Άσκηση Ι.

Έστω ότι οι μέτοχοι μιας εταιρείας, (Α, Β, Γ, Δ) επιλέγουν νέο διευθυντή μεταξύ τριών υποψηφίων, τους χ, ψ, ω. Το βάρος της ψήφου του κάθε μετόχου είναι ίσο με τον αριθμό των μετοχών της εταιρείας που έχει στην κατοχή του.

Στη διάρκεια της ψηφοφορίας ο κάθε μέτοχος ψηφίζει τον υποψήφιο που προτιμά περισσότερο. Μετά την καταμέτρηση, αποκλείεται ο τελευταίος υποψήφιος. Οι ψήφοι των μετόχων που υπεστήριξαν τον αποκλεισθέντα υποψήφιο μεταβιβάζονται στον υποψήφιο που αποτελεί τη δεύτερη επιλογή καθένα από τους μετόχους αυτούς. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι κάποιος υποψήφιος να αποκτήσει την απόλυτη πλειοψηφία.

Ο πιο κάτω πίνακας περιγράφει μια δυνατή σύνθεση των μετόχων. Ποιος υποψήφιος θα εκλεγεί;

Μέτοχος	Αριθ. μετοχών	Προτιμήσεις
Α	8	ω > ψ > χ
Β	7	χ > ω > ψ
Γ	6	ψ > χ > ω
Δ	3	ψ > ω > χ

Για να είναι το αποτέλεσμα σημείο ισορροπίας θα πρέπει όλοι οι μέτοχοι να μην έχουν άλλη επιλογή ψηφοφορίας που να τους αποδώσει καλύτερο αποτέλεσμα. Έτσι, δεν θα είναι δυνατό να βελτιώσουν την θέση τους μονομερώς, οπότε θα βρισκόμαστε σε σημείο ισορροπίας κατά Nash. Δηλαδή, πρέπει να συμφέρει όλους τους μετόχους να εκδηλώσουν τις προτιμήσεις τους με ειλικρίνεια.

Για παράδειγμα, ο υποψήφιος που θα εκλεγεί αν όλοι είναι ειλικρινείς δεν θα είναι η πρώτη προτίμηση του μετόχου Β. Είναι δυνατό για τον Β να ακολουθήσει τακτική ψηφοφορίας που να διαφέρει από τις πραγματικές του προτιμήσεις; Οι επιλογές του Β, και τα αποτελέσματα περιγράφονται στον πιο κάτω πίνακα.

Δυνητικές Στρατηγικές του Β	Αποτέλεσμα
χ > ω > ψ (ειλικρίνεια)	Ω

χ > ψ > ω	Ψ
ω > χ > ψ	Ω
ω > ψ > χ	Ω
ψ > χ > ω	Ψ
ψ > ω > χ	Ψ

Βλέπουμε ότι δεν υπάρχει στρατηγική του Β που να οδηγήσει στην εκλογή του χ, που είναι η καθαρή προτίμηση του. Αν εκλεγεί ο ψ, έτσι κι αλλιώς είναι η χειρότερη επιλογή του Β οπότε οι στρατηγικές που οδηγούν στο αποτέλεσμα αυτό δεν θα επιφέρουν βελτίωση στην ικανοποίηση του Β. Οι υπόλοιπες στρατηγικές συμφέρουν; Αν ναι, η ειλικρίνεια δεν είναι σημείο ισορροπίας.

Επαναλάβετε την διαδικασία για τους άλλους τρεις μετόχους.

Άσκηση ΙΙ.

Μία κοινωνία απαρτίζεται από δύο μέλη. Έστω μία συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας

$U = u_A^{\frac{1}{2}} u_B^{\frac{1}{2}}$ ενώ το όριο δυνατοτήτων ευημερίας δίνεται από $u_A + 2u_B = 10$.

Ποιο θα είναι το άριστο επίπεδο ευημερίας του κάθε μέλους;

έστω ότι η αρχική θέση ευημερίας ήταν $u_A = 6, \ \ \mathrm{u_B} = 4$. Ελέγξτε ότι το σημείο αυτό βρίσκεται πάνω στο όριο δυνατοτήτων ευημερίας. Τι σημαίνει αυτό; (Το όριο δυνατοτήτων ευημερίας είναι η αποτύπωση των σημείων επί της γραμμής συμβάσεων στο κουτί του Edgeworth.)

Ποια μεταβίβαση ευημερίας απαιτείται για την ικανοποίηση των κοινωνικών προτεραιοτήτων που περιγράφονται από την πιο πάνω συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας;

Επαναλάβετε την άσκηση αν η αρχική κατανομή ήταν $u_A = 4, \ \ \mathrm{u_B} = 2$.

Άσκηση ΙΙΙ

Αποδείξτε ότι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας $U = u_A^{\frac{1}{2}} u_B^{\frac{1}{2}}$ όταν το όριο δυνατοτήτων ευημερίας είναι $u_A + u_B = 10$, είναι ισοδύναμο με την μεγιστοποίηση της συνάρτησης ευημερίας $\min\{u_A; u_B\}$.

Άσκηση IV

Έστω ότι βρισκόμαστε στο σημείο $u_A = 6,\ \mathrm{u_B} = 4$, με τα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης. Σχεδιάστε τις καμπύλες αδιαφορίας που περνούν από το σημείο αυτό για τις δύο συναρτήσεις κοινωνικής ευημερίας.

Άσκηση V

Έστω ότι το όριο δυνατοτήτων ευημερίας είναι $2u_A + u_B = 10$, ποια η τιμή του α, για 0 < α < 1, που μεγιστοποιεί την συνάρτηση $U = u_A^{\alpha} u_B^{1-\alpha}$ στο σημείο $u_A = \mathrm{u_B}$

Άσκηση VI

Έστω ότι το όριο δυνατοτήτων ευημερίας είναι $2u_A + u_B = 10$, ενώ η

συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας είναι $U = \dfrac{u_A}{u_B}$. Ελέγξτε τις πρώτες

παραγώγους της συνάρτησης αυτής. Σχεδιάστε μια καμπύλη αδιαφορίας. Τι σας λέει αυτό για το σημείο

11. Δημόσια Αγαθά

Τυπολογία αγαθών : Τα οικονομικά αγαθά μπορούν να καταταγούν με βάση δύο χαρακτηριστικά

- τον βαθμό που μπορεί να επιβληθεί αποκλεισμός στην κατανάλωση τους,
- και τον βαθμό που η κατανάλωση τους είναι ανταγωνιστική, δηλαδή τον βαθμό που η κατανάλωση μιας μονάδας του αγαθού από ένα άτομο περιορίζει τις δυνατότητες κατανάλωσης της ίδιας μονάδας από ένα άλλο άτομο.

	Δυνατότητα Αποκλεισμού	Αδυναμία Αποκλεισμού
Ανταγωνιστική Κατανάλωση	Ιδιωτικό Αγαθό	Δημόσιο Αγαθό
Μη Ανταγωνιστική Κατανάλωση	Τοπικό Δημόσιο Αγαθό	Τέλειο Δημόσιο Αγαθό

Το πρόβλημα είναι ότι οι κατηγορίες αυτές μπορεί να μην είναι διαχρονικά σταθερές, με την έννοια ότι ένα αγαθό μπορεί να μετακινείται από κατηγορία σε κατηγορία, π.χ. σχετικά με την σπανιότητα του ή την μεταβολή στις ηθικές αξίες κτλ. Έτσι, μπορεί να γίνει μια δεύτερη, συγγενής ταξινόμηση, ανάλογα με την αντίληψη σχετικά με τα αγαθά από μέρους των φορέων αποφάσεων.

