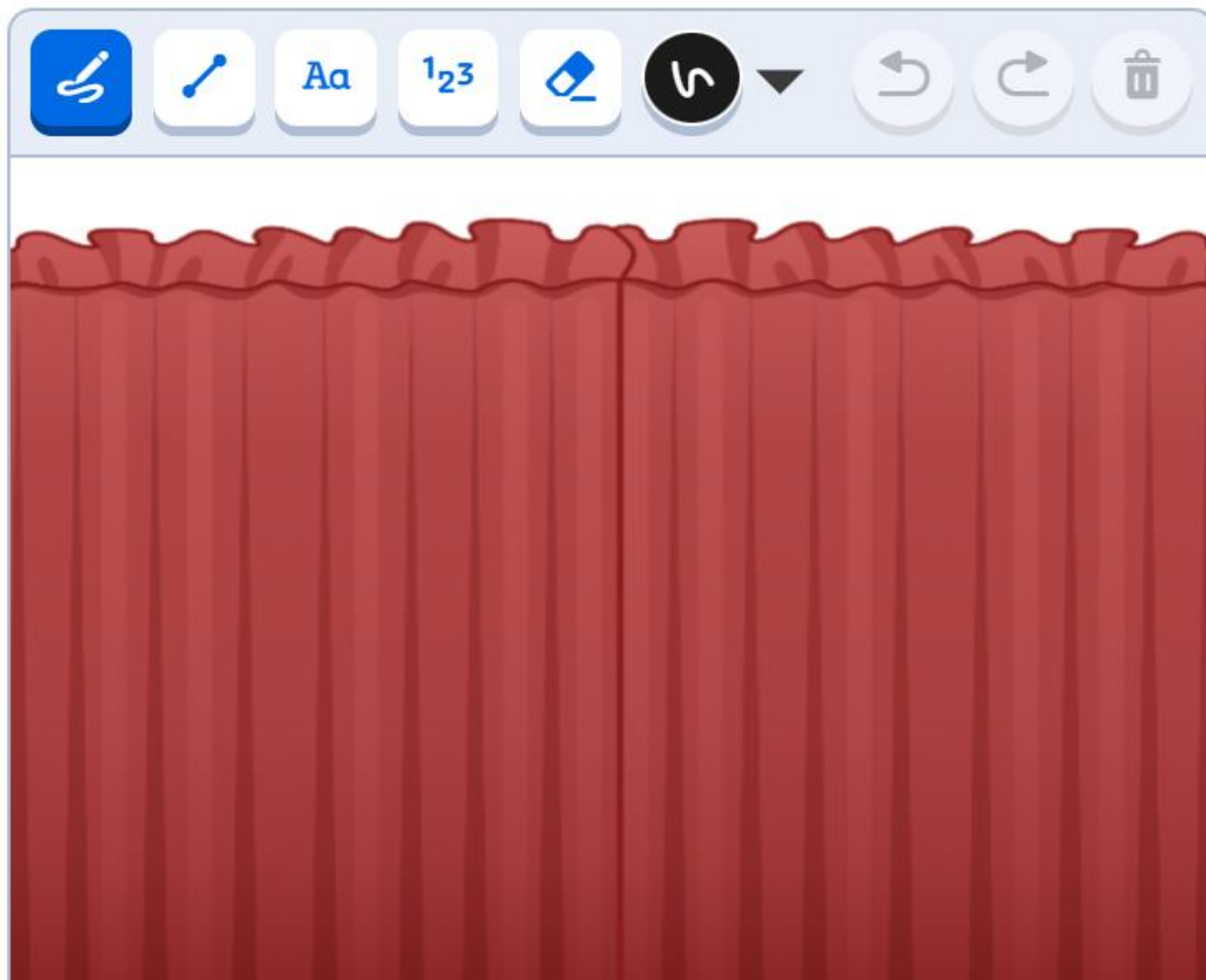
Roll

Flash

Show/Hide



How many do you see? How do you see them?



Select how long to show
the arrangement.

