

3.3 Άριστο Επίπεδο Αποθεμάτων

- ο λογισμός της επιχείρησης εκτείνεται σε δύο χρονικές περιόδους.
- έχει την δυνατότητα να δημιουργήσει αποθέματα την πρώτη περίοδο τα οποία θα πουλήσει την δεύτερη.
- Η απόφαση παραγωγής γίνεται στην αρχή της πρώτης περιόδου πριν γίνει γνωστό το επίπεδο της τιμής του προϊόντος.
- Αν x_1 και x_2 είναι το επίπεδο παραγωγής των δύο περιόδων και y το απόθεμα που μεταφέρεται την δεύτερη περίοδο, p η τιμή του προϊόντος, $c(x_i)$ η συνάρτηση κόστους και $m(y)$ η συνάρτηση κόστους αποθήκευσης, τα προσδοκώμενα κέρδη της δεύτερης περιόδου είναι

$$\pi_2(x_2, y) = [x_2 + y]\bar{p}_2 - c(x_2) - m(y) \quad \text{όπου}$$

$$c'(x_2) > 0, \quad c''(x_2) > 0, \quad m'(y) > 0, \quad m''(y) > 0$$

το συνολικό κέρδος είναι

$$\pi(x_i, y) = [x_i - y]\bar{p}_1 - c(x_i) + \rho([x_2 + y]\bar{p}_2 - c(x_2) - m(y))$$

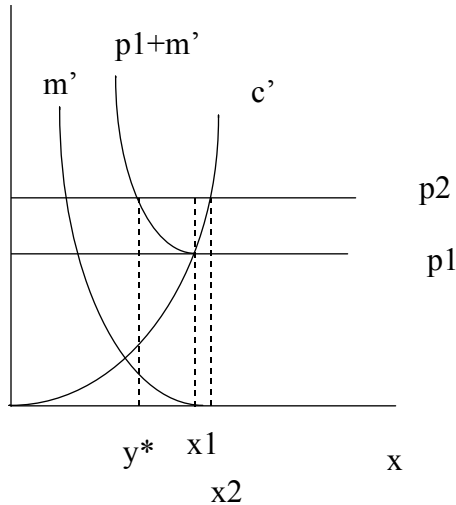
οι συνθήκες πρώτης τάξης για τα x_i δίνουν

$$\bar{p}_2 = c'(x_2^*)$$

$$\bar{p}_1 = c'(x_1^*)$$

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{\rho} \bar{p}_1 + m'(y)$$

η τιμή της δεύτερης περιόδου πρέπει να είναι μεγαλύτερη από αυτή της πρώτης περιόδου για να υπάρξουν αποθέματα. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατό για την επιχείρηση να παράγει με χαμηλότερο κόστος την πρώτη περίοδο και να πουλήσει σε ψηλότερη τιμή την δεύτερη. Σχ. 6.1



4 Κατανάλωση και Αποταμίευση σε Συνθήκες Αβεβαιότητας

Στο τμήμα αυτό εξετάζεται ένα υπόδειγμα διαχρονικού λογισμού. Υποθέτουμε ότι οι αποφάσεις ενός ατόμου αφορούν δύο χρονικές περιόδους, την τρέχουσα περίοδο και το μέλλον. Οι αποφάσεις παίρνονται στην αρχή της πρώτης περιόδου και είναι δεσμευτικές για την δεύτερη περίοδο. Με άλλα λόγια το άτομο δεν μπορεί να προσαρμόσει τις αποφάσεις του αν προκύψει νέα πληροφόρηση την δεύτερη περίοδο. Το άτομο έχει την δυνατότητα αποταμίευσης, δηλαδή την ικανότητα να μεταφέρει αγοραστική δύναμη από την πρώτη στην δεύτερη περίοδο. Το διαθέσιμο εισόδημα της δεύτερης περιόδου δαπανάται στο ακέραιο. Εξετάζουμε διαδοχικά τις περιπτώσεις όπου εμφανίζεται αβεβαιότητα στο επίπεδο εισοδήματος της δεύτερης περιόδου και στο προεξοφλητικό συντελεστή (επιτόκιο) και την επίπτωση στην απόφαση αποταμίευσης. Στην συνέχεια εξετάζουμε το πρόβλημα της επιλογής άριστου χαρτοφυλακίου που αποτελεί τον άριστο τρόπο αποταμίευσης (μεταφοράς εισοδήματος διαχρονικά).

4.1 Αβεβαιότητα Εισοδήματος και Αποταμίευση

Η απόφαση του ατόμου συνίσταται στο πόσο από το εισόδημα της πρώτης περιόδου θα καταναλώσει άμεσα και πόσο θα καταναλώσει την δεύτερη περίοδο. Τα μεγέθη της πρώτης περιόδου θεωρούνται γνωστά με βεβαιότητα, συμπεριλαμβανομένου του επιτοκίου. Αντίθετα το εισόδημα της δεύτερης περιόδου υπόκειται σε αβεβαιότητα. Το άτομο αντλεί χρησιμότητα από την κατανάλωση των δύο περιόδων, c_1, c_2 . Οπότε η συνάρτηση χρησιμότητας είναι $U(c_1, c_2)$. Αν το y_1 είναι το εισόδημα της πρώτης περιόδου τότε το εισόδημα της δεύτερης περιόδου είναι

$$(y_1 - c_1)(1 + i) + y_2$$

όποτε, αν το $\rho = 1 + I$, η κατανάλωση της δεύτερης περιόδου είναι

$$c_2 = \rho(y_1 - c_1) + y_2$$

Έστω ότι το εισόδημα της δεύτερης περιόδου είναι μηδέν με πιθανότητα p και y_2 με πιθανότητα $1 - p$. Τότε το c_2 γίνεται

$$\begin{aligned} c_2(0) &= \rho(y_1 - c_1) & \text{prob} &= p \\ c_2 &= \\ c_2(y_2) &= \rho(y_1 - c_1) + y_2 & \text{prob} &= 1 - p \end{aligned}$$

Η συνάρτηση προσδοκώμενης χρησιμότητας είναι

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + [pu(c_2(0)) + (1 - p)u(c_2(y_2))]$$

η συνθήκη πρώτης τάξης είναι

$$u'(c_1) - \rho pu'(c_2(0)) - \rho(1 - p)u'(c_2(y_2)) = 0$$

ενώ η συνθήκη δεύτερης τάξης γίνεται

$$\Delta = u''(c_1) + \rho^2 pu''(c_2(0)) + \rho^2(1 - p)u''(c_2(y_2)) < 0$$

αν υποθέσουμε ότι η συμπεριφορά του ατόμου χαρακτηρίζεται από αποστροφή στον κίνδυνο τότε η συνθήκη δεύτερης τάξης ικανοποιείται αφού $u'' < 0$.

Παίρνοντας τη διαφορική της συνθήκης πρώτης τάξης ως προς την πιθανότητα βλέπουμε ότι μία αύξηση της p μειώνει την κατανάλωση της πρώτης περιόδου, δηλαδή αυξάνει την αποταμίευση. Αντίθετα μία αύξηση είτε του εισοδήματος της πρώτης περιόδου είτε του θετικού σκέλους του εισοδήματος της δεύτερης περιόδου θα μειώσει το επίπεδο αποταμίευσης.

4.2 Αβεβαιότητα Επιτοκίου

Έστω ότι η αβεβαιότητα αφορά το επιτόκιο. Απλοποιώντας το υπόδειγμα του προηγούμενου τμήματος υποθέτουμε ότι την δεύτερη περίοδο το άτομο έχει μηδενικό εισόδημα, δηλαδή ότι $y_2 = 0$ με βεβαιότητα. Κατά συνέπεια η επιβίωση του εξαρτάται από την αποταμίευση, η απόδοση της οποίας είναι αβέβαια. Η συνάρτηση της προσδοκώμενης χρησιμότητας στην περίπτωση αυτή είναι

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + E[u(c_2)]$$

όπου η χρησιμότητα κάθε περιόδου έχει τώρα την μορφή

$$u(c_i) = \frac{c_i^\alpha}{\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad i = 1, 2$$

Το άτομο χαρακτηρίζεται από αποστροφή στον κίνδυνο. Γιατί?

Η συνθήκη πρώτης τάξης είναι

$$u'(c_1) - E[\rho u'(\rho(y_1 - c_1))] = 0$$

ενώ η συνθήκη δεύτερης τάξης είναι

$$u''(c_1) + E[\rho^\alpha u''(\rho(y_1 - c_1))] < 0$$

Θα αποδείξουμε ότι κάτω από τις υποθέσεις που υιοθετήσαμε το επίπεδο αποταμίευσης είναι χαμηλότερο όταν υπάρχει αβεβαιότητα συγκριτικά με την περίπτωση της βεβαιότητας. Έστω ότι η λύση της συνθήκης πρώτης τάξης δίνει την λύση c^* .

Υποθέτουμε ότι επικρατεί βέβαιο επιτόκιο ίσο με τη μαθηματική ελπίδα του επιτοκίου στην περίπτωση της αβεβαιότητας. Τότε η συνθήκη πρώτης τάξης γίνεται

$$u'(c_1) - E[\rho]u'(E[\rho](y_1 - c_1)) = 0$$

ή

$$u'(c_1) - E[\rho]^\alpha (y_1 - c_1)^{\alpha-1} = 0$$

Έστω ότι η λύση της εξίσωσης αυτής είναι \hat{c} .

Οπότε έχουμε ότι για την περίπτωση της αβεβαιότητας

$$u'(c_1^*) - E[\rho^\alpha](y_1 - c_1^*)^{\alpha-1} = 0$$

και για την περίπτωση της βεβαιότητας

$$u'(\hat{c}_1) - E[\rho]^\alpha (y_1 - \hat{c}_1)^{\alpha-1} = 0$$

Αν $\hat{c} = c^*$ τότε πρέπει

$$E[\rho^\alpha] = \{E[\rho]\}^\alpha$$

Τούτο όμως δεν ισχύει. Η ανισότητα του Jensen λέει ότι για μία κυρτή συνάρτηση $v(x)$ δηλαδή, ($v'' < 0$), ισχύει ότι $E(v(x)) < v\{E(x)\}$.

Στην περίπτωση μας έχουμε ότι $v(x) = x^\alpha$ όπου $0 < \alpha < 1$. Οπότε ισχύει ότι

$E[\rho^\alpha] < \{E[\rho]\}^\alpha$. Κατά συνέπεια τα δύο αριστοποιητικά σημεία δεν μπορούν να είναι ίσα. Τούτο σημαίνει για να ικανοποιηθούν και οι δύο συνθήκες πρώτης τάξης ότι το c^* πρέπει να είναι μικρότερο του \hat{c} . Τα αποτελέσματα αυτά εξαρτώνται βέβαια από την συγκεκριμένη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας που χρησιμοποιήθηκε.