	Δυνατότητα Αποκλεισμού	Αδυναμία Αποκλεισμού
Ανταγωνιστική Κατανάλωση	Ιδιωτικό Αγαθό	Ιδιωτική Εξωτερικότητα
Μη Ανταγωνιστική Κατανάλωση	Αγαθά Λέσχης	Δημόσια Εξωτερικότητα

Στο τμήμα αυτό θα εξετάσουμε το πρόβλημα της άριστης παροχής δημοσίων αγαθών. Στο πρώτο μέρος θα εξετάσουμε την παροχή αμιγών δημοσίων αγαθών, ενώ στο δεύτερο μικτών δημοσίων αγαθών (δηλαδή αγαθών που ικανοποιούν ιδιωτικές ανάγκες ταυτόχρονα με δημόσιες). Το κάθε μέρος χωρίζεται σε επιμέρους θεματικές ομάδες. Έτσι, στην πρώτη ομάδα εξετάζεται η κατά Pareto κατανομή των πόρων όταν ένα από τα εμπλεκόμενα αγαθά είναι δημόσιο. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζεται ο αριστοποιητικός λογισμός όταν ο κάθε φορέας μεγιστοποιεί με γνώμονα το αυστηρά προσωπικό του συμφέρον. Στην περίπτωση αυτή ο λογισμός αποτελεί μέρος παιγνίου, αφού ο κάθε φορέας υπολογίζει το άριστο επίπεδο δαπάνης (περιλαμβανομένης και αυτής του δημοσίου αγαθού) που θα επιθυμούσε για κάθε επίπεδο δημοσίου αγαθού που μπορεί να επιθυμούν οι υπόλοιποι φορείς. Δηλαδή, οδηγούμαστε στο σκεπτικό της συνάρτησης αντίδρασης κάθε φορέα, κατά συνέπεια στον υπολογισμό ενός σημείου ισορροπίας κατά Nash. Στο τρίτο μέρος εξετάζεται η κλίση της καμπύλης αντίδρασης, ενώ στο τελευταίο ή τέταρτο μέρος γίνεται σύνδεση της καμπύλης αντίδρασης με την ανάλυση των καμπυλών αδιαφορίας των φορέων, με σκοπό την διευκόλυνση διαγραμματικής παρουσίασης του προβλήματος παροχής δημοσίων αγαθών. Στα πλαίσια της παρουσίασης αυτής υποδεικνύεται η ισορροπία όταν υπάρχει ηγεσία στην παροχή του δημόσιου αγαθού.

11.1. Αμιγή Δημόσια Αγαθά.

11.1.1. Κατά Pareto άριστη κατανομή.

Έστω ότι υπάρχει κάποιος αδέκαστος προγραμματιστής μιας οικονομίας που επιθυμεί να υπολογίσει τις κατά Pareto άριστες κατανομές μιας οικονομίας δύο ατόμων. Το κάθε άτομο αντλεί χρησιμότητα από δύο αγαθά ένα ιδιωτικό και ένα δημόσιο. Το επίπεδο του δημόσιου αγαθού είναι φυσικά κοινό και στους δύο καταναλωτές.

Ένας τρόπος να υπολογιστούν οι κατά Pareto άριστες κατανομές, είναι να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα του ενός φορέα, υπό τον διπλό περιορισμό, πρώτα ότι η χρησιμότητα του δευτέρου τηρείται σταθερή και δεύτερο τον περιορισμό του διαθεσίμου πλούτου στο σύνολο της οικονομίας. Η μεγιστοποίηση γίνεται ως προς τα τρία αγαθά που θα εισέλθουν στην κατανάλωση των φορέων, τα δύο ιδιωτικά και το δημόσιο αγαθό. Έτσι έχουμε

$$\max_{y,Q} \ \mathrm{U}^1(y_1;Q)$$

$$s.t \ \ \mathrm{U}^2(y_2;Q)=c$$

$$y_1+y_2+pQ=W=w_1+w_2$$

όπου βέβαια $Q=q_1+q_2$ είναι το επίπεδο του δημοσίου αγαθού που θα ήταν διατεθειμένος ο κάθε φορέας να συνεισφέρει σε είδος (π.χ. αναλαμβάνοντας την παραγωγή του). (Παρατηρείστε ότι αν η κανονικοποίηση των τιμών είχε γίνει ώστε η τιμή του δημοσίου αγαθού να είναι ίση με 1, τότε θα μιλούσαμε για το μερίδιο της δαπάνης για το δημόσιο αγαθό που θα ήταν διατεθειμένος ο κάθε φορέας να καλύψει.)

Η συνάρτηση προς μεγιστοποίηση γίνεται

$$L=U^1(y_1;Q)-\lambda(U^2(y_2;Q)-c)-\mu(\sum y_i+pQ-W)$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης είναι

$$\frac{dL}{dy_1}=\frac{\partial U^1}{\partial y_1}-\mu=0 \qquad (1)$$

$$\frac{dL}{dy_2}=-\lambda\frac{\partial U^2}{\partial y_2}-\mu=0 \qquad (2)$$

$$\frac{dL}{dQ} = \frac{\partial U^1}{\partial Q} - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial Q} - \mu p = 0 \qquad (3)$$

Διαιρώντας την (3) με την (1):

$$\frac{\frac{\partial U^1}{\partial Q}}{\frac{\partial U^1}{\partial y_1}} + \frac{-\lambda \frac{\partial U^2}{\partial Q}}{\frac{\partial U^1}{\partial y_1}} = p \qquad (4)$$

Από την (1) και την (2) έχω

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1} = -\lambda \frac{\partial U^2}{\partial y_2}$$

οπότε αντικαθιστώντας στο δεύτερο κλάσμα στα αριστερά της (4) έχω

$$MRS^1_{Q,y_1} + MRS^2_{Q,y_2} = p \qquad (5)$$

Η (5) είναι η συνθήκη παροχής του δημόσιου αγαθού που οδηγεί σε κατά Pareto κατανομές των πόρων μεταξύ των φορέων της οικονομίας. Αν η δεξιά πλευρά της (5) είναι το κόστος παροχής (προμήθειας του δημοσίου αγαθού, τότε το κόστος αυτό πρέπει στο όριο να καλύπτει τα οφέλη που προκαλεί η κατανάλωση του αγαθού αυτού. Η παροχή μιας πρόσθετης μονάδας δημοσίου αγαθού αυξάνει την ευημερία όλων των φορέων, αντίθετα με την ανάλογη παροχή ενός ιδιωτικού αγαθού που καταναλίσκεται μόνο από ένα φορέα. Έτσι η τιμή παροχής του ΔΑ πρέπει να καλύπτει το άθροισμα των χρησιμοτήτων που προκαλεί. (όπως στην (5)).

11.1.2. Αποκεντρωμένες αποφάσεις

Έστω τώρα ότι ο κάθε φορέας προχωρά στον υπολογισμό του άριστου συνδυασμού διάθεσης του εισοδήματος του με βάση την μεγιστοποίηση της δικής του χρησιμότητας και μόνο. Βέβαια δεν μπορεί να αγνοήσει τις αποφάσεις των υπολοίπων φορέων, αφού η παροχή δημοσίου αγαθού από τους υπολοίπους επηρεάζει την χρησιμότητα του. Η διαφορά στο λογισμό με αυτό του προηγουμένου τμήματος είναι ότι ο φορέας δεν περικλείει στους υπολογισμούς του το όφελος που προκύπτει στους άλλους από την παροχή δημοσίου αγαθού από τον ίδιο. Έτσι, ο φορέας αποφασίζει για την σύνθεση των δαπανών του θεωρώντας την παροχή του ΔΑ από τους άλλους σταθερό. Με τον τρόπο αυτό, επαναλαμβάνοντας τον λογισμό για κάθε φορέα, οδηγούμαστε σε ένα σύστημα συναρτήσεων αντίδρασης, η λύση του οποίου δίνει ισορροπία κατά Nash. Οπότε έχουμε

$$\max_{y,Q} \; \mathrm{U}^1(y_1;Q)$$

$$s.t. \quad y_1 + pq_1 = w_1$$

και $Q = q_1 + \overline{q}_2$.

