

10. Μη Μεταβατικές Συλλογικές Προτιμήσεις

Το αξίωμα της μεταβατικότητας στην περίπτωση των προτιμήσεων ενός μεμονωμένου φορέα αποφάσεων, επιτρέπει την επέκταση της ικανότητας σύγκρισης ζευγών επιλογών στο σύνολο των δυνητικών επιλογών. Έτσι, αν ένας φορέας αποφάσεων προτιμά το X από το Y και το Y από το Z, τότε προτιμά και το X από το Z. Η κατάταξη των επιλογών που προκύπτει είναι ανεξάρτητη από την σειρά με την οποία γίνεται η σύγκριση των ζευγών των δυνητικών επιλογών.

Αντίθετα, στην περίπτωση συλλογικών αποφάσεων, η σειρά σύγκρισης ζευγών επιλογών επηρεάζει την τελική κατάταξη των επιλογών. Οι συλλογικές αποφάσεις έχουν το χαρακτηριστικό ότι ότι αποφασιστεί θα καταναλωθεί από όλους τους εμπλεκόμενους φορείς. Βέβαια, η κατανάλωση αυτή θα αποφέρει διαφορετικά οφέλη στον καθένα ανάλογα με τις προτιμήσεις του.

Ομάδες ψηφοφόρων	Αρ. Μελών Ομάδων	Προτιμήσεις
A	1	$x > y > z$
B	1	$y > z > x$
Γ	1	$z > x > y$

Αν ισχύουν οι συνθήκες που περιγράφει ο πίνακας, και ο κάθε φορέας προτείνει την πρώτη επιλογή του, τότε δεν υπάρχει προτίμηση μεταξύ των τριών επιλογών στο συλλογικό επίπεδο. Έστω ότι γίνεται αναμέτρηση των επιλογών ανά δύο. Τότε η σειρά με την οποία συγκρίνονται οι δυνητικές επιλογές επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα. Έτσι, αν συγκριθεί αρχικά το X με το Y, το X προτιμάται αφού δύο φορείς έχουν αυτή την προτίμηση ενώ ένας έχει την αντίστροφη προτίμηση. Στη συνέχεια αν συγκριθεί το X με το Z, τότε το προτιμάται το Z με το ίδιο σκεπτικό. Αν η αρχική σύγκριση γίνει μεταξύ του X και του Z, η τελική επιλογή θα είναι το Y. κ.ο.κ.

Κατά συνέπεια η σειρά εξέτασης θεμάτων επηρεάζει το αποτέλεσμα. Η σειρά αυτή μπορεί να καθορίζεται από κάποιο κανόνα (θεσμό : νόμο, καταστατικό κτλ.). Ο κανόνας αυτός μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο ξεχωριστής απόφασης στο συλλογικό επίπεδο, ή να προέρχεται από την παράδοση κτλ.

Η κατάταξη των x, y εξαρτάται από το z

Αντίθετα από τις ιδιωτικές προτιμήσεις, όπου η εσωτερική κατάταξη προτιμήσεων ενός υποσυνόλου επιλογών δεν αλλάζει αν το πεδίο των επιλογών διευρυνθεί, στο συλλογικό επίπεδο η διεύρυνση των δυνατικών επιλογών μπορεί να αλλάξει την κατάταξη αυτή.

Ομάδες ψηφοφόρων	Αρ. Μελών Ομάδων	Προτιμήσεις
A	1	$x=3 > y=2 > z=1$
B	1	$y=3 > z=2 > x=1$

Έστω ότι δύο φορείς καλούνται να βαθμολογήσουν την κάθε προτίμηση ανάλογα με την προτεραιότητα που της αποδίδουν. Η επιλογή γίνεται με την άθροιση των βαθμών κάθε επιλογής. Το x έχει 4 βαθμούς αθροιστικά, ενώ το y , 5, και το z 3. Άρα το x προτιμάται από το y . Αν έλειπε το z , τότε η κλίμακα θα έφτανε μέχρι το 2, οπότε οι δύο υπόλοιπες επιλογές θα ήταν αδιάφορες μεταξύ τους, αφού θα συνέλεγαν 3 βαθμούς η καθεμία.

