

ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Ασκήσεις: 07

Βιολέττα Δάλλα

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών



Θέμα 2, Φεβρουάριος 2011

α) Υπόδειγμα παλινδρόμησης: $C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t$ (1)

Επίδραση του διαθέσιμου εισοδήματος στην κατανάλωση είναι μεγαλύτερη του 0,4 $\Leftrightarrow \beta_1 > 0,4$

Στατιστικός έλεγχος για έναν συντελεστή παλινδρόμησης

Υποθέσεις: $H_0 : \beta_1 = 0,4$ έναντι $H_1 : \beta_1 > 0,4$

Στατιστική ελέγχου: $t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1^*}{s_{\hat{\beta}_1}} = \frac{0,3 - 0,4}{0,02} = -5$

Κρίσιμη περιοχή: $t > t_{T-K-1, \alpha} = t_{40-1-1, 0,05} = t_{38, 0,05} \simeq Z_{0,05} = 1,645$

Απόφαση: Δεν απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Η επίδραση του διαθέσιμου εισοδήματος στην κατανάλωση δεν είναι μεγαλύτερη του 0,4.

β) Βάσει του υποδείγματος βοηθητικής παλινδρόμησης (2) γίνεται στατιστικός έλεγχος για ετεροσκεδαστικότητα.

Στατιστικός έλεγχος Breusch-Pagan-Godfrey για ετεροσκεδαστικότητα

Ετεροσκεδαστικότητα: $V(u_t) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 t$

Βοηθητική παλινδρόμηση: $\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 t + \varepsilon_t$ (2)

Υποθέσεις: $H_0 : \alpha_1 = 0$ έναντι $H_1 : \alpha_1 \neq 0$

Στατιστική ελέγχου: $BPG = TR^2 = 40 \cdot 0,05 = 2$

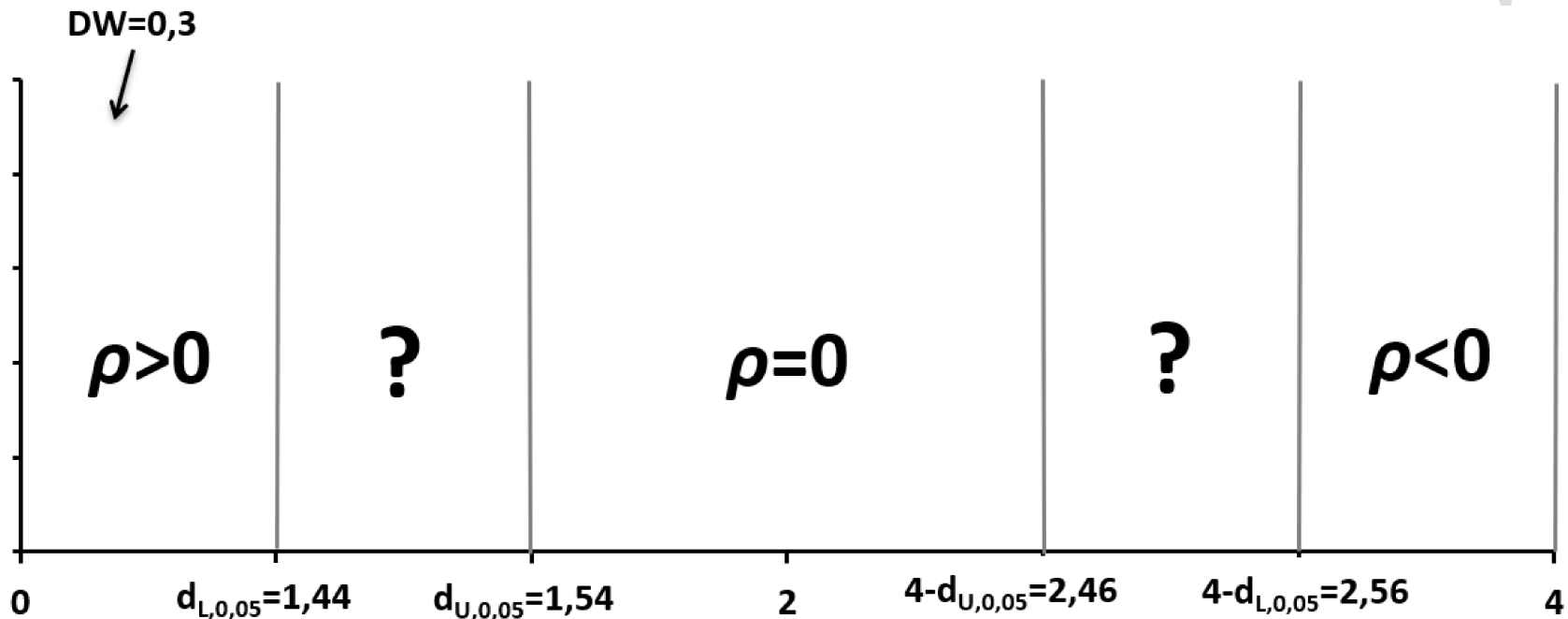
Κρίσιμη περιοχή: $BPG > \chi_{m, \alpha}^2 = \chi_{1, 0,05}^2 = 3,841$

