4.1 Ζήτηση για Ασφάλιση. Πλήρη κάλυψη.

Η αγορά ασφαλιστικών συμφωνιών είναι μία ιδιαίτερη περίπτωση αγοράς δικαιωμάτων. Αντικείμενο της αγοράς αυτής είναι να δώσει την ευκαιρία μεταβίβασης εισοδήματος από μία κατάσταση σε μία άλλη, μέσα από την αγορά. Έτσι, είναι δυνατό έναντι αμοιβής, να συμφωνηθεί ότι αν προκύψει κάποιο γεγονός ζημιογόνο στον φορέα αποφάσεων, κάποιος άλλος φορέας θα αναλάβει την αποκατάσταση της ζημιάς ή μέρους αυτής, ή την καταβολή ισοδύναμου χρηματικού ποσού. Έστω ότι η μόνη δυνατότητα που προσφέρεται στην αγορά είναι η σύναψη συμφωνίας για πλήρη αποζημίωση του φορέα αποφάσεων σε περίπτωση ζημιάς ενώ υπάρχουν μόνο δύο δυνατές καταστάσεις, μία όπου ο πλούτος του φορέα παραμένει αμετάβλητος και μία στην οποία μειώνεται κατά ένα δεδομένο ποσό. Τότε αν

W: ο αρχικός πλούτος του φορέα αποφάσεων
x: το ύψος της ζημιάς
p: η πιθανότητα της ζημιάς
h: το ασφάλιστρο. Καθορίζεται από τις ασφαλιστικές εταιρείες.

Η προσδοκώμενη χρησιμότητα αν δεν αγοράσει ασφάλιση είναι

$$U = pu(W - x) + [1 - p]u(W) \tag{1}$$

Η προσδοκώμενη χρησιμότητα αν αγοράσει πλήρη κάλυψη είναι

$$\begin{aligned} U &= pu(W - h) + [1 - p]u(W - h) = \\ &= \mathrm{u(W - h)} \end{aligned} \tag{2}$$

η χρησιμότητα μεταβάλλεται αντίστροφα από το ύψος του ασφαλίστρου

$$\frac{dU}{dh} = -u'(w - h) < 0 \tag{3}$$

Άρα το μέγιστο ασφάλιστρο, h*, που είναι διατεθειμένος να πληρώσει για <u>*πλήρη κάλυψη*</u> πρέπει να ικανοποιεί την σχέση

$$u(W - h^*) = pu(W - x) + (1 - p)u(W) \qquad (4)$$

οπότε

$$u(W - x) < u(W - h^*) < u(W) \qquad (5)$$

και

$$h^* < x$$

Άρα το μέγιστο ασφάλιστρο θα είναι μικρότερο από το ύψος της δυνητικής ζημιάς. Για να βρούμε ένα αντίστοιχο κατώτερο όριο χρησιμοποιούμε την ακόλουθη ιδιότητα της συνάρτησης χρησιμότητας φορέα που αποστρέφεται τον κίνδυνο..

Δεδομένου ότι η χρησιμότητα της προσδοκώμενης απόδοσης είναι μεγαλύτερη από την προσδοκώμενη χρησιμότητα, όταν υπάρχει αποστροφή στον κίνδυνο,

$$u(p(W - x) + (1 - p)W) > pu(W - x) + (1 - p)u(W)$$

αντικαθιστώντας στην (4) έχουμε

$$u(p(W - x) + (1 - p)W) > u(W - h^*)$$

ή

$$u(W - px) > u(W - h^*)$$

οπότε

$$h^* > px$$

το μέγιστο ασφάλιστρο που είναι διατεθειμένος να πληρώσει ένας φορέας που αποστρέφεται τον κίνδυνο είναι μεγαλύτερο από την προσδοκώμενη αξία της ζημιάς.