1
sec-
ond

2
sec-
onds

3
sec-
onds

Forever

Reveal

Teacher Moves

<https://classroom.amplify.com/activity/650444a621c7336854da7d03?collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a%2C68d58165b21a75b257ae23c2%2C64fa3e6ad8263613c3bd0c67#preview/bfc01c89-b78a-4240-8b30-3a8005f4ce26>

Απαρίθμηση (Counting)

- Η αντιστοίχιση ένα΄ προς ένα λέξεων – αριθμών της προφορικής ακολουθίας των φυσικών αριθμών
- Κατανόηση πως η τελευταία λέξη αντιστοιχεί στο πλήθος

→ **συνειδητή, λεκτικο-γνωστική διαδικασία** κατά την οποία κάθε αντικείμενο ενός συνόλου **αντιστοιχίζεται σε μία αριθμητική λέξη**, με σκοπό τον προσδιορισμό του πλήθους.

Αρχές της απαρίθμησης (Gelman & Gallistel, 1978)

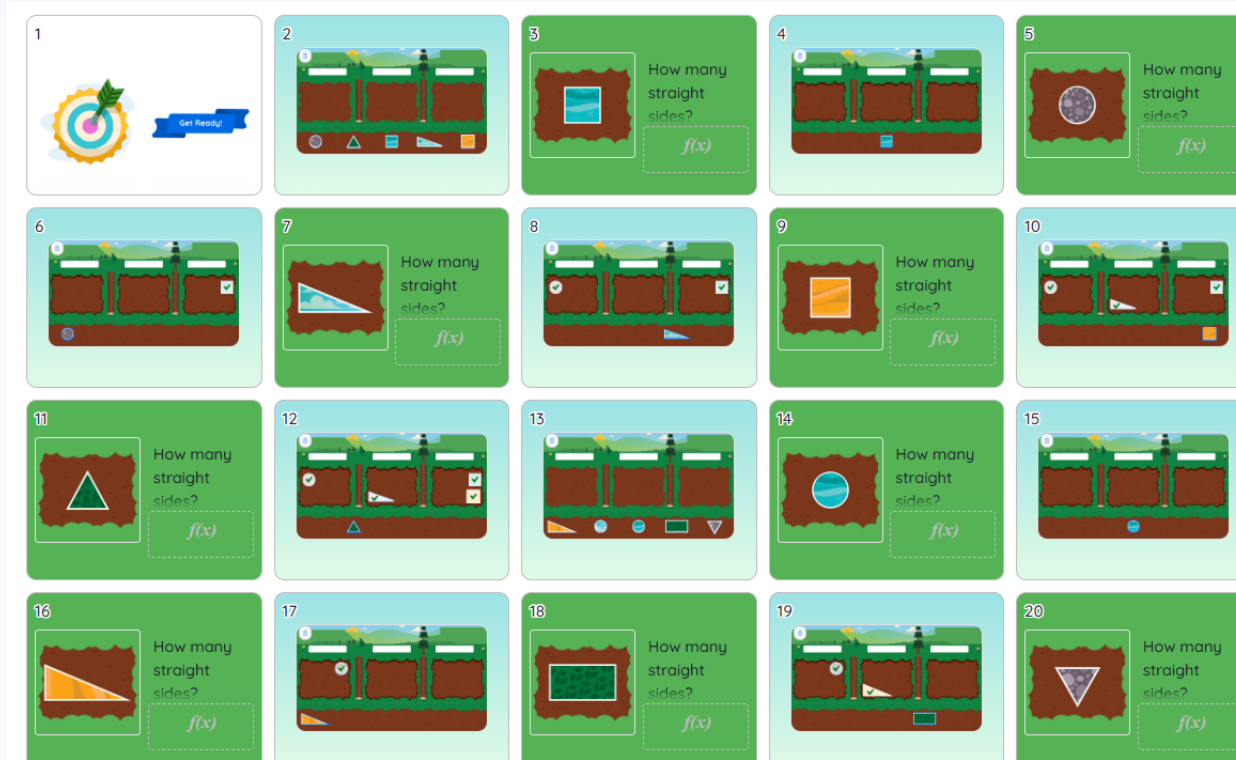
- η αρχή της αντιστοιχίας ένα προς ένα,
- η αρχή της σταθερής ακολουθίας των αριθμητικών λέξεων
- Η αρχή της πληθικότητας
- Η αρχή της αφαίρεσης
- Η αρχή της ανεξαρτησίας της σειράς