Οι συνθήκες πρώτης τάξης είναι

$$\frac{dL}{dy_1} = \frac{\partial U^1}{\partial y_1} - \lambda = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{dL}{dq_1} = \frac{\partial U^1}{\partial q_1} - \lambda p = 0 \qquad (7)$$

Παίρνοντας τον λόγο της (7) δια της (6) έχουμε

$$MRS^1_{Q,y_1} = p \qquad (8)$$

Παρατηρήστε ότι η στην περίπτωση αυτή το κόστος παροχής του δημοσίου αγαθού αντισταθμίζει το ιδιωτικό όφελος και μόνο (αντίθετα με την (5)).
Λύνοντας τις τρεις συνθήκες πρώτης τάξης, βρίσκουμε τις συναρτήσεις ζήτησης, όπου $\widetilde{Q} = Q - q_1$ είναι η συμβολή των υπολοίπων στην παροχή των δημοσίων αγαθών.

$$y_1 = y_1(w_1; p; \widetilde{Q})$$

$$q_1 = q_1(w_1; p; \widetilde{Q})$$

Έτσι, η συνάρτηση ζήτησης για το δημόσιο αγαθό εξαρτάται από τις αποφάσεις των άλλων φορέων και μπορεί να θεωρηθεί συνάρτηση αντίδραση του μεγιστοποιούντος φορέα.

<u>11.1.3. Η κλίση της συνάρτησης αντίδρασης. Μια συγκεκριμένη περίπτωση</u>

Έστω ότι η συνάρτηση χρησιμότητας έχει την μορφή Cobb-Douglas, ώστε το πρόβλημα γίνεται

$$\max U^1 = Q^{\alpha} y_1^{1-\alpha}$$
$$s.t. \quad y_1 + pq_1 = w_1$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης είναι

$$\frac{dL}{dy_1} = (1-\alpha)Q^{\alpha} y_1^{-\alpha} - \lambda = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{dL}{dq_1} = \alpha Q^{\alpha-1} y_1^{1-\alpha} - \lambda p = 0 \qquad (10)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = w_1 - y_1 - pq_1 = 0 \qquad (11)$$

Διαιρώντας την (10) με την (9) έχουμε

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{y_1}{Q} = P$$

οπότε

$$\alpha y_1 = (1-\alpha) pQ$$

Αντικαθιστώντας από την (11) το επίπεδο του ιδιωτικού αγαθού και συμβολίζοντας με το $\tilde{Q}_1 = Q - q_1$ το επίπεδο του ΔΑ που προσφέρουν όλοι πλην του φορέα 1 (δηλαδή, αν υπάρχουν μόνο δύο φορείς $\tilde{Q}_1 = q_2$),

$$\alpha(w_1 - pq_1) = (1-\alpha)\, pq_1 + (1-\alpha)\, p\widetilde{Q}_1$$

και

$$pq_1 = \alpha w_1 - (1-\alpha)\, p\widetilde{Q}_1$$

Είναι η καμπύλη αντίδρασης του φορέα 1. Αν 0<α<1 η κλίση της συνάρτησης αυτής σε σχέση με την προσφορά ΔΑ (των αποφάσεων) των υπολοίπων φορέων είναι αρνητική.

11.1.4. Καμπύλες αδιαφορίας και συνάρτηση αντίδρασης.

Από τον εισοδηματικό περιορισμό μπορούμε να εκφράσουμε το επίπεδο του ιδιωτικού αγαθού ως συνάρτηση του εισοδήματος και της δαπάνης για ΔΑ. $y_1 = w_1 - pq_1$. Όποτε

$$U^1(y_1(w_1; pq_1); q_1 + q_2)$$

Παίρνοντας το διαφορικό της συνάρτησης χρησιμότητας και κρατώντας το επίπεδο χρησιμότητας σταθερό έχουμε

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1}\frac{\partial y_1}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial q_2} dq_2 = 0$$

Δεδομένου ότι $\frac{\partial U^1}{\partial q_1} = \frac{\partial U^1}{\partial q_2}$, η κλίση μιας καμπύλης αδιαφορίας δίδεται από

$$\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{-\frac{\partial U^1}{\partial y_1} p + \frac{\partial U^1}{\partial q_1}}{-\frac{\partial U^1}{\partial q_2}} = -1 + \frac{p}{MRS^1_{Qy_1}}$$

Παρατηρήστε ότι στο αριστοποιητικό σημείο πρέπει να ισχύει από την (8)

$$-1 + \frac{p}{MRS^1_{Qy_1}} = 0$$

Οπότε η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας στο χώρο $\{q_1, q_2\}$ πρέπει να είναι ίση με το μηδέν στο άριστο σημείο.

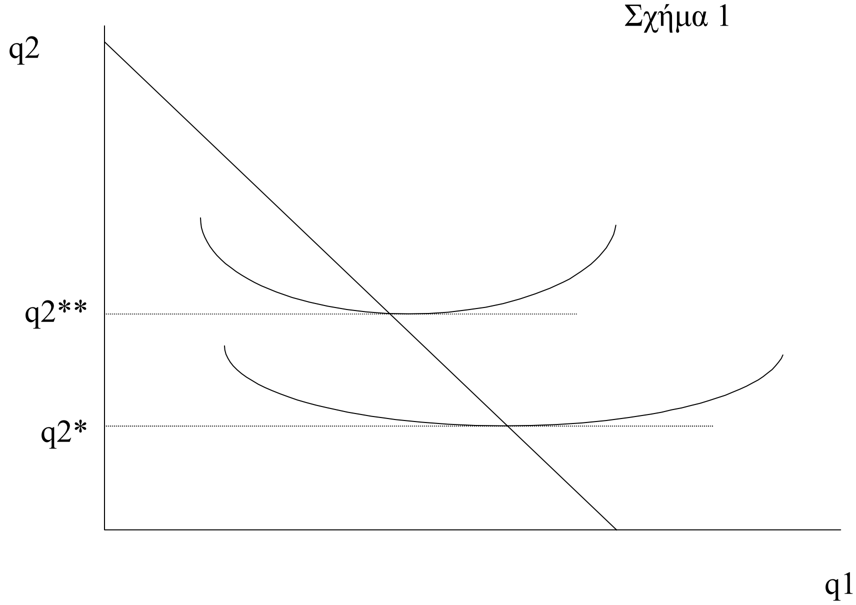
$$\frac{dq_2}{dq_1} = -1 + \frac{p}{MRS^1_{Qy_1}} = 0$$

Δηλαδή, για κάθε επίπεδο προσφερόμενου ΔΑ από τους υπολοίπους (εδώ από τον φορέα 2) η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας του 1 θα έχει αξία ίση με το μηδέν εκεί που τέμνει την καμπύλη αντίδρασης του 1.

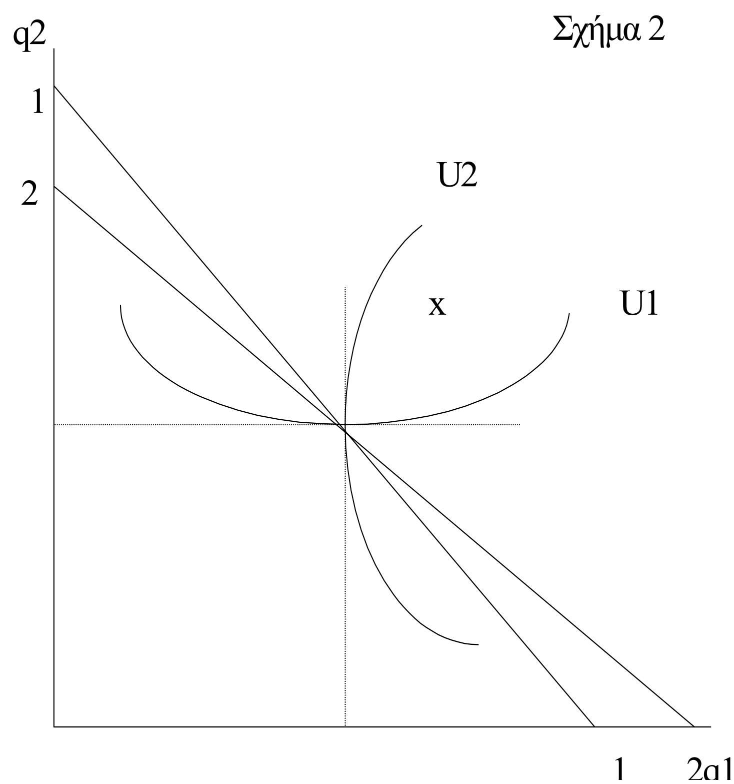
Στο σχήμα 1, η καμπύλη αντίδρασης του 1 έχει αρνητική κλίση. Όσο αυξάνεται η παροχή του ΔΑ από τον 2, η ευημερία του 1 αυξάνει, άρα περνάμε σε ψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας. Για κάθε επίπεδο συμβολής στην παροχή του ΔΑ από τον

2 η αντίστοιχη άριστη (ψηλότερη δυνατή) καμπύλη αδιαφορίας του 1 θα έχει κλίση ίση με το μηδέν. Αφού είναι η ψηλότερη δυνατή καμπύλη αδιαφορίας του 1, δεδομένης της απόφασης του 2, το σημείο όπου μηδενίζεται η κλίση πρέπει να βρίσκεται πάνω στην καμπύλη αντίδρασης του 1

Σχήμα 1



Αν επαναλάβουμε την διαδικασία για τον 2, θα έχουμε ένα σχήμα όπως το 1, μοναχά που στον κάθετο άξονα θα είναι το q_1 και στον οριζόντιο το q_2. Αν περιστρέψουμε ένα τέτοιο σχήμα κατά 90^o, και το επιθέσουμε στο σχήμα 1 έχουμε το σχήμα 2.