Η επίπτωση μίας μεταβολής της πιθανότητας της ζημιάς ή του ύψους της ζημιάς στο άριστο ασφάλιστρο έχει ως εξής. Από το διαφορικό της (4) έχουμε

$$\frac{dh^*}{dp} = \frac{u(W-x) - u(W)}{-u'(W-h^*)} > 0$$

και

$$\frac{dh^*}{dx} = \frac{pu'(W-x)}{u'(W-h^*)} > 0$$

Να εκτιμηθεί η έκφραση για το W.

4.2 Μερική Κάλυψη του Κινδύνου

Γενικεύοντας την περίπτωση που εξετάσαμε στο προηγούμενο τμήμα, υποθέτουμε ότι είναι δυνατό (προσφέρονται συμβόλαια) να επιτευχθεί μερική κάλυψη του κινδύνου. Το ασφάλιστρο προσδιορίζεται από την εταιρεία ασφαλίσεων, σύμφωνα με κάποιο κανόνα που είναι εξ αρχής γνωστός στους ασφαλιζόμενους. Η απόφαση του ασφαλιζόμενου συνίσταται στο να προσδιορίζει το ποσοστό του κινδύνου την κάλυψη του οποίου επιθυμεί. Δηλαδή, ποίο μέρος της δυνητικής ζημίας x, θα ήθελε να δεσμευτεί η εταιρεία ότι θα τον αποζημιώσει αν παραστεί ανάγκη, έστω y. Η διαφορά μεταξύ της ζημίας και της αποζημίωσης αποκαλείται απαλλαγή ή απαλλασσόμενο ποσό,

$$D = x - y$$

Στο υπόδειγμα του τμήματος αυτού, ο ασφαλιζόμενος υποτίθεται ότι αποστρέφεται τον κίνδυνο, και πάντα διαλέγει κάποιο D > 0, δηλαδή δεν διαλέγει πλήρη κάλυψη του κινδύνου. Το ασφάλιστρο h προσδιορίζεται με τρόπο ώστε να καλύπτει την προσδοκώμενη ζημιά py, και κάποιο διαχειριστικό κόστος που συνεπάγεται η αποζημίωση, έστω k ανά μονάδα αποζημίωσης. Το σύστημα υπολογισμού είναι γνωστό στον ασφαλιζόμενο. Οπότε το συνολικό προσδοκώμενο κόστος για τον ασφαλιστή είναι

$$e = py + pky$$

Υποθέτοντας ότι h = e έχουμε

$$h = p(1+k)(x-D)$$

Η προσδοκώμενοι χρησιμότητα του ασφαλιζόμενου είναι

$$U = pu(W - x + y - h) + (1-p)u(W-h)$$

ή

$$U = pu(W - D - h) + (1-p)u(W-h)$$

Από την συνθήκη πρώτης τάξης, (υπενθυμίζοντας ότι το h είναι συνάρτηση του D) έχουμε

$$\frac{u'(W - D^* - h)}{u'(W-h)} = \frac{[1-p][1+k]}{1-p[1+k]}$$

Η δεξιά πλευρά είναι μεγαλύτερη από την μονάδα οπότε

$$u'(W - D^* - h) > u'(W-h)$$

λόγω της κοιλότητας της συνάρτησης χρησιμότητας που συνεπάγεται η αποστροφή στον κίνδυνο, αυτό σημαίνει

$$W - D^* - h < W - h$$

και

$$D^* > 0$$

Η αριστοποιητική λύση είναι η μερική κάλυψη της ζημίας, απαλλάσσοντας ένα ποσό και ασφαλίζοντας στο ακέραιο το υπόλοιπο της ζημίας. Το ασφάλιστρο που θα πληρωθεί είναι $h = p(1+k)(x-D^*)$ ενώ ο ασφαλιζόμενος έχει δικαίωμα σε αποζημίωση μόνο αν η ζημιά υπερβεί το απαλλασσόμενο ποσό. Στην περίπτωση αυτή η αποζημίωση είναι η διαφορά της ζημιάς και του απαλλασσόμενου ποσού. (Προσοχή. Το αποτέλεσμα αυτό εξαρτάται από τον τρόπο υπολογισμού του ασφαλίστρου.)