Εκτός, λοιπόν από την σειρά εξέτασης των εναλλακτικών λύσεων, το τελικό αποτέλεσμα εξαρτάται και από το εύρος των επιλογών. Δηλαδή, η σύνθεση θεμάτων μετράει.

Ο υποψήφιος του Condorcet. Η επίπτωση της στρατηγικής ψήφου.

Ομάδες ψηφοφόρων	Αρ. Μελών Ομάδων	Προτιμήσεις
A	95	$x > y > z$
B	95	$y > x > z$
Γ	110	$z > x > y$

Αν οι ψηφοφόροι ψηφίσουν κατά συνείδηση, τότε ο Γ θα κερδίσει. Αν όμως ο Γ αντιμετώπιζε μόνο ένα αντίπαλο, θα έχανε οποιοσδήποτε από τους δύο αντιπάλους κι αν κατέβαινε. Η υποστήριξη μιάς δεύτερης επιλογής με σκοπό την αποτροπή μιας ακόμη χειρότερης έκβασης αποκαλείται στρατηγική ψήφος. Βέβαια, τίθεται ζήτημα επίπτωσης ευημερίας αφού μεταξύ των

συμμάχων που κερδίζουν την ψηφοφορία τα οφέλη κατανέμονται ανισομερώς.

Ψηφοφορία όπου ο Πρόεδρος αποφασίζει σε περίπτωση ισοπαλίας.

Έστω ότι συγκροτείται επιτροπή από τρία μέλη με σκοπό να επιλέξει μεταξύ τριών εναλλακτικών επιλογών. Αν επέλθει ισοπαλία, τότε η ψήφος του προέδρου μετράει διπλά. Πρόεδρος είναι ο Α και η ψηφοφορία είναι μυστική. Τα μέλη γνωρίζονται καλά μεταξύ τους, οπότε υπάρχει πλήρης πληροφόρηση ως προς τις προτιμήσεις τους.

Μέλη Επιτροπής	Προτιμήσεις
A	$w > y > z$
B	$z > w > y$
Γ	$y > z > w$

Αν η ψήφος γίνει κατά συνείδηση, δηλαδή το κάθε μέλος της επιτροπής ψηφίζει την πρώτη του επιλογή, τότε προκύπτει ισοψηφία. Η ισοψηφία λύνεται από την δεύτερη ψήφο του προέδρου, οπότε επιλέγεται το w. Το αποτέλεσμα αυτό είναι γνωστό από την αρχή.

Η καλύτερη αντίδραση του Α για οποιαδήποτε ενέργεια των δύο άλλων είναι να ψηφίσει w. Αν οι άλλοι δύο ψηφίσουν την ίδια επιλογή, τότε η ψήφος του Α δεν μπορεί να μεταβάλλει το αποτέλεσμα, αφού στην περίπτωση αυτή δεν έχει δικαίωμα διπλής ψήφου. Στην περίπτωση αυτή οι τρεις επιλογές του είναι αδιάφορες. Αν οι άλλοι δύο υποστηρίξουν διαφορετικές λύσεις, τότε η ψήφος του Α είναι καθοριστική. Οπότε η x είναι αδύνατα κυρίαρχη λύση για τον Α. Ο επόμενος πίνακας δείχνει το ποια επιλογή θα επικρατήσει ανάλογα με το τι επιλογή κάνουν οι Β και Γ.

		B		
		z	y	w
Γ	z	z	w	w
	y	w	y	w
	w	w	w	w

Η απόφαση είναι συλλογική, δηλαδή, ότι αποφασιστεί θα καταναλωθεί από όλους τους μετέχοντες στην διαδικασία αποδίδοντας διαφορετική χρησιμότητα στον καθένα. Έτσι, ο αντίστοιχος πίνακας αποδόσεων γίνεται (Οι αποδόσεις είναι Γ;B;A. K=καλύτερη, M=μέση, X=χειρότερη για το αντίστοιχο μέλος της επιτροπής)

		B		
		z	y	x
Γ	z	M;K;X	X;M;K	X;M;K
	y	X;M;K	K;X;M	X;M;K
	x	X;M;K	X;M;K	X;M;K

Παρατηρήστε ότι οι αποδόσεις στα εκτός διαγωνίου κελιά είναι ίδιες. Γιατί; Υπάρχει σημείο ισορροπίας κατά Nash; (το z,z) Δοκιμάστε να το βρείτε με την διαδοχική απαλοιφή των κυριαρχούμενων στρατηγικών. (θα συγκρίνετε μόνο τις αποδόσεις του B και της Γ.)