Η τομή των δύο καμπυλών αντίδρασης είναι το σημείο ισορροπίας κατά Nash. Στο σημείο αυτό περνούν οι αντίστοιχες καμπύλες αδιαφορίας των δύο φορέων, η κλίση αυτής του 1 είναι μηδέν ενώ του 2 είναι ίση με άπειρο λόγω της περιστροφής του σχήματος πριν την εναπόθεση. Βλέπουμε ότι η ισορροπία κατά Nash, δεν είναι κατά Pareto άριστη, αφού υπάρχουν σημεία όπου μπορεί να αυξηθεί η ευημερία και των δύο φορέων όπως το σημείο χ.

11.1.5. Διανομή Εισοδήματος και Παροχή ΔΑ

Η συνάρτηση αντίδρασης του 1, στο παράδειγμα που αναπτύξαμε πιο πάνω είναι

$$q_1 = \frac{\alpha}{p} w_1 - (1-\alpha) q_2$$

οπότε,

$\frac{dq_1}{dq_2} < 0$, η κλίση της καμπύλης αντίδρασης είναι αρνητική, και $\frac{dq_1}{dw_1} > 0$, οπότε η αύξηση του πλούτου μετατοπίζει την καμπύλη αντίδρασης στα δεξιά. Αν η διανομή του πλούτου είναι αρκούντως άνιση μεταξύ των δύο φορέων αποφάσεων, τότε είναι δυνατό η προμήθεια του ΔΑ να γίνεται μόνο από τον πλούσιο φορέα. Δείξτε το αποτέλεσμα αυτό διαγραμματικά.

11.2. Μικτά Δημόσια Αγαθά.

Με τον όρο Μικτά Δημόσια Αγαθά, εννοούμε αγαθά που ικανοποιούν κάποια δημόσια ανάγκη, κατά συνέπεια η κατανάλωση τους ούτε είναι ανταγωνιστική, ούτε επιδέχεται αποκλεισμό, αλλά η διαδικασία παραγωγής των αγαθών αυτών συνεπάγεται την ταυτόχρονη και αδιαίρετη παραγωγή κάποιου αγαθού που ικανοποιεί τις ανάγκες ενός και μόνο φορέα. Το σχήμα αυτό χρησιμοποιείται συχνά για την ανάλυση της παροχής των διεθνών δημοσίων αγαθών. Οι αποκεντρωμένοι φορείς αποφάσεων στην περίπτωση αυτή, είναι συνήθως κράτη ή κυβερνήσεις οι οποίες παράγουν κάποιο εγχώριο δημόσιο αγαθό που ταυτόχρονα συμβάλλει στην αντιμετώπιση διεθνών δημοσίων αναγκών. Αφού οι φορείς που εμπλέκονται στις αποφάσεις είναι κράτη, τα εγχώρια δημόσια αγαθά που παρέχουν έχουν τις ιδιότητες των ιδιωτικών αγαθών, είναι ιδιωτικά στο σύνολο των κατοικούντων σε ένα κράτος. Οι διεθνείς οργανισμοί αποτελούν συχνά συντονιστικά όργανα ενώ τα κράτη μέλη είναι αυτά που παράγουν τις υπηρεσίες που χρησιμοποιούνται στην αντιμετώπιση διεθνών δημοσίων αναγκών. Το σχήμα που θα αναπτύξουμε πιο κάτω περιγράφει την πραγματικότητα αυτή.

Έτσι, αναλίσκονται πόροι, q_i, οι οποίοι παράγουν ταυτόχρονα δύο αγαθά το τοπικό δημόσιο και το διεθνές αγαθό, x_i και z_i αντίστοιχα. Εδώ θα υποθέσουμε ότι μία μονάδα πόρων παράγει ένα σταθερό συνδυασμό των δύο αγαθών όποιο και αν είναι το επίπεδο παραγωγής.

$$x_i = \sigma q_i$$
$$z_i = \delta q_i \qquad (12)$$

Το διεθνές αγαθό, έχει τις ιδιότητες του τέλειου δημοσίου αγαθού, έτσι σε κάθε συνάρτηση χρησιμότητας υπεισέρχεται το σύνολο της προσφερόμενης ποσότητας διεθνώς. Αν έχουμε δύο φορείς, τότε

$$z = z_1 + z_2 = \delta Q \qquad (12^{\alpha})$$

είναι το ύψος του διεθνούς δημοσίου αγαθού που επηρεάζει την χρησιμότητα των δύο φορέων. Εκτός από τα δύο αυτά αγαθά υποθέτουμε ότι ο κάθε φορέας καταναλίσκει και ένα τέλεια ιδιωτικό αγαθό, το y_i. Έτσι, η συνάρτηση χρησιμότητας του κάθε φορέα είναι

$\mathrm{U}^{\mathrm{i}}(y_i; x_i; z)$ ή αντικαθιστώντας τις σχέσεις (12) και (12^{α})

$$\mathrm{U}^{\mathrm{i}}(y_i; \sigma q_i; \delta(q_1 + q_2))$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: ΤΟ ΥΠΟΛΟΙΟ ΤΟΥ ΥΠΟΤΜΗΜΑΤΟΣ 11.2 ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΜΕΡΟΣ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑΣ ΥΛΗΣ

<u>11.2.1. Κατά Pareto άριστα σημεία.</u>

Για να βρούμε τις κατά Pareto άριστες κατανομές μεγιστοποιούμε την χρησιμότητα ενός φορέα, κάτω από τον διπλό περιορισμό ότι η χρησιμότητα του άλλου φορέα παραμένει σταθερή και ότι η συνολική δαπάνη των δύο φορέων είναι ίση με το συνολικό διαθέσιμο εισόδημα. ¨όπως στην προηγούμενη περίπτωση η αριστοποίηση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ότι γίνεται από ένα αδέκαστο και αμερόληπτο παρατηρητή. Έτσι, αν η τιμή των πόρων που χρησιμοποιούνται στην παροχή του μικτού δημοσίου αγαθού είναι p, ενώ αυτή του τέλεια ιδιωτικού αγαθού είναι ίση με 1, έχουμε

$$\max_{y,Q} \ \mathrm{U}^1(y_1; \sigma q_1; \delta(q_1 + q_2))$$

$$s.t \ \ \mathrm{U}^2(y_2; \sigma q_2; \delta(q_1 + q_2)) = c$$

$$y_1 + y_2 + pQ = W = w_1 + w_2$$

Οπότε η συνάρτηση του Lagrange γίνεται

$$L = U^1(y_1; \sigma q_1; \delta(q_1 + q_2)) - \lambda(U^2(y_2; \sigma q_2; \delta(q_1 + \delta_2)) - \mu(\sum y_i + pQ - W)$$

και οι συνθήκες πρώτης τάξης

$$\frac{dL}{dy_1} = \frac{\partial U^1}{\partial y_1} - \mu = 0 \qquad (13)$$

$$\frac{dL}{dy_2} = -\lambda \frac{\partial U^2}{\partial y_2} - \mu = 0 \qquad (14)$$

$$\frac{dL}{dq_1} = \frac{\partial U^1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial q_1} + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\frac{\partial z_1}{\partial q_1} - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial z_1}\frac{\partial z_1}{\partial q_1} - \mu p = 0 \qquad (15)$$

$$\frac{dL}{dq_2} = \frac{\partial U^1}{\partial z_2}\frac{\partial z_2}{\partial q_2} - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial q_2} - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial z_2}\frac{\partial z_2}{\partial q_2} - \mu p = 0 \qquad (16)$$

Οι εξισώσεις 15 και 16 είναι ισοδύναμες με

$$\frac{dL}{dq_1} = \frac{\partial U^1}{\partial x_1}\sigma + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\delta - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial z_1}\delta - \mu p = 0$$

$$\frac{dL}{dq_2} = \frac{\partial U^1}{\partial z_2}\delta - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial x_2}\sigma - \lambda \frac{\partial U^2}{\partial z_2}\delta - \mu p = 0$$

ενώ από τις 13 και 14 έχουμε ότι

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1} = -\lambda \frac{\partial U^2}{\partial y_2} \qquad (17)$$

Διαιρώντας την 15 με την 13

$$\frac{\dfrac{\partial U^1}{\partial x_1}\sigma + \dfrac{\partial U^1}{\partial z_1}\delta - \lambda \dfrac{\partial U^2}{\partial z_1}\delta}{\dfrac{\partial U^1}{\partial y_1}} = p \qquad (18)$$

Αναπτύσσοντας το αριστερό σκέλος της 18 με τρόπο να εκφραστεί ως τρία κλάσματα και χρησιμοποιώντας την 17 για την αντικατάσταση του παρονομαστή του τρίτου κλάσματος, έχουμε την συνθήκη

$$MRS^1_{x_1y_1}\sigma + MRS^1_{zy_1}\delta + \delta MRS^2_{z_2y_2} = p \qquad (19)$$

Διαιρώντας την 16 με την 14

$$\frac{\dfrac{\partial U^1}{\partial z_2}\delta - \lambda \dfrac{\partial U^2}{\partial x_2}\sigma - \lambda \dfrac{\partial U^2}{\partial z_2}\delta}{-\lambda \dfrac{\partial U^2}{\partial y_2}} = p$$

και επαναλαμβάνοντας την επεξεργασία της 18, καταλήγουμε στην δεύτερη συνθήκη

$$MRS^2_{x_2y_2}\sigma + MRS^2_{zy_2}\delta + \delta MRS^1_{z_1y_1} = p \qquad (20)$$

Αντίθετα με την περίπτωση των αμιγών ΔΑ, εδώ έχουμε δύο συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε η κατανομή να είναι κατά Pareto άριστη. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι τα ΔΑ είναι μικτά, δηλαδή έχουν μια πλευρά που προσεγγίζει τα ιδιωτικά αγαθά. Κατά συνέπεια η αύξηση του q_1 έχει διαφορετική επίπτωση στην αντικειμενική συνάρτηση από αυτή του q_2 . (Στην περίπτωση του αμιγούς ΔΑ η επίπτωση είναι ακριβώς η ίδια.)
Οι συνθήκες αυτές σταθμίζουν το κόστος παροχής του ΔΑ με τις οφέλειες τόσο στο άτομο που προμηθεύει το ΔΑ όσο και στους υπολοίπους φορείς της οικονομίας. Στο μέτρο αυτό, είναι παρόμοιες με την συνθήκη που διέπει τις κατά Pareto άριστες κατανομές του αμιγούς ΔΑ.

11.2.2. Αποκεντρωμένες αποφάσεις

Στην περίπτωση που ο κάθε φορέας προχωρεί σε επιμέρους μεγιστοποίηση το πρόβλημα παρουσιάζεται με τον ακόλουθο τρόπο

$$\max_{y,q_1} \ \mathrm{U}^1(y_1;\sigma q_1;\delta(q_1+q_2))$$

$$s.t. \quad y_1 + pq_1 = w_1$$

η αντικειμενική συνάρτηση γίνεται

$$\max_{y,q_1} \ \mathrm{L} = \mathrm{U}^1(y_1;\sigma q_1;\delta(q_1+q_2)) - \lambda(y_1 + pq_1 - w_1)$$

οπότε οι συνθήκες πρώτης τάξης είναι

$$\frac{dL}{dy_1} = \frac{\partial U^1}{\partial y_1} - \lambda = 0 \qquad (21)$$

$$\frac{dL}{dq_1} = \frac{\partial U^1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial q_1} + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\frac{\partial z_1}{\partial q_1} - \lambda p = 0 \qquad (22)$$

ή

$$\frac{dL}{dq_1} = \frac{\partial U^1}{\partial x_1}\sigma + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\delta - \lambda p = 0$$

Διαιρώντας την 22 με την 21 έχουμε

$$\frac{\frac{\partial U^1}{\partial x_1}\sigma + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\delta}{\frac{\partial U^1}{\partial y_1}} = p$$

ή

$$MRS^1_{x_1 y_1}\sigma + MRS^1_{zy_1}\delta = p \qquad (23)$$

Συγκρίνοντας την (23) με τις (18) και (20), βλέπουμε ότι το κόστος παροχής του Μικτού ΔΑ καλύπτει μόνο τα οφέλη που προκαλεί στον φορέα που το προμηθεύει.

Συγκρίνοντας την (23) με την (8), την συνθήκη κατανομής στην περίπτωση αποκεντρωμένων αποφάσεων στην προμήθεια του αμιγούς ΔΑ, βλέπουμε ότι όσο μεγαλύτερη η ιδιωτικοί επίπτωση, τόσο μεγαλύτερη η προμήθεια του ΔΑ. Δηλαδή, η παρουσία στοιχείων ιδιωτικού αγαθού εντείνει τα κίνητρα παροχής ΔΑ.

11.2.3. Κλίση των Καμπυλών Αντίδρασης.

Λύνοντας το σύστημα των συνθηκών πρώτης τάξης έχουμε τις συναρτήσεις ζήτησης για το ιδιωτικό αγαθό και για τους πόρους που θα διατεθούν στην παραγωγή του μικτού δημόσιου αγαθού

$$y_1 = y_1(w_1; p; \widetilde{Q}; \sigma; \delta)$$

$$q_1 = q_1(w_1; p; \widetilde{Q}; \sigma; \delta)$$

Η δεύτερη αυτή συνάρτηση αποτελεί την συνάρτηση αντίδρασης του 1, δηλαδή δίνει το άριστο q_1, για κάθε επίπεδο παρεχόμενου q_2 από τον φορέα 2.
Η διαφορά με την περίπτωση του αμιγούς ΔΑ, είναι ότι στην περίπτωση του Μικτού ΔΑ η καμπύλη αντίδρασης μπορεί (όχι αναγκαστικά) να έχει θετική κλίση. Η περίπτωση αυτή γίνεται δυνατή αν τα δύο συστατικά του μικτού ΔΑ είναι συμπληρωματικά κατά Hicks. Δηλαδή, αν $\frac{\partial MRS_{x_1 y_1}}{\partial z} > 0$. Η συνθήκη αυτή λεει ότι μία αύξηση του Z οδηγεί σε αύξηση της αξίας του χ σε σύγκριση με το ιδιωτικό αγαθό. Κατά συνέπεια οδηγεί σε αύξηση και του χ. Αν η σχέση αυτή είναι αρκούντως έντονη, η κλίση της καμπύλης αντίδρασης μπορεί να έχει θετική κλίση. (Σχήμα 3).