Ας υποθέσουμε τώρα, ότι η ασφαλιστική εταιρεία δεν είναι σε θέση να γνωρίζει τον κίνδυνο ή την πιθανότητα ζημιάς που αντιμετωπίζει ο κάθε ασφαλιζόμενος. Κατά συνέπεια υπολογίζει το ασφάλιστρο όπως πριν, με την διαφορά ότι χρησιμοποιεί την μέση αξία της πιθανότητας ζημίας του πληθυσμού, την οποία υποθέτουμε ότι γνωρίζει. Το πρόβλημα αριστοποίησης είναι το ίδιο με πριν, με μόνη τη διαφορά ότι το ασφάλιστρο είναι

$$h = \overline{p}(1+k)(x-D)$$

με αποτέλεσμα η αριστοποιητική συνθήκη να γίνει

$$\frac{u'(W-D^*-h)}{u'(W-h)} = \frac{[1-\overline{p}][1+k]}{1-\overline{p}[1+k]}$$

Έστω δύο άτομα που διαφέρουν μόνο κατά την πιθανότητα ζημίας που αντιμετωπίζουν, p1 και p2, με p1 > p2. Έστω ότι ο μέσος των πιθανοτήτων αυτών είναι ίσος με τον μέσο που χρησιμοποιήθηκε για τον προσδιορισμό του κανόνα υπολογισμού του ασφαλίστρου. Ο ασφαλιστής δεν είναι σε θέση να διακρίνει μεταξύ των δύο τύπων ασφαλιζομένων. Είναι απλό να αποδειχτεί ότι

$\dfrac{dD^*}{dp} < 0$ για δεδομένο $\overline{p}$

οπότε η ομάδα ψηλού κινδύνου επιλέγει χαμηλότερη απαλλαγή. Έτσι, υπάρχει έμμεσος τρόπος ώστε η εταιρεία να μάθει το ποιόν του ασφαλιζόμενου.

4.3 Αυτασφάλιση

c : το κόστος ανά μονάδα αυτασφάλισης. Ο φορέας έχει την ικανότητα να μειώσει το ύψος της ζημίας που θα αντιμετωπίσει, προβαίνοντας σε κάποια δαπάνη. Η συνάρτηση παραγωγής είναι x=x(c) Η συνάρτηση χρησιμότητας γίνεται

$$U = pu(W - x(c) - c) + (1 - p)u(W - c)$$

οπότε η συνθήκη πρώτης τάξης δίνει

$$\frac{1-p}{p}\frac{u'(W - x(c) - c)}{u'(W - c)} = -\frac{1}{x'(c)}$$

4.4 Αυτοπροστασία

z : η δαπάνη μεταβολής της πιθανότητας p.

η προσδοκώμενη χρησιμότητα είναι

$$U = p(z)u(W - z - x + y - h) + (1 - p(z))u(W - z - h)$$

Ο φορέας αποφάσεων επιλέγει την πιθανότητα που μεγιστοποιεί την χρησιμότητα του

$$p'(z^*)[u(W - z^* - x + y - h) - u(W - z^* - h) =$$

$$p(z^*)u'(W - z^* - x - h) + (1 - p(z^*))u'(W - z^* - h) > 0$$

αφού η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης μεταβολής της πιθανότητας είναι αρνητική, έχουμε

$$u(W - z^* - h) > u(W - z^* - x + y - h)$$

κατά συνέπεια θα υπάρχει κάποιο ακάλυπτο.

Κάνουμε την υπόθεση ότι το ασφάλιστρο δεν επηρεάζεται από το ύψος της δαπάνης για αυτασφάλιση, δηλαδή ότι

$$\frac{dh}{dz} = 0$$

οπότε η συνθήκη πρώτης τάξης ως προς την ασφαλιστική δαπάνη, που θα προσδιορίσει το άριστο επίπεδο του ακάλυπτου είναι (το z* είναι συνάρτηση του y)

$$p(z)u'(W - z - h - x + y)\left[1 - \frac{dh}{dz}\right] = (1 - p(z))u'(W - z - h)\frac{dh}{dy}$$

4.5 Ισορροπία στην Αγορά Ασφάλισης.