Απόφαση: Δεν απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα της μορφής $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 t$.

γ) Στατιστικός έλεγχος Durbin-Watson για αυτοσυσχέτιση

Αυτοσυσχέτιση: $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$



Υποθέσεις: $H_0 : \rho = 0$ έναντι $H_1 : \rho > 0$

Στατιστική ελέγχου: $DW = 0,3$

Κρίσιμη περιοχή: $DW < d_{L,\alpha} = d_{L,0,05} = 1,44$

Απόφαση: Απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Υπάρχει (θετική) αυτοσυσχέτιση 1ης-τάξης.

Βρέθηκε ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα και υπάρχει αυτοσυσχέτιση στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1). Το υπόδειγμα παλινδρόμησης δεν περιλαμβάνει υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής ως ερμηνευτικές μεταβλητές.

Άρα, ο OLS εκτιμητής $\hat{\beta}$ των συντελεστών β είναι αμερόληπτος και συνεπής εκτιμητής, αλλά δεν είναι άριστος. Επίσης, ο OLS εκτιμητής $\hat{V}(\hat{\beta})$ του πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών $V(\hat{\beta})$ είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής. Επομένως, οι στατιστικοί έλεγχοι t και F (και αυτός του ερωτήματος α)) είναι αναξιόπιστοι.

δ) Υπόδειγμα παλινδρόμησης: $C_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + \gamma_2 C_{t-1} + w_t$ (3)

Στατιστικός έλεγχος h-Durbin για αυτοσυσχέτιση

Αυτοσυσχέτιση: $w_t = \rho w_{t-1} + \varepsilon_t$

Υποθέσεις: $H_0 : \rho = 0$ έναντι $H_1 : \rho \neq 0$

Στατιστική ελέγχου: $h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{T}{1 - T s_{\gamma_2}^2}} = -0,2 \sqrt{\frac{39}{1 - 39 \cdot 0,02^2}} = -1,259$

$$\text{όπου } \hat{\rho} = 1 - \frac{1}{2}DW = 1 - \frac{1}{2} \cdot 2,4 = -0,2$$

$$\text{Κρίσιμη περιοχή: } |h| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0,05}{2}} = Z_{0,025} = 1,96$$

Απόφαση: Δεν απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση 1ης-τάξης.

Βρέθηκε ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (3). Το υπόδειγμα παλινδρόμησης περιλαμβάνει την 1η-υστέρηση της εξαρτημένης μεταβλητής ως ερμηνευτική μεταβλητή (C_{t-1}).

Άρα, ο OLS εκτιμητής $\hat{\gamma}$ των συντελεστών γ είναι μεροληπτικός, συνεπής και ασυμπτωτικά άριστος εκτιμητής.

Έχουμε τα υποδείγματα παλινδρόμησης:

$$(1) C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t$$

$$(3) C_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_t + \gamma_2 C_{t-1} + w_t$$

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης (3) περιέχει μία επιπλέον ερμηνευτική μεταβλητή (C_{t-1}) σε σχέση με το υπόδειγμα παλινδρόμησης (1).

Στατιστικός έλεγχος για έναν συντελεστή παλινδρόμησης

Υποθέσεις: $H_0 : \gamma_2 = 0$ έναντι $H_1 : \gamma_2 \neq 0$

Στατιστική ελέγχου: $t = \frac{\hat{\gamma}_2 - \gamma_2^*}{s_{\hat{\gamma}_2}} = \frac{-0,1 - 0}{0,02} = -5$

Κρίσιμη περιοχή: $|t| > t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}} = t_{39-2-1, \frac{0,05}{2}} = t_{36, 0,025} \simeq Z_{0,025} = 1,96$

Απόφαση: Απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Η ερμηνευτική μεταβλητή της 1^{ης}-υστέρησης της κατανάλωσης (C_{t-1}) είναι σημαντική.

Βρέθηκε ότι η ερμηνευτική μεταβλητή της 1^{ης}-υστέρησης της κατανάλωσης (C_{t-1}) είναι σημαντική. Επομένως, στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) υπάρχει σφάλμα εξειδίκευσης (παράλειψη σημαντικής ερμηνευτικής μεταβλητής) που δημιουργεί ενδογένεια.

Άρα, ο OLS εκτιμητής $\hat{\beta}$ των συντελεστών β είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής.

Μεταξύ των υποδειγμάτων παλινδρόμησης (1) και (3) επιλέγουμε το (3), αφού στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) υπάρχει σφάλμα εξειδίκευσης λόγω παράλειψης σημαντικής ερμηνευτικής μεταβλητής. Στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1), ο OLS εκτιμητής $\hat{\beta}$ των συντελεστών β είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής. Στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (3), ο OLS εκτιμητής $\hat{\gamma}$ των συντελεστών γ είναι μεροληπτικός, συνεπής και ασυμπτωτικά άριστος εκτιμητής.

Έξτρα: Στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) υπάρχει σφάλμα εξειδίκευσης λόγω παράλειψης σημαντικής ερμηνευτικής μεταβλητής (C_{t-1}) και αυτοσυσχέτιση. Στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (3) η σημαντική ερμηνευτική μεταβλητή (C_{t-1}) έχει περιληφθεί και δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση. Η αυτοσυσχέτιση 1^{ης}-τάξης που υπάρχει στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) μπορεί να έχει δημιουργηθεί λόγω της παράλειψης της σημαντικής ερμηνευτικής μεταβλητής (C_{t-1}), η οποία έχει αυτοσυσχέτιση 1^{ης}-τάξης (αφού $\gamma_2 \neq 0$).

Θέμα 2, Ιούνιος 2018

α) Επίδραση του πληθωρισμού στο επιτόκιο είναι μικρότερη της μονάδας $\Leftrightarrow \beta_1 < 1$

Στατιστικός έλεγχος για έναν συντελεστή παλινδρόμησης

Υποθέσεις: $H_0 : \beta_1 = 1$ έναντι $H_1 : \beta_1 < 1$

Στατιστική ελέγχου: $t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1^*}{s_{\hat{\beta}_1}} = \frac{1,21 - 1}{0,01} = 21$

Κρίσιμη περιοχή: $t < -t_{T-K-1, \alpha} = -t_{43-2-1, 0,05} = -t_{40, 0,05} \simeq -Z_{0,05} = -1,645$

Απόφαση: Δεν απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Η επίδραση του πληθωρισμού στο επιτόκιο δεν είναι μικρότερη της μονάδας.

β) Έχουμε τα υποδείγματα παλινδρόμησης:

$$(1) \quad i_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_t + \beta_2 g_t + u_t \quad (U)$$

$$(4) \quad r_t = \alpha_1 g_t + \varepsilon_t \Rightarrow i_t - \pi_t = \alpha_1 g_t + \varepsilon_t \Rightarrow i_t = \pi_t + \alpha_1 g_t + \varepsilon_t \quad (R)$$

Το υπόδειγμα (4) είναι ειδική περίπτωση του (1) με γραμμικούς περιορισμούς $\beta_0 = 0$ και $\beta_1 = 1$.

Βάσει των (1) και (4) ελέγχουμε την υπόθεση ότι οι γραμμικοί περιορισμοί $\beta_0 = 0$ και $\beta_1 = 1$ ισχύουν.