Κατά συνέπεια, η επιλογή των κανόνων πρέπει να λαμβάνει υπ' όψη την στρατηγική συμπεριφορά των ψηφοφόρων.

10.1 Οι προϋποθέσεις του Arrow για την άθροιση των ατομικών προτιμήσεων.

Υπάρχουν 4 ιδιότητες που θα ήταν εύλογο να έχει μια συνάρτηση συλλογικών προτιμήσεων

1. Η Συλλογική συνάρτηση προτιμήσεων πρέπει να δίνει μία λύση ως προτιμητέα αν όλοι οι φορείς προτιμούν την λύση αυτή. Αντίστροφα δεν πρέπει να δίνει προτίμηση σε λύση που για όλους τους φορείς είναι κυριαρχούμενη.
2. Αν οι επιμέρους προτιμήσεις είναι πλήρεις, ανακλαστικές και μεταβατικές, τότε η συνάρτηση κοινωνικών προτιμήσεων πρέπει να έχει τις ίδιες ιδιότητες.
3. Οι προτιμήσεις μεταξύ δύο επιλογών, χ και ψ , πρέπει να είναι ανεξάρτητες από κάθε τρίτη επιλογή.
4. Ο μηχανισμός λήψης κοινωνικών αποφάσεων δεν είναι δικτατορία. Δηλαδή, δεν υπάρχει ένα άτομο του οποίου οι προτιμήσεις είναι ταυτόσημες με την συλλογική συνάρτηση προτιμήσεων, ανεξάρτητα από τις προτιμήσεις των υπολοίπων. (εκτός αν όλοι οι φορείς έχουν ακριβώς τις ίδιες προτιμήσεις.)

Αποδεικνύεται ότι **δεν** είναι δυνατό να ισχύουν και οι 4 προϋποθέσεις ταυτόχρονα. Οπότε αν θέλουμε να περιγράψουμε τον μηχανισμό κοινωνικών αποφάσεων μίας δημοκρατίας, (οπότε θα πρέπει να διατηρήσουμε την τέταρτη προϋπόθεση) θα πρέπει να αφήσουμε τουλάχιστον μία από τις τρεις πρώτες προϋποθέσεις.

Για την ακρίβεια απαιτούμε ότι όποια συνάρτηση κοινωνικών αποφάσεων πρέπει να έχει την ιδιότητα ότι είναι **αύξουσα** ως προς την **χρησιμότητα**

κάθε ατόμου. Όπως π.χ. αν η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας οριστεί ως το άθροισμα των αντιστοίχων ιδιωτικών συναρτήσεων

$$U = \sum_{i=1}^n u_i(x) \quad \text{τότε} \quad \frac{\partial U}{\partial u_i} > 0$$

Αν η συνάρτηση αυτή ήταν φθίνουσα ως προς την χρησιμότητα ενός μέλους μιας κοινωνίας, η μεγιστοποίηση της κοινωνικής χρησιμότητας θα σήμαινε μηδενισμό της χρησιμότητας του συγκεκριμένου μέλους. Δεδομένου ότι δεν είναι μακρόχρονα βιώσιμη η λύση αυτή για το συγκεκριμένο μέλος, τούτο σημαίνει ότι η χρησιμότητα των υπολοίπων μεγιστοποιείται από τον αποκλεισμό ή τον αφανισμό του μέλους αυτού από την ισοτιμία στην κοινωνία. Προφανώς, αυτός δεν είναι θεμιτός στόχος μιας δημοκρατικής κοινωνίας.

10.2 Απεικόνιση των ηθικών επιταγών μιας κοινωνίας.

Η αθροιστική μορφή είναι βέβαια μια μόνο δυνατή μορφή συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας.

$$W(u_1, \dots, u_n) = \sum_i u_i$$

Είναι δυνατό οι ηθικές αρχές μιας κοινωνίας σταθμίζουν την σημαντικότητα κάθε ατόμου. Η στάθμιση μπορεί να βασίζεται στην κοινωνική ιεραρχία ή σε αρχές αλτρουισμού. Τότε θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την ακόλουθη συνάρτηση, όπου οι σταθμιστές α_i αποδίδουν το σχετικό βάρος της ευημερίας των επιμέρους ατόμων.