Έστω ότι υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός ασφαλιστικών επιχειρήσεων, που είναι πανομοιότυπες από την άποψη των καταναλωτών. Υπάρχει επίσης ένας μεγάλος αριθμός καταναλωτών που είναι πανομοιότυποι από την άποψη των επιχειρήσεων. Ο κάθε καταναλωτής μπορεί να προμηθευτεί μόνο ένα συμβόλαιο ασφάλισης. Για τον τυπικό καταναλωτή, ο πλούτος του στην ευνοϊκή κατάσταση, 1, είναι W1, ενώ στην κατάσταση όπου υφίσταται ζημιά είναι W2. Οπότε η προσδοκώμενη χρησιμότητα του καταναλωτού όταν προμηθευτεί κάλυψη y, καταβάλλοντας ασφάλιστρο h, είναι

$$U = pu(W - x + y - h) + (1 - p)u(W - h)$$

$$= \mathrm{pu}(\mathrm{W}_2) + (1 - p)u(W_1)$$

Ο καταναλωτής αποστρέφεται τον κίνδυνο. Οι προμηθευτές των συμβολαίων είναι, αντίθετα, ουδέτεροι στον κίνδυνο, και προσφέρουν όποιο συμβόλαιο έχει μη αρνητική προσδοκώμενη απόδοση. Η προσδοκώμενη απόδοση κάθε συμβολαίου είναι

$$\overline{\pi} = p(h - y) + (1 - p)h$$

που πρέπει να είναι ίση με το μηδέν αν επικρατεί ανταγωνιστική ισορροπία. Τούτο σημαίνει ότι το ασφάλιστρο είναι ίσο με την προσδοκώμενη εκταμίευση των επιχειρήσεων. (εφ' όσον δεν υπάρχουν άλλα κόστη).

Θα υποθέσουμε κατ' αρχή ότι οι καταναλωτές όχι μόνο φαίνονται ίδιοι στις επιχειρήσεις, άλλα ότι είναι ίδιοι, δηλαδή ότι αντιμετωπίζουν τις ίδιες πιθανότητες για κάθε κατάσταση κόσμου. Έτσι, ένα συμβόλαιο ισορροπίας είναι αυτό που μεγιστοποιεί την χρησιμότητα του καταναλωτού, ενώ μηδενίζει τα κέρδη για τις επιχειρήσεις. Το συμβόλαιο αυτό προσφέρει την δυνατότητα στους καταναλωτές να ανταλλάξουν πλούτο από την ευνοϊκή κατάσταση για πλούτο στην δυσμενή κατάσταση, αγοράζοντας κάλυψη y. Κάθε πρόσθετη μονάδα κάλυψης προσθέτει (1-p) στο W2, αφαιρώντας p από το W1. Τούτο συμβαίνει διότι λόγω μηδενικών κερδών έχουμε

$$h = py$$

όποτε αντικαθιστώντας στις εκφράσεις για το W1 και W2

$$W_1 = W - py$$

και

$$W_2 = W - x + (1 - p)y$$

οπότε

$$\frac{dW_1}{dy} = -p \qquad \text{και} \qquad \frac{dW_2}{dy} = (1 - p)$$

άρα

$$\frac{dW_2}{dW_1} = \frac{-(1 - p)}{p}$$

Η έκφραση   είναι η κλίση του περιορισμού πλούτου κάθε καταναλωτού και εκφράζει τις δυνατές ευκαιρίες αγοραίας ανταλλαγής. (η γραμμή α, Ε στο σχήμα) Από την άλλη η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας σε κάθε σημείο της είναι

$$\left.\frac{dW_2}{dW_1}\right|_{\overline{U}} = -\frac{(1-p)u'(W_1)}{pu'(W_2)}$$

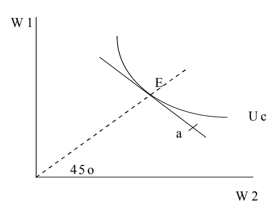
σε συνθήκες ισορροπίας έχουμε οι δύο αυτές σχέσεις εξισώνονται

$$u'(W_1) = u'(W_2)$$

άρα

$$W_1 = W_2$$

πράγμα που σημαίνει ζήτηση για πλήρη κάλυψη του κινδύνου. Στο σχήμα 4.5.1 το σημείο Ε είναι το σημείο ισορροπίας, ενώ το σημείο α είναι το σημείο αρχικής προικοδότησης. Η κίνηση από το α στο Ε, διατηρεί το επίπεδο των προσδοκώμενων κερδών των επιχειρήσεων, ενώ αυξάνει την ευημερία των καταναλωτών. Η γραμμή των 45 ο είναι ο τόπος των σημείων που εκφράζουν την πλήρη κάλυψη του κινδύνου.



ΣΧΗΜΑ 4.5.1

Αν όμως οι καταναλωτές αντιμετωπίζουν διαφορετικές πιθανότητες έκβασης των δύο καταστάσεων κόσμου, ενώ οι επιχειρήσεις δεν έχουν την δυνατότητα να διακρίνουν μεταξύ διαφορετικών τύπων καταναλωτών, τότε τα πράγματα αλλάζουν. Έστω, λοιπόν ότι υπάρχουν μόνο δύο τύποι καταναλωτών που διαφέρουν ως προς τα p που αντιμετωπίζουν. Ένα ποσοστό α του πληθυσμού αντιμετωπίζει πιθανότητα p_1, ενώ το υπόλοιπο 1-α, πιθανότητα p_2, όπου $p_1 > p_2$. Η μέση προσδοκώμενη ζημιά όπως την αντιλαμβάνονται οι επιχειρήσεις είναι

$$\overline{p} = \alpha p_1 + (1-\alpha) p_2$$

και η κλίση του περιορισμού πλούτου είναι $\dfrac{-(1-\overline{p})}{\overline{p}}$

Επιπλέον τώρα έχουμε δύο συναρτήσεις προσδοκώμενης χρησιμότητας, και η κλίση των αντίστοιχων καμπυλών αδιαφορίας είναι

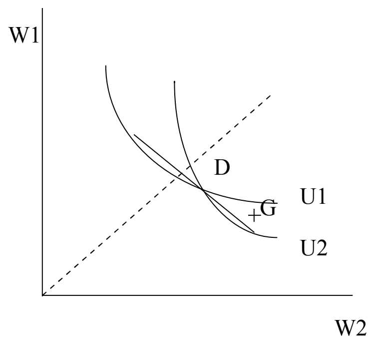
$$\left.\frac{dW_2}{dW_1}\right|_{\overline{U}_1} = -\frac{(1-p_1)u'(W_1)}{p_1 u'(W_2)}$$

$$\left.\frac{dW_2}{dW_1}\right|_{\overline{U}_2} = -\frac{(1-p_2)u'(W_1)}{p_2 u'(W_2)}$$

ή

$$\left.\frac{dW_2}{dW_1}\right|_{\overline{U}_1} = \frac{p_2}{(1-p_2)} \left.\frac{(1-p_1)u'(W_1)}{p_1 u'(W_2)}\right|_{\overline{U}_2}$$