Αρχή της αφαίρεσης

- Η διαδικασία της απαρίθμησης μπορεί να εφαρμοστεί σε **οποιοδήποτε σύνολο αντικειμένων, ανεξαρτήτως φύσης, ανεξαρτήτως ομοιογένειας ή αντιληπτικής κατηγορίας.**
- **κατανοεί ότι η έννοια του αριθμού είναι αφηρημένη**, δηλαδή δεν εξαρτάται από το είδος των αντικειμένων που μετρά (μπορεί να μετρήσει μήλα, ήχους, άτομα, ιδέες ή κινήσεις),
- **εφαρμόζει τις ίδιες αριθμητικές αρχές** (όπως αντιστοίχιση ένα-προς-ένα και σταθερή σειρά) **σε οποιαδήποτε κατηγορία στοιχείων,**
- και **αναγνωρίζει ότι η μέτρηση αφορά την ποσότητα**, όχι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των στοιχείων του συνόλου.

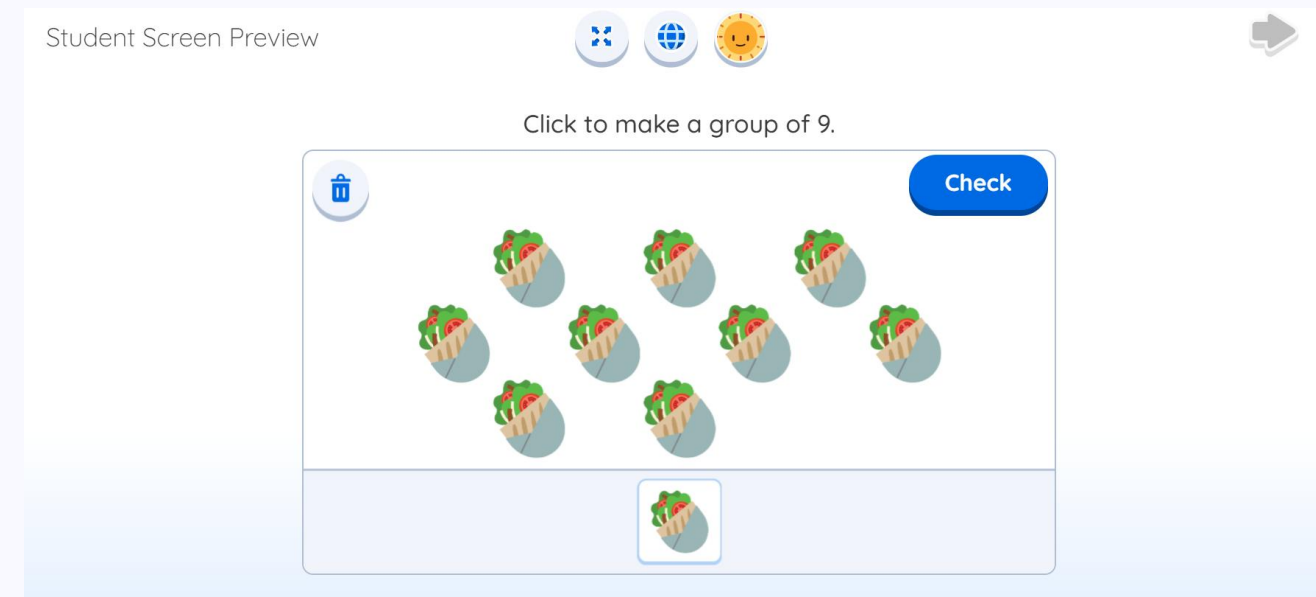
Αρχή της ανεξαρτησίας της σειράς

- Το πλήθος ενός συνόλου παραμένει **το ίδιο**, ανεξάρτητα από τη **σειρά με την οποία απαριθμούνται** τα στοιχεία του.
- **κατανοεί ότι η έννοια του αριθμού είναι αφηρημένη**, δηλαδή δεν εξαρτάται από το είδος των αντικειμένων που μετρά (μπορεί να μετρήσει μήλα, ήχους, άτομα, ιδέες ή κινήσεις),
- **εφαρμόζει τις ίδιες αριθμητικές αρχές** (όπως αντιστοίχιση ένα-προς-ένα και σταθερή σειρά) **σε οποιαδήποτε κατηγορία στοιχείων**,
- και **αναγνωρίζει ότι η μέτρηση αφορά την ποσότητα**, όχι τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των στοιχείων του συνόλου.



<https://classroom.amplify.com/activity/6823449b2a13219ccebff2ba?collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a%2C68d58165b21a75b257ae23c2%2C6650a6bf104164c7e8b0b129%2C667dcd55f5f9ca5c6a58726e>

<https://www.didax.com/apps/unifix/>



<https://classroom.amplify.com/activity/68092d4a907aef8d98826033?collections=651ca31cf69ee59aa9e3818a%2C68d58165b21a75b257ae23c2%2C6650a6bf104164c7e8b0b129%2C667dcd55f5f9ca5c6a58726e>

Η γραφή του αριθμού –Συστήματα αρίθμησης