11.2.4. Καμπύλες Αδιαφορίας και Συνάρτηση Αντίδρασης

Χρησιμοποιώντας τον εισοδηματικό περιορισμό του 1, μπορούμε να εκφράσουμε το επίπεδο του αμιγούς ιδιωτικού αγαθού ως συνάρτηση του εισοδήματος και της τιμής και της ποσότητας των πόρων που διαθέτει ο 1 για την παραγωγή του μικτού δημόσιου αγαθού.

$$\mathrm{U}^1(y_1(w_1, pq_1); \sigma q_1; \delta(q_1 + q_2))$$

Παίρνοντας το διαφορικό με τρόπο ώστε η χρησιμότητα να τηρείται σταθερή έχουμε

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1}\frac{\partial y_1}{\partial q_1}dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial q_1}dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\frac{\partial z_1}{\partial q_1}dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial z_2}\frac{\partial z_2}{\partial q_2}dq_2 = 0$$

που είναι ισοδύναμη με

$$\frac{\partial U^1}{\partial y_1}pdq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial x_1}\sigma dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial z_1}\delta dq_1 + \frac{\partial U^1}{\partial z_2}\delta dq_2 = 0$$

οπότε η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας στο χώρο $q_1;q_2$ είναι

$$\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{-\dfrac{\partial U^1}{\partial y_1}p + \dfrac{\partial U^1}{\partial x_1}\sigma + \dfrac{\partial U^1}{\partial z_1}\delta}{-\dfrac{\partial U^1}{\partial z_2}\delta}$$

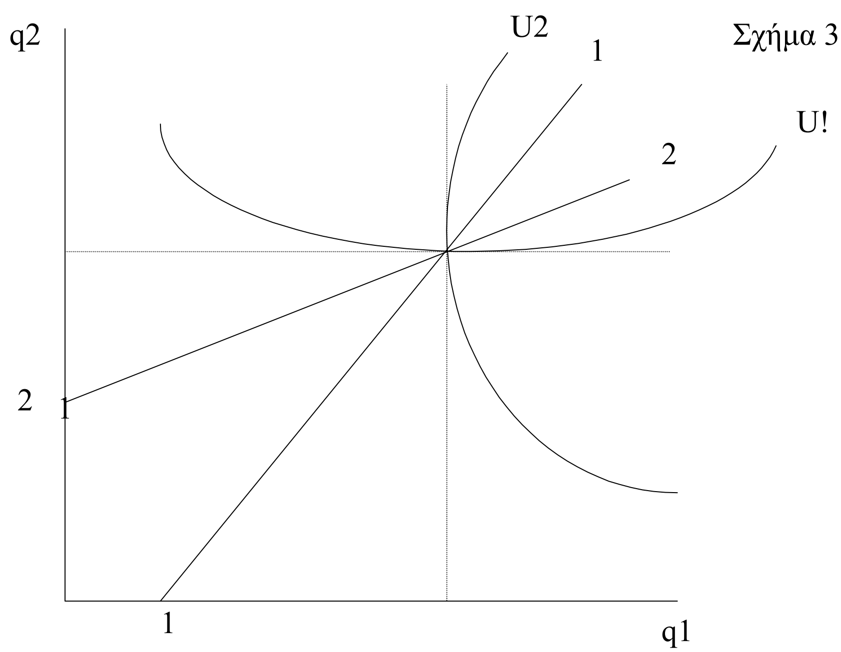
Αντικαθιστώντας τον παρονομαστή με την ισοδύναμη έκφραση

$$\frac{\partial U^1}{\partial z_1} = \frac{\partial U^1}{\partial z_2}$$

και διαιρώντας αριθμητή και παρονομαστή με την οριακή χρησιμότητα του ιδιωτικού αγαθού $\dfrac{\partial U^1}{\partial y_1}$ έχουμε

$$\frac{dq_2}{dq_1} = \frac{p - MRS^1_{x_1 y}\,\sigma - MRS^1_{zy_1}\,\delta}{MRS^1_{zy_1}\,\delta}$$

Ο αριθμητής της έκφρασης αυτής μηδενίζεται όταν ικανοποιούνται οι συνθήκες πρώτης τάξης στην περίπτωση της αποκεντρωμένης αριστοποίησης. Κατά συνέπεια οι καμπύλες αδιαφορίας του 1 έχουν κλίση ίση με το μηδέν στο σημείο που τέμνουν την καμπύλη αντίδρασης του 1.



Σχήμα 3

11.3 Τεχνολογία Παροχής Δημόσιου Αγαθού.

11.3.1. Ας μείνουμε στο ζήτημα παροχής Διεθνών Δημοσίων Αγαθών. έστω ότι το αγαθό που εξετάζουμε είναι αμιγές ΔΑ. Η τεχνολογία που εξετάσαμε πιο πάνω για την επίπτωση αυτή ήταν η **αθροιστική τεχνολογία**. Δηλαδή, το επίπεδο του δημοσίου αγαθού που προσφέρεται είναι το άθροισμα των επί μέρους προσφερομένων ΔΑ.

$$Q = \sum_i q_i$$

11.2.2. Μία εναλλακτική προσέγγιση είναι να χρησιμοποιήσουμε κάποια **στάθμιση** των επί μέρους προσφορών, στάθμιση που μπορεί να είναι διαφορετική για κάθε χώρα. Έτσι, το επίπεδο του προσφερόμενου ΔΑ για την χώρα j μπορεί να είναι

$$Q^j = \sum_j \alpha_{ij} q_j$$

όπου το α_{ij} είναι η επίδραση της προσφοράς του αγαθού που παράγει η χώρα i πάνω στην χώρα j, ενώ το Q^j είναι το επίπεδο του δημοσίου αγαθού που επηρεάζει την χρησιμότητα της χώρας j.

11.3.3. Πολλά όμως ΔΑ εξαρτώνται από διαφορετικές τεχνολογίες παροχής. Μια τέτοια περίπτωση είναι αυτή του **ασθενέστερου κρίκου**. Έτσι, η ευημερία όλων μπορεί να εξαρτάται από τον πιο βρώμικο πολίτη, αφού αυτός μπορεί να επηρεάσει την πιθανότητα επιδημίας ότι και να κάνουν οι υπόλοιποι. Στην περίπτωση αυτή η τεχνολογία περιγράφεται από

$$Q = \min(q_1 ... q_n)$$

Σε σύγκριση με την αθροιστική τεχνολογία, η παραπάνω τεχνολογία οδηγεί σε διαφορετική στρατηγική συμπεριφορά.

Στο πίνακα «αδύνατος κρίκος» υποθέτουμε ότι δύο φορείς αποφάσεων έχουν δύο εναλλακτικές επιλογές. Είτε να προσφέρουν μία μονάδα ΔΑ είτε καμία. Αν και οι δύο επιλέξουν να προσφέρουν από μία μονάδα ο καθένας, τότε κερδίζουν 4 μονάδες χρησιμότητας ο καθένας. στην αντίθετη περίπτωση κερδίζουν από 0. Το κόστος παροχής μιας μονάδας ΔΑ είναι ισοδύναμο με 2 μονάδες χρησιμότητας, και είναι το ίδιο για τους δύο φορείς.

Βλέπουμε ότι δεν υπάρχουν κυρίαρχες στρατηγικές (αντίθετα με το δίλημμα του φυλακισμένου), αλλά υπάρχουν τρία σημεία ισορροπίας κατά Nash. Επιπλέον, αν ο ένας από τους δύο δεσμευτεί να προσφέρει ΔΑ (είτε μια είτε δύο μονάδες), τότε συμφέρει τον άλλο να ακολουθήσει. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι η προσφορά του ενός μόνο δεν δημιουργεί οφέλη στον μη μετέχοντα.

<u>Αδύνατος Κρίκος</u>

		B: 0 μονάδες	B: 1 μονάδα	B: 2 μονάδες
A	0 μον	0 ; 0	0 ; -2	0 ; -4
A	1 μον	-2 ; 0	2 ; 2	2 ; 0
A	2 μον	-4 ; 0	0 ; 2	4 ; 4

11.3.4. Η τεχνολογία της καλύτερης επίδοσης, απεικονίζεται στον αντίστοιχο πίνακα. Εδώ μόνο η καλύτερη επίδοση παράγει κοινό όφελος. Είναι η περίπτωση της βασικής έρευνας. Αν πετύχει παράγει γνώση για όλους. Η συνάρτηση που προσδιορίζει το επίπεδο του ΔΑ είναι

$Q = \max(q_1 ... q_n)$

Στον αντίστοιχο πίνακα υποθέτουμε ότι αν προσφερθεί μία μονάδα ΔΑ οδηγεί σε 4 μονάδες χρησιμότητας για κάθε φορέα, ενώ αν παραχθούν δύο μονάδες το αποτέλεσμα είναι 7 μονάδες για τον καθένα. Το κόστος παραγωγής κάθε μονάδας είναι πάντα ισοδύναμο με δυο μονάδες χρησιμότητας. Στον πίνακα υπάρχουν δύο σημεία ισορροπίας κατά Nash, τα τετράγωνα που βρίσκονται πάνω δεξιά και κάτω αριστερά. Το ΔΑ παράγεται από ένα μόνο φορέα.

<u>Καλύτερη Επίδοση</u>

		B		
		0 μονάδες	1 μονάδα	2 μονάδες
A	0 μον	0 ; 0	4 ; 2	7 ; 3
	1 μον	2 ; 4	2 ; 2	5 ; 3
	2 μον	3 ; 7	3 ; 5	3 ; 3

Σε σύγκριση με την αθροιστική τεχνολογία, η παραπάνω τεχνολογία οδηγεί σε διαφορετική στρατηγική συμπεριφορά.

11.3.5. Έστω τώρα ότι υπάρχουν **ν φορείς**, που ο καθένας μπορεί να προσφέρει είτε μια, είτε καμία μονάδα ΔΑ. Το κόστος ανά μονάδα είναι ίσο με 6. Κάθε προσφερόμενη μονάδα δίνει 4 μονάδες χρησιμότητας σε κάθε φορέα, ανεξάρτητα από το αν αυτός συνεισφέρει στην προσφορά ΔΑ, ή όχι. Στον πίνακα 3[α], βλέπουμε τις καθαρές αποδόσεις του φορέα ι, ανάλογα με τον αριθμό των άλλων φορέων που συνεισφέρουν στην παροχή ΔΑ. Αν κανείς δεν συνεισφέρει,

τότε η χρησιμότητα είναι 0. Αν προσφέρει μόνο αυτός τότε η απόδοση του είναι –2. κοκ.
Οι αποδόσεις στην πάνω γραμμή είναι μεγαλύτερες από αυτές στην κάτω γραμμή, άρα η κυρίαρχη στρατηγική του ι είναι να μην προσφέρει. Βέβαια, αυτή είναι και η κυρίαρχη στρατηγική όλων των υπολοίπων. (δίλημμα του φυλακισμένου).

Πίνακας 3α

Αριθμός ατόμων που συνεισφέρουν εκτός από τον ι

	0	1		ξ-1	ξ	ξ+1		ν -1
ο ι δεν προσφέρει	0	4		4(ξ-1)	4ξ	4(ξ+1)		4(ν-1)
ο ι προσφέρει 1 μονάδα	4-6	2*4-6		4ξ-6	4(ξ+1)-6	4(ξ+2)-6		4ν-6

Αν υποθέσουμε ότι ο κάθε φορέας υποχρεώνεται να πληρώσει 6/ν για κάθε μονάδα του δημόσιου αγαθού που προσφέρεται. Στην περίπτωση αυτή αν δεν συνεισφέρει ένας φορέας όταν ξ άλλοι φορείς συνεισφέρουν δίνει [4-(6/ν)]ξ. Αν συνεισφέρει όταν ξ άλλοι συνεισφέρουν η απόδοση θα είναι [4-(6/ν)](ξ+1), που είναι μεγαλύτερη από την προηγούμενη περίπτωση. Κατά συνέπεια η κυρίαρχη στρατηγική για όλους τους φορείς είναι να προσφέρουν από μία μονάδα ΔΑ ο καθένας.

Στους πίνακες 3β, 3γ και 3δ απεικονίζονται τρεις περιπτώσεις, όπου απαιτείται ένα ελάχιστος αριθμός συνδρομητών, για να υπάρξει προσφορά κάποιου ΔΑ.
Στον 3β, το κόστος παροχής ανά μονάδα ΔΑ, είναι ισοδύναμο με 6 μονάδες χρησιμότητας. Το κόστος αυτό ούτε μοιράζεται ούτε επιστρέφεται. Για να υπάρξει

όφελος από το ΔΑ, πρέπει τουλάχιστον ξ-1 φορείς να συνεισφέρουν. Υπάρχουν πολλά σημεία ισορροπίας για τον μεμονωμένο φορέα. Το ένα είναι να μην συνεισφέρει και το άλλο είναι να συνεισφέρει μαζί με άλλους ξ-1 φορείς. Επίσης συμφέρει να συνεισφέρει μαζί με περισσότερους από ξ-1 φορείς.

Πίνακας 3β

Αριθμός ατόμων που συνεισφέρουν εκτός από τον ι

	0	1		ξ-1	ξ	ξ+1		ν -1
ο ι δεν προσφέρει	0	0		0	4ξ	4(ξ+1)		4(ν-1)
ο ι προσφέρει 1 μον	-6	-6		4ξ-6	4(ξ+1)-6	4(ξ+2)-6		4ν-6

Στον πίνακα 3γ, υποθέτουμε ότι αν δεν επιτευχθεί ο ελάχιστος απαιτούμενος αριθμός μετεχόντων για να αποδώσει ευημερία το ΔΑ, τότε επιστρέφεται το κόστος σε αυτούς που έχουν δηλώσει συμμετοχή. Τώρα η κάτω σειρά είναι αδύναμα κυρίαρχη της πάνω, για όλους τους φορείς.

Πίνακας 3γ

Αριθμός ατόμων που συνεισφέρουν εκτός από τον ι

	0	1		ξ-1	ξ	ξ+1		ν -1
ο ι δεν προσφέρει	0	0		0	4ξ	4(ξ+1)		4(ν-1)
ο ι προσφέρει 1 μον	0	0		4ξ-6	4(ξ+1)-6	4(ξ+2)-6		4ν-6

Στον πίνακα 3δ, υποθέτουμε ότι επιστρέφονται τα κόστη στην περίπτωση μη επίτευξης του ελαχίστου ορίου, αλλά και ότι τα κόστη μοιράζονται μεταξύ των μετεχόντων. Στην περίπτωση αυτή οδηγούμαστε στο κατά Pareto άριστο σημείο ισορροπίας κατά Nash, όπου όλοι συνεισφέρουν.

Πίνακας 3δ

Αριθμός ατόμων που συνεισφέρουν εκτός από τον ι

	0	1		ξ-1	ξ	ξ+1		ν -1
ο ι δεν προσφέρει	0	0		0	(4-6/ν)ξ	(4-6/ν)(ξ+1)		(4-6/ν)(ν-1)
ο ι προσφέρει 1 μον	0	0		(4-6/ν)ξ	(4-6/ν)(ξ+1)	(4-6/ν)(ξ+2)		4ν-6

11.4. Αγαθά Λέσχης (Club Goods)

Τα αγαθά Λέσχης χαρακτηρίζονται από μη ανταγωνιστική κατανάλωση και δυνατότητα αποκλεισμού στην κατανάλωση τους. Η δεύτερη ιδιότητα σημαίνει ότι όποιος δεν πληρώσει (π.χ. δεν γίνει μέλος) δεν έχει πρόσβαση στο αγαθό. Η πρώτη ιδιότητα σημαίνει ότι η κατανάλωση από κάποιο δικαιούχο, δεν μειώνει την διαθέσιμη ποσότητα για τους υπόλοιπους δικαιούχους, για κάθε επίπεδο δικαιούχων (για κάθε μέγεθος της λέσχης).

Η συνάρτηση χρησιμότητας του κάθε μέλους είναι

$$U^i = U^i(y_i, X, s)$$

όπου το y είναι ιδιωτικό αγαθό, το X είναι το αγαθό λέσχης, ενώ το s είναι δείκτης συνωστισμού. Λόγω της μη ανταγωνιστικότητας στην κατανάλωση, όλα τα μέλη καταναλώνουν το ίδιο ύψος του X, ώστε $x_i = X$. Η οριακή χρησιμότητα είναι θετική, και φθίνουσα για τις δύο πρώτες μεταβλητές. Για την τρίτη είναι αρνητική μετά από κάποιο κρίσιμο επίπεδο, αφού μπορεί αρχικά η αύξηση των μελών να «γεμίζει τα δωμάτια».

$$\frac{\partial U^i}{\partial y_i} > 0 \quad \frac{\partial U^i}{\partial X} > 0$$

$$\frac{\partial U^i}{\partial s} < 0 \quad \text{for} \quad \text{s} > \text{s}^*$$

Το κόστος παροχής του κοινού αγαθού δίδεται από την συνάρτηση

$$C(X, s)$$

η οποία είναι αύξουσα τόσο ως προς το ύψος παροχής του αγαθού, όσο και ως προς το επίπεδο χρήσης του (π.χ. το εντευκτήριο μιας λέσχης απαιτεί περισσότερες επισκευές όσο περισσότερα τα μέλη της).

$$\frac{\partial C(X,s)}{\partial X} > 0 \quad \text{και} \quad \frac{\partial C(X,s)}{\partial s} > 0$$

Το κόστος παροχής του κοινού αγαθού μοιράζεται ισομερώς μεταξύ των μελών. Η καταβολή του μεριδίου από κάθε μέλος αποτελεί και το εργαλείο αποκλεισμού στην κατανάλωση. Η τιμή του ιδιωτικού αγαθού θεωρείται ίση με την μονάδα. Οπότε, ο εισοδηματικός περιορισμός του κάθε μέλους γίνεται,

$$I = y_i + \frac{C(X,s)}{s}$$

Η μεγιστοποίηση της χρησιμότητας του κάθε μέλους, συνεπάγεται την μεγιστοποίηση της Λαγραντζιανής

$$L^i = U^i(y_i, X, s) + \lambda(I - y_i + \frac{C(x,s)}{s})$$

Υποθέτοντας ότι όλα τα μέλη έχουν ίδιες προτιμήσεις και εισόδημα, από τις συνθήκες πρώτης τάξης έχουμε

$(MRS_{Xy}) = \frac{U_X}{U_y} = \frac{C_X}{s}$ η συνθήκη παροχής του κοινού αγαθού

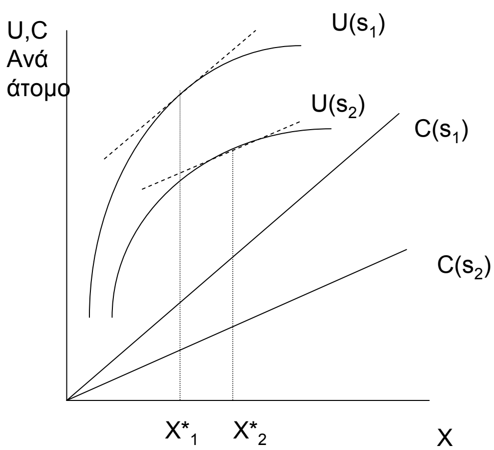
$(MRS_{sy}) = \frac{U_s}{U_y} = \frac{[sC_s - C]}{s^2}$ η συνθήκη συμμετοχής στην λέσχη.

Από την συνθήκη παροχής έχουμε ότι

$s\frac{U_X}{U_y} = C_X$ δηλαδή, $\sum MRS_{Xy} = C_X$. Άρα η παροχή του κοινού αγαθού είναι κατά Pareto άριστη αφού ικανοποιεί την συνθήκη άριστης παροχής των δημοσίων αγαθών του Samuelson.

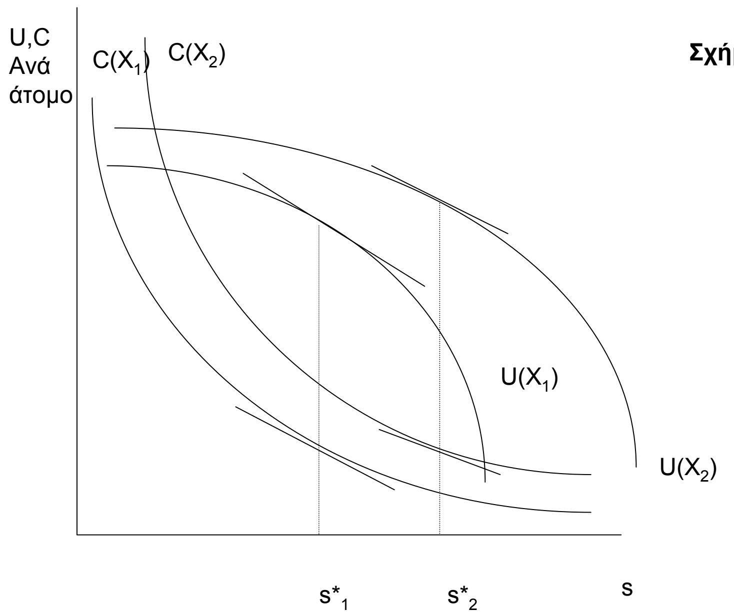
<u>Διαγραμματική παρουσίαση.</u>

Στο Σχήμα 1, παρουσιάζονται οι καμπύλες οφέλους και κόστους που προκύπτουν από την παροχή του κοινού αγαθού για δύο διαφορετικά μεγέθη λέσχης. Αν η συνάρτηση παραγωγής του κοινού αγαθού ενέχει σταθερές αποδώσεις κλίμακας, οι καμπύλες κόστους στο Σχήμα 1, θα είναι ευθύγραμμα τμήματα. Τα οφέλη από την κατανάλωση παρουσιάζονται από κοίλες προς τον οριζόντιο άξονα καμπύλες, αφού έχουμε φθίνουσα οριακή χρησιμότητα στην κατανάλωση του αγαθού αυτού. Το άριστο επίπεδο παροχής, για κάθε αριθμό δικαιούχων δίδεται από το σημείο όπου μεγιστοποιείται η ωφέλεια, δηλαδή εκεί όπου η εφαπτομένη στην κάθε καμπύλη ωφέλειας είναι ίση με την κλίση της αντίστοιχης καμπύλης κόστους.



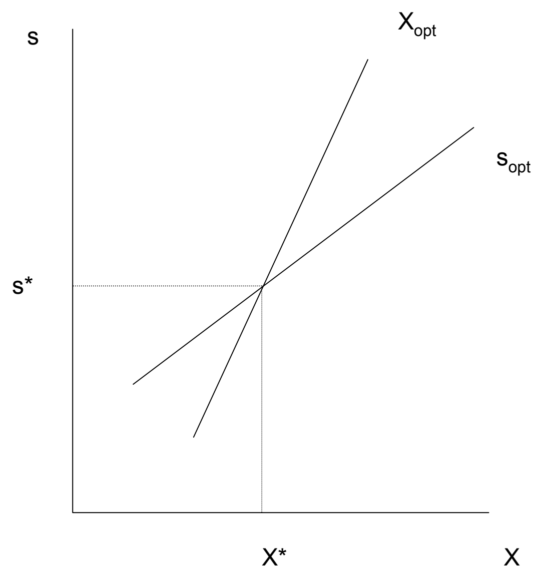
Σχήμα 1

Στο Σχήμα 2, παρουσιάζεται ο άριστος αριθμός δικαιούχων, δεδομένης της ποσότητας του κοινού αγαθού που παρέχεται. Τα οφέλη μειώνονται με την αύξηση των δικαιούχων λόγω συνωστισμού. Τα κόστη μειώνονται λόγω της αύξησης των ατόμων που επωμίζονται τα έξοδα. Υποθέτουμε ότι η αύξηση του κόστους από την χρήση του κοινού αγαθού είναι αρκετά μικρή ώστε να αντισταθμιστεί από την διεύρυνση των μελών που συνεισφέρουν στην κάλυψη των εξόδων. Η ύπαρξη των δύο αυτών τάσεων στη διαμόρφωση του κόστους οδηγεί σε κυρτές προς τον οριζόντιο άξονα καμπύλες κόστους. Το άριστο σημείο προσδιορίζεται από την ισότητα της κλίσης των αντιστοίχων καμπυλών ωφέλειας και κόστους.



Σχήμα 2

Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία που ακολουθήθηκε στην παρουσίαση των δύο πρώτων σχημάτων για κάθε δυνατό μέγεθος λέσχης και κάθε δυνατό ύψος παροχής του κοινού αγαθού, μπορούμε να εκπονήσουμε τις δύο άριστες καμπύλες τους Σχήματος 3. Η τομή των καμπυλών αυτών δίνει το άριστο μέγεθος της λέσχης και το αντίστοιχο άριστο επίπεδο παροχής του κοινού αγαθού.



Σχήμα 3