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i u_i(x) > \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i(y)$$

Μια άλλη δυνατή επιλογή είναι η συνάρτηση κοινωνικών προτιμήσεων του Rawls. Η αξία της κοινωνικής ευημερίας είναι ίση με την ευημερία του λιγότερο προνομιούχου ατόμου. Η μεγιστοποίηση της συνάρτησης αυτής οδηγεί στην ισοκατανομή της ευημερίας μεταξύ ατόμων.

$$W(u_1 \dots u_n) = \min(u_1 \dots u_n)$$

Αν είναι δυνατή η απεικόνιση του μηχανισμού κοινωνικών αποφάσεων μέσα από μία συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας, τότε μπορούμε να εξετάσουμε την επίπτωση διαφορετικών ηθικών αξιών στην οικονομική δραστηριότητα.

Έτσι, ότι τα άτομα αντλούν χρησιμότητα από το σύνολο της κατανομής των αγαθών σε μία οικονομία θα είχαμε

$$\max W(u_1(x) \dots u_n(x))$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^1 = X^1$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^k = X^k$$

Η ευημερία κάθε ατόμου εξαρτάται από ένα διάνυσμα $x = \{x^1, \dots, x^k\}$ τα στοιχεία του οποίου αντιπροσωπεύουν μια συγκεκριμένη κατανομή του αγαθού i μεταξύ όλων των ατόμων της κοινωνίας. Δηλαδή ο καθένας έχει προτιμήσεις για το τι θα έπρεπε να είναι η κατανάλωση κάθε ατόμου της κοινωνίας αυτής.

Παρατηρήστε ότι είναι δυνατό να συμπεριλάβουμε διαφορετική ένταση ως προς την γενική κατανομή της κατανάλωσης στις προτιμήσεις κάθε ατόμου.

Αντίθετα αν η χρησιμότητα των ατόμων επηρεάζεται από την δική τους κατανάλωση και μόνο το πρόβλημα γίνεται

$$\max W(u_1(x_1) \dots u_n(x_n))$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^1 = X^1$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^k = X^k$$

Εδώ η χρησιμότητα κάθε ατόμου εξαρτάται από ένα διάνυσμα $x = \{x_i^1, \dots, x_i^k\}$, που αντιπροσωπεύει την κατανάλωση κάθε αγαθού από το ίδιο το άτομο και μόνο.

(Παρατηρήστε ότι η τελευταία περίπτωση αντιστοιχεί με την μέθοδο που υπολογίσαμε το κατά Pareto άριστο σημείο στη περίπτωση π.χ. του δυοπωλίου και των εξωτερικότητων. Εκεί μεγιστοποιήσαμε τις συναρτήσεις κερδών (αποφάσεων των φορέων) αθροιστικά.)

Είναι βέβαια δυνατό να έχουμε μικτές περιπτώσεις όπου η χρησιμότητα του ατόμου εξαρτάται από την ίδια κατανάλωση και μόνο για ένα υποσύνολο αγαθών, και από την συνολική κατανομή της κατανάλωσης των υπολοίπων διαθέσιμων αγαθών στην οικονομία.

Στην δεύτερη κατηγορία αγαθών συμπεριλαμβάνονται τα δημόσια αγαθά, ή αγαθά που θεωρούνται είτε επιβλαβή για την κοινωνία (ναρκωτικά κτλ.), είτε θετικά για το σύνολο, όπως παιδεία κτλ. (εξωτερικότητες) Έτσι, ο θεσμός της υποχρεωτικής παιδείας επιβάλλει μερικά την σύνθεση της κατανάλωσης κάθε νοικοκυριού. Κατά συνέπεια, όσοι υποστηρίζουν το μέτρο αυτό, εκφράζουν προτίμηση ως προς την σύνθεση της κατανάλωσης όλων των μελών της κοινωνίας.

Επίσης, είναι δυνατό το επιμέρους άτομο να αντλεί χρησιμότητα, δηλαδή να εκφράζει προτιμήσεις, από τη κατανομή ορισμένων αγαθών πέρα από την προσωπική κατανάλωση που αφορά μόνο ένα υποσύνολο του πληθυσμού. Τέτοια αγαθά είναι τα τοπικά δημόσια αγαθά, και γενικότερα τα αγαθά που παρουσιάζουν εξωτερικότητες στην κατανάλωση και στην παραγωγή.

10.3 Διαγραμματική παρουσίαση.

Έστω ότι υπάρχει κάποιο όριο που περιγράφει τις εναλλακτικές δυνατότητες κατανομής των οφελών στα μέλη μιας κοινωνίας, δεδομένων των διαθεσίμων πόρων.

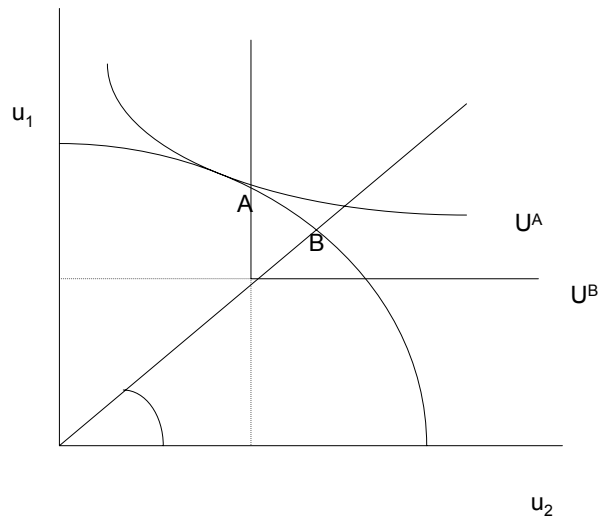
$$F(u_1; u_2) = 0$$

Το όριο αυτό θεωρείται κοίλο προς την τομή των αξόνων, και η κλίση του είναι

$$-\frac{F_{u_1}}{F_{u_2}}$$

Η μεγιστοποίηση μιας π.χ. αθροιστικής συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας θα γινόταν εκεί όπου η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας εφάπτεται το όριο των δυνατών κατανομών ευημερίας. Δηλαδή, στο σημείο A του σχήματος, εκεί όπου

$$\frac{U^A_{u_1}}{U^A_{u_2}} = \frac{F_{u_1}}{F_{u_2}}$$



Η συνάρτηση χρησιμότητας του Rawls έχει ως κριτήριο ότι η κοινωνική ευημερία είναι ίση με την χαμηλότερη ιδιωτική χρησιμότητα στην κοινωνία.

$$W(u_1; u_2) = \min(u_1; u_2)$$

έτσι οι καμπύλες αδιαφορίας της συνάρτησης αυτής είναι ορθές γωνίες, όπως η καμπύλη αδιαφορίας U^B στο σχήμα. Έτσι, όσο και να αυξηθεί η ευημερία του ατόμου που έχει ψηλότερο επίπεδο ιδιωτικής ευημερίας, αν η ευημερία αυτού που έχει χαμηλότερο επίπεδο ιδιωτικής ευημερίας δεν μεταβληθεί, τότε η δείκτης κοινωνικής ευημερίας δεν μεταβάλλεται. Η μεγιστοποίηση της κοινωνικής ευημερίας στην περίπτωση αυτή θα γίνει στο σημείο B, πάνω στην τομή της ακτίνας των 45° και του ορίου εναλλακτικών δυνατικών κατανομών. Δεδομένου ότι η ακτίνα των 45° περιγράφει όλα τα σημεία όπου η χρησιμότητα είναι ίδια για τους δύο φορείς αποφάσεων, η αριστοποίηση στην περίπτωση αυτή οδηγεί πάντα σε ισοκατανομή των ιδιωτικών χρησιμοτήτων.

Παρατηρήστε ότι οι δύο τύποι συναρτήσεων χρησιμότητας που παρουσιάσαμε στο σχήμα θα οδηγούσαν στο ίδιο αποτέλεσμα αν η καμπύλη αδιαφορίας U^A εφάπτετο στο όριο στο σημείο B, δηλαδή, στο σημείο όπου η ισοκατανομή επικρατεί.