Σύστημα αρίθμησης ονομάζεται ένα σύνολο, συμβόλων, κανόνων και συμβάσεων, σύμφωνα με το οποίο ονομάζονται και γράφονται οι φυσικοί αριθμοί.

Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

Το τελικό σύστημα αρίθμησης αλλά και γραφής που επικρατεί είναι το Ινδο-Αραβικό δεκαδικό σύστημα και στηρίζεται σε δύο κανόνες:

- Στη δημιουργία μονάδων διαφορετικής τάξης όπου η κάθε μια είναι δεκαπλάσια της προηγούμενης : 1, 10, 100, 1000,...
- Στη θεσιακή αξία των ψηφίων, ανάλογα με την τάξη μονάδας που εκφράζει.

Έτσι κάθε ψηφίο δεν έχει μόνο μία αξία, αλλά μια απειρία αξιών ανάλογα με τη θέση που βρίσκεται.

Η κατανόηση της αξιακής θέσης ψηφίου είναι δυσκολία που παρουσιάζεται στο 50% περίπου των παιδιών της πρώτης σχολικής ηλικίας

Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης

→ομαδοποίηση των μονάδων και δημιουργία μονάδων μεγαλύτερης τάξης

- Η ικανότητα αυτή συνδέεται με αυτή της αντίληψης ποσοτήτων ως όλο και της άμεσης εκτίμησής τους

Τέσσερις δράσεις είναι απαραίτητες για την αντίληψη των μονάδων:

1. Η αντίληψη της ποσότητας που υπάρχει σε μία μονάδα
 - «σε μία δεκάδα υπάρχουν 10 μονάδες»
2. Η ομαδοποίηση αυτής της ποσότητας για τη σύνθεση της μονάδας
 - Η αντίληψη της δεκάδας ως «μονάδα» ανώτερης τάξης και η σύνθεση της (ότι 10 δεκάδες κάνουν μία εκατοντάδα)
3. Η επανομαδοποίηση των μονάδων για τη δημιουργία μονάδων ανώτερης τάξης και η χρήση τους ως μέσα μέτρησης
 - Να μπορούν να μετρήσουν μία ποσότητα με τη νέα μονάδα

- Αριθμητισμός
- Το νόημα και οι διαστάσεις του αριθμού
- Αριθμητικά Σύνολα
- Πρώτη αρίθμηση
- Προφορική αρίθμηση
- Διαδικασίες ποσοτικοποίησης
 - Απαρρίθμηση
 - Άμεση εκτίμηση/αναγνώριση με την πρώτη ματιά
- Η γραφή του αριθμού
- Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης