

1) Υπόδειγμα Εντολέα - Εντολοδόχου, η περίπτωση του Ηθικού Κινδύνου.

Έστω ότι ο εντολοδόχος ελέγχει μία επιχείρηση της οποίας ιδιοκτήτες είναι διάφοροι μέτοχοι (ο εντολέας). Στην γενική περίπτωση, ο εντολοδόχος έχει γνώση που δεν είναι προσπελάσιμη στον εντολέα. Συγκεκριμένα ο εντολοδόχος γνωρίζει το επίπεδο προσπάθειας που κάνει, ή του χρόνου εργασίας που συντελεί για λογαριασμό της επιχείρησης. Αντίθετα οι μέτοχοι γνωρίζουν μόνο το αποτέλεσμα της εργασίας αυτής.

Η παρουσίαση του προβλήματος α γίνει σε τρία στάδια. Αρχικά θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου η ικανότητα παρατήρησης της προσπάθειας του εντολοδόχου από τον εντολέα είναι απόλυτα ακριβής. Στην συνέχεια θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου η παρατήρηση είναι άμεση αλλά ενέχει αβεβαιότητα, και τέλος θα δούμε την περίπτωση της ασυμμετρίας στην πληροφόρηση. Σε κάθε στάδιο πρώτα εξετάζουμε την συμπεριφορά του εντολοδόχου, και ύστερα αυτή του εντολέα.

A) Τέλεια Ικανότητα Παρατήρησης.

Τα κέρδη της επιχείρησης είναι συνάρτηση της προσπάθειας του εντολοδόχου, έστω

$$Q = e \quad (1)$$

έστω ότι ο εντολοδόχος υπόκειται σε υποκειμενικό κόστος $c = \frac{k}{2} e^2$, (2) όπου

$k > 0$, οπότε το οριακό κόστος είναι θετικό και αύξων.

Ο εντολέας προτείνει στον εντολοδόχο ένα συμβόλαιο, ή μία συνάρτηση που αποτελείται από τον μισθό και κίνητρα (μερίδιο επί των κερδών), συνεπώς ορίζει την συνολική αμοιβή του, w . Οπότε η διαφορά μεταξύ της αμοιβής και του κόστους ορίζει το επίπεδο ευημερίας του εντολοδόχου.

$$A = w - \frac{k}{2}e^2 \quad (3)$$

έστω ότι η προτεινόμενη αμοιβή αποτελείται από r το μισθό και α το μερίδιο επί των κερδών και ότι το συμβόλαιο εκφράζεται από την γραμμική συνάρτηση

$$w = r + \alpha Q \quad (4)$$

Ο λογισμός του εντολοδόχου γίνεται

$$\begin{aligned} \max_e A &= r + \alpha Q - \frac{k}{2}e^2 \\ s.t. Q &= e \end{aligned}$$

η συνθήκη πρώτης τάξης είναι

$$\alpha - ke = 0 \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\alpha}{k} \quad (5)$$

που ορίζει την (συνάρτηση) αντίδρασης του εντολοδόχου στο προτεινόμενο συμβόλαιο.

Ο λογισμός του εντολέα.

Έστω ότι ο εντολέας γνωρίζει την συνάρτηση αντίδρασης του εντολοδόχου. Οπότε μπορεί να επιτύχει κάποια επιθυμητή προσπάθεια προσφέροντας το αντίστοιχο μερίδιο επί των κερδών, σχηματίζοντας μία συνάρτηση κινήτρων. Ας υποθέσουμε ακόμη ότι ο εντολοδόχος έχει την επιλογή να απορρίψει την συμφωνία εάν δεν επιτύχει ένα ελάχιστο επίπεδο ευημερίας \bar{A} . Αυτός είναι ο περιορισμός συμμετοχής. Οπότε

$$r + \alpha e - \frac{k}{2}e^2 \geq \bar{A} \quad (6)$$

Ο εντολέας επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα καθαρά κέρδη

$$Q^n = Q - w \quad \eta \quad Q^n = (1 - \alpha)e - r \quad (7)$$

οπότε έχουμε

$$\max_{r, \alpha} Q^n = (1 - \alpha)e - r$$

$$s.t. \quad e = \frac{\alpha}{k}$$

$$r + \alpha e - \frac{k}{2}e^2 \geq \bar{A}$$

υποθέτοντας ότι $\bar{A}=0$ και παίρνοντας την ισότητα ο δεύτερος περιορισμός γίνεται

$$r = \frac{k}{2}e^2 - \alpha e \quad (8) \quad \text{οπότε το πρόβλημα γίνεται}$$

$$\max_{r, \alpha} Q^n = (1 - \alpha)e - r$$

$$s.t. \quad e = \frac{\alpha}{k}$$

$$r = \frac{k}{2}e^2 - \alpha e$$

αντικαθιστώντας

$$\max_{\alpha} Q^n = \frac{\alpha}{k} - \frac{\alpha^2}{2k}$$

και η συνθήκη πρώτης τάξης δίνει

$$\frac{1}{k} - \frac{\alpha}{k} = 0 \quad \eta \quad \alpha^* = 1 \quad (9)$$

αντικαθιστώντας την (5) και την (9) στην (8) έχουμε

$$r^* = -(2k)^{-1}$$

$$e^* = \frac{1}{k}$$

$$Q^* = \frac{1}{k}$$

$$w^* = r^* + \alpha^* Q^* = \frac{1}{2k}$$

$$Q^{n*} = (1 - \alpha^*)e^* - r^* = \frac{1}{2k}$$

{Μία εναλλακτική προσέγγιση είναι η εξής. Ο εντολέας γνωρίζει την ελάχιστη ευημερία συμμετοχής και την συνάρτηση αντίδρασης του εντολοδόχου. Μπορεί επίσης να εκμαιεύσει τον βαθμό προσπάθειας από το επίπεδο κέρδους. Οπότε ο εντολέας

$$\max_e Q^n = e - \bar{A} - c(e)$$

$$\max_e Q^n = e - \frac{k}{2}e^2 \quad (16)$$

η συνθήκη πρώτης τάξης είναι

$$e^* = \frac{1}{k} \quad (17) \text{ και}$$

$Q^* = \frac{1}{k}$. Αν το επίπεδο αυτό των κερδών τεθεί ως στόχος, η αμοιβή που συνακολουθεί

είναι

$$w^* = \bar{A} + c(e^*) = (2k)^{-1}$$

οπότε στο συμβόλαιο γίνεται

$$w(Q^*) = \left. \begin{array}{l} \bar{A} + c(e^*) \text{ if } e = e^* (= \frac{1}{k}) \\ -\infty \text{ otherwise} \end{array} \right\}$$

B) Άμεση παρατήρηση της προσπάθειας με αβεβαιότητα.

Αν το αποτέλεσμα της συμφωνίας δεν εξαρτάται μόνο από τη προσπάθεια του εντολοδόχου αλλά και από κάποιο τυχαίο γεγονός, η συνάρτηση «παραγωγής γίνεται

$$\tilde{Q} = e + \theta$$

όπου θ είναι τυχαία μεταβλητή, με μέσο θ και διακύμανση σ^2 . Ο εντολέας έχει την ικανότητα να παρατηρήσει το \tilde{Q} , αλλά δεν μπορεί να διακρίνει μεταξύ της συμβολής του θ και αυτής του e . Δηλαδή, δεν μπορεί να εκτιμήσει με ακρίβεια την προσπάθεια του εντολοδόχου, παρατηρώντας το προϊόν της εντολής. Η αμοιβή που θα προτείνει ο εντολέας βασίζεται στις μεταβλητές που μπορεί να παρατηρήσει, και παίρνει τη μορφή $w = r + \alpha Q$.

Δεδομένης της αβεβαιότητας στις αποδόσεις, τόσο η ευημερία του εντολοδόχου όσο και το κέρδος του εντολέα είναι τυχαίες μεταβλητές. Αν και οι δύο φορείς αποφάσεων είναι ουδέτεροι στον κίνδυνο, το αποτέλεσμα της προηγούμενης ενότητας ισχύει: ο εντολοδόχος επωμίζεται τον κίνδυνο, ενώ ο εντολέας πετυχαίνει σίγουρη απόδοση. Έστω όμως ο εντολοδόχος αποστρέφεται τον κίνδυνο, ενώ ο εντολέας είναι ουδέτερο στον κίνδυνο. (προφανώς αυτή δεν είναι η μόνη δυνατή εναλλακτική περίπτωση.) Στην περίπτωση αυτή, υποθέτουμε ότι ο εντολοδόχος μεγιστοποιεί την προσδοκώμενη χρησιμότητα σταθερής αποστροφής στον κίνδυνο,

$$w(\tilde{A}) = -\exp(-\varphi \tilde{A}) \quad \varphi > 0.$$

Το βέβαιο ισοδύναμο της χρησιμότητας \tilde{A} , στη περίπτωση αυτή είναι

$$C(\tilde{A}) = E(\tilde{A}) - R$$

όπου το R είναι το πριμ κινδύνου. Για την συγκεκριμένη συνάρτηση χρησιμότητας, το πριμ κινδύνου είναι

$$R = \frac{\varphi}{2} \alpha^2 \sigma^2 \quad \alpha > 0$$

Οπότε η χρησιμότητα του εντολοδόχου είναι

$$\tilde{A} = r + \alpha e + \alpha \theta - \frac{k}{2} e^2$$

η προσδοκώμενη χρησιμότητα είναι

$$C(\tilde{A}) = r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2.$$

Συμμετρική Πληροφόρηση.

Αν ο εντολέας είναι σε θέση να παρατηρήσει τη προσπάθεια του εντολοδόχου, η πληροφόρηση είναι συμμετρική, δεδομένου ότι και οι δύο φορείς έχουν πρόσβαση στην ίδια πληροφόρηση. Στην περίπτωση αυτή ο λογισμός του εντολέα γίνεται

$$\max_{e, r, \alpha} \tilde{Q}^n = (1 - \alpha)e - r$$

$$\text{s.t. } C(\tilde{A}) = r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2$$

Αφού ο εντολέας μπορεί να παρατηρήσει το επίπεδο προσπάθειας του εντολοδόχου, το e είναι υπό τον έλεγχο του. Αν επιπλέον η συνθήκη συμμετοχής είναι ενεργός, τότε ο περιορισμός της μεγιστοποίησης γίνεται

$$r = -\alpha e + \frac{k}{2} e^2 + \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2, \text{ και το πρόβλημα γίνεται}$$

$$\max_{\alpha, e} E(\tilde{Q}) = e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2$$

Λύνοντας τις συνθήκες πρώτης τάξης έχουμε τα εξής αποτελέσματα

$$\alpha^* = 0, \quad e^* = \frac{1}{k}, \quad r^* = \frac{1}{2k}, \quad w^* = \frac{1}{2k}$$

Γ) Μη συμμετρική πληροφόρηση.

Αν ο εντολέας δεν έχει την ικανότητα άμεσης παρατήρησης της προσπάθειας του εντολοδόχου, τότε η πληροφόρηση που έχουν οι δύο φορείς είναι μη συμμετρική. Ο λογισμός του εντολοδόχου στη περίπτωση αυτή είναι

$$\max_e C(\tilde{A}) = r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2$$

οπότε από την συνθήκη πρώτης τάξης.

$$e = \frac{\alpha}{k}.$$

Η σχέση αυτή αποτελεί τον περιορισμό αποδοτικότητας στον λογισμό του εντολέα. Ο περιορισμός συμμετοχής εκπονείται από την εξίσωση του βέβαιου αντίστοιχου

$$r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2 \geq \tilde{C}. \quad \text{Έστω, ότι } \tilde{C} = 0. \quad \text{Κατά συνέπεια ο λογισμός του εντολέα}$$

στη περίπτωση αβεβαιότητας και ασυμμετρίας στη πληροφόρηση είναι

$$\max_{r, \alpha} \tilde{Q}^n = (1 - \alpha)e - r$$

$$\text{s.t. } e = \frac{\alpha}{k}$$

$$r + \alpha e - \frac{k}{2} e^2 - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2 = 0$$

ή

$$\max_{\alpha, e} E(\tilde{Q}) = \frac{\alpha}{k} - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{k} - \alpha^2 \frac{\varphi}{2} \sigma^2$$

Λύνοντας τις συνθήκες πρώτης τάξης έχουμε τις αριστοποιητικές σχέσεις

$$1. \alpha^{**} = \frac{1}{1 + k\alpha\sigma^2} < \frac{1}{k}$$

το άριστο κίνητρο απόδοσης είναι θετικό αφού η ικανή συνθήκη μεγιστοποίησης του προσδοκώμενου οφέλους του εντολέα είναι $k\alpha\sigma^2 > 0$. Αφού το κίνητρο αυτό είναι μικρότερο της μονάδας, τούτο σημαίνει ότι ο εντολοδόχος μοιράζεται τον κίνδυνο με τον εντολέα.

$$2. e^{**} = \frac{1}{k(1 + k\alpha\sigma^2)} < \frac{1}{k}$$

δηλαδή, ο εντολοδόχος θα προβεί σε μικρότερη προσπάθεια σχετικά με την περίπτωση της συμμετρικής πληροφόρησης.

$$3. r^{**} = \frac{k\alpha\sigma^2 - 1}{2k(1 + k\alpha\sigma^2)^2} > -\frac{1}{2k}. \text{ Οπότε } r^{**} > 0 \text{ αν } k\alpha\sigma^2 > 0. \text{ Δηλαδή, ο εντολέας θα}$$

αναγκαστεί να προτείνει ένα βέβαιο μισθό για να πείσει τον εντολοδόχο να δεχτεί το έργο αν ο βαθμός αποστροφής στον κίνδυνο του εντολοδόχου είναι αρκούντως ψηλός, ή αν ο κίνδυνος όπως αυτός εκφράζεται από την διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής είναι

$$\text{αρκούντως ψηλή, } \alpha\sigma^2 > \frac{1}{k}.$$

Τέλος η διαφορά στην ευημερία του εντολέα που οφείλεται στην ασυμμετρία στην πληροφόρηση είναι η διαφορά στα προσδοκώμενα κέρδη του,

$$E(\tilde{Q})^{**} = \frac{1}{2k(1 + k\alpha\sigma^2)} < \frac{1}{2k} \text{ με το αντίστοιχο μέγεθος που προκύπτει όταν υπάρχει}$$

άμεση παρατήρηση και αβεβαιότητα, δηλαδή,

$$WL = E(\tilde{Q})^{**} - E(\tilde{Q})^* = \frac{\alpha\sigma^2}{2(1+k\alpha\sigma^2)}.$$

Κριτική της προσέγγισης του προβλήματος του ηθικού κινδύνου μέσα από την τεχνική του εντολέα - εντελλόμενου.

1. Οι περιορισμοί στην πληροφόρηση αφορούν την τρέχουσα περίοδο και όχι τις μελλοντικές περιόδους, υπό την έννοια ότι όλα τα προβλήματα σχετικά με το συμβόλαιο λύνονται πριν την σύναψη του.
2. Τα κόστη ανταλλαγής αφορούν ένα συγκεκριμένο σημείο του όλου προβλήματος και μόνο. Δηλαδή, την ασυμμετρία της πληροφόρησης και το επακόλουθο κόστος συλλογής της πληροφόρησης αυτής.
3. Υπάρχει ανομοιότητα στην μεταχείριση της πληροφόρησης. Έτσι, συνήθως ο εντολέας υποτίθεται ότι γνωρίζει την συνάρτηση χρησιμότητας το εντελλόμενου, ενώ και οι δύο γνωρίζουν την συνάρτηση των δυνητικών εσόδων. Η μόνη πηγή ασυμμετρίας είναι η αδυναμία του εντολέα να παρατηρήσει τον βαθμό προσπάθειας του εντελλόμενου.
4. Οι πιο πάνω υποθέσεις οδηγούν στο αποτέλεσμα ότι υπάρχει ένα συμβόλαιο (μισθός) που είναι εξαιρετικά ευαίσθητο στις αλλαγές της πληροφόρησης. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να εκπονηθούν άπειρα συμβόλαια.