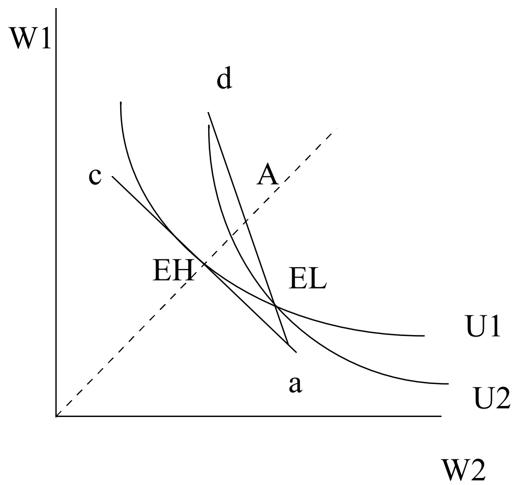
Βλέπουμε ότι η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας που ενέχει μεγαλύτερο κίνδυνο, είναι ένα ποσοστό της κλίσης της καμπύλης αδιαφορίας που ενέχει μικρότερο κίνδυνο, για κάθε επίπεδο W1. Στο σημείο όπου οι καμπύλες αδιαφορίας τέμνονται η γραμμή περιορισμού του πλούτου θα έχει κλίση ενδιάμεση των κλίσεων των δύο καμπυλών. Στο σχήμα 4.5.2 το σημείο D παριστά ένα συμβόλαιο ασφάλισης που προσφέρεται σε όλους τους καταναλωτές. Έστω ότι το σημείο αυτό είναι σημείο ισορροπίας. Δεδομένου ότι το σημείο αυτό βρίσκεται πάνω στον περιορισμό πλούτου, οι επιχειρήσεις έχουν μηδενικά προσδοκώμενα κέρδη. Αν τώρα προσφερόταν ένα δεύτερο συμβόλαιο, το G. Τα άτομα με ψηλό κίνδυνο προτιμούν το D, ενώ αυτά που αντιμετωπίζουν χαμηλό κίνδυνο θα προτιμήσουν το νέο συμβόλαιο. Το πρόβλημα που προκύπτει είναι ότι τώρα τα προσδοκώμενα κέρδη που προκύπτουν από τα συμβόλαια που προσφέρονται στους χαμηλού κινδύνου πελάτες είναι θετικά. Κατά συνέπεια το σημείο D δεν μπορεί να είναι σημείο ισορροπίας. Οι επιχειρήσεις μπορούν πάντα να αυξήσουν τα κέρδη τους αν προσφέρουν κάποιο διαφορετικό συμβόλαιο στους πελάτες χαμηλού κινδύνου.



ΣΧΗΜΑ 4.5.2

Οπότε, ισορροπία σε μία αγορά με διαφορετικές ομάδες κινδύνου είναι δυνατή μόνο αν προσφέρονται διαφορετικά συμβόλαια σε διαφορετικές ομάδες κινδύνου.

Στην περίπτωση αυτή υπάρχουν δύο περιορισμοί πλούτου, ένας για κάθε ομάδα κινδύνου, οι γραμμές (a,c) (a,d) στο σχήμα 4.5.3. Επειδή $p_1 > p_2$, η κλίση του πρώτου περιορισμού θα είναι μικρότερη από αυτή του δευτέρου. Η ομάδα υψηλού κινδύνου θα ισορροπήσει στο ΕΗ, δηλαδή θα ζητήσει πλήρη κάλυψη του κινδύνου. Η ομάδα χαμηλού κινδύνου θα ζητούσε πλήρη κάλυψη αν προσφερόταν ένα συμβόλαιο Α. Στην περίπτωση αυτή όμως η ομάδα ψηλού κινδύνου θα ζητούσε το συμβόλαιο Α. Αφού όμως όλοι θα αγόραζαν το Α, που προσφέρει πλήρη κάλυψη, στις τιμές που προορίζονταν για την ομάδα χαμηλού κινδύνου, τα κέρδη των επιχειρήσεων θα ήταν αρνητικά. Οπότε το συμβόλαιο που προσφέρεται στην ομάδα χαμηλού κινδύνου περιορίζεται από την ανάγκη να κρατηθεί η ομάδα ψηλού κινδύνου πάνω στον δικό της περιορισμό πλούτου.



ΣΧΗΜΑ 4.5.3