Στατιστικός έλεγχος για γραμμικούς περιορισμούς

Υποθέσεις: $H_0 : \beta_0 = 0$ και $\beta_1 = 1$ έναντι $H_1 : \beta_0 \neq 0$ ή/και $\beta_1 \neq 1$

Στατιστική ελέγχου: $F = \frac{(SSE_R - SSE_U)/q}{SSE_U/(T-K-1)} = \frac{(60-40)/2}{40/(43-2-1)} = 10$

όπου στο (1)

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \Rightarrow SST = \frac{SSR}{R^2} = \frac{40}{0,5} = 80$$

$$SST = SSR + SSE \Rightarrow SSE = SST - SSR = 80 - 40 = 40$$

Κρίσιμη περιοχή: $F > F_{q, T-K-1, \alpha} = F_{2, 40, 0,05} = 3,232$

Απόφαση: Απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Οι γραμμικοί περιορισμοί $\beta_0 = 0$ και $\beta_1 = 1$ δεν ισχύουν από κοινού.

γ) Βάσει του υποδείγματος βοηθητικής παλινδρόμησης (2) γίνεται στατιστικός έλεγχος για ετεροσκεδαστικότητα.

Στατιστικός έλεγχος White για ετεροσκεδαστικότητα

Ετεροσκεδαστικότητα: $V(u_t) = \sigma_t^2 = f(\pi_t, g_t)$

Βοηθητική παλινδρόμηση: $\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\pi_t + \gamma_1\pi_t^2 + \alpha_2g_t + \gamma_2g_t^2 + \delta_1\pi_tg_t + \varepsilon_t \quad (2)$

Υποθέσεις: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = \delta_1 = 0$ έναντι $H_1 : \text{τουλάχιστον ένα } \alpha_1, \alpha_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1 \neq 0$

Στατιστική ελέγχου: $W = TR^2 = 43 \cdot 0,2 = 8,6$

Κρίσιμη περιοχή: $W > \chi_{m, \alpha}^2 = \chi_{5, 0,05}^2 = 11,07$

όπου

$$m = \frac{(K+1)(K+2)}{2} - 1 = \frac{(2+1)(2+2)}{2} - 1 = 5$$

Απόφαση: Δεν απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα της μορφής $\sigma_t^2 = f(\pi_t, g_t)$.

Βάσει του υποδείγματος βοηθητικής παλινδρόμησης (3) γίνεται στατιστικός έλεγχος για αυτοσυσχέτιση έως 2^{ης}-τάξης.

Στατιστικός έλεγχος Breusch-Godfrey για αυτοσυσχέτιση

Αυτοσυσχέτιση: $u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \varepsilon_t$

Βοηθητική παλινδρόμηση: $\hat{u}_t = \gamma_0 + \gamma_1 \pi_t + \gamma_2 g_t + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \rho_2 \hat{u}_{t-2} + \varepsilon_t$ (3)

Υποθέσεις: $H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$ έναντι $H_1 : \rho_1 \neq 0$ ή/και $\rho_2 \neq 0$

Στατιστική ελέγχου: $BG = (T - p)R^2 = (43 - 2) \cdot 0,1 = 4,1$

Κρίσιμη περιοχή: $BG > \chi_{p, \alpha}^2 = \chi_{2, 0,05}^2 = 5,991$

Απόφαση: Δεν απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση έως 2^{ης}-τάξης.

Βρέθηκε ότι δεν υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα και αυτοσυσχέτιση στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1). Το υπόδειγμα παλινδρόμησης δεν περιλαμβάνει υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής ως ερμηνευτικές μεταβλητές.

Άρα, ο OLS εκτιμητής $\hat{\beta}$ των συντελεστών β είναι αμερόληπτος, συνεπής και άριστος εκτιμητής. Επίσης, ο OLS εκτιμητής $\hat{V}(\hat{\beta})$ του πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών $V(\hat{\beta})$ είναι αμερόληπτος και συνεπής εκτιμητής. Επομένως, οι στατιστικοί έλεγχοι t και F (και αυτοί των ερωτημάτων α) και β)) είναι αξιόπιστοι.

δ) Ισχύει ότι: $\pi_t = 0,8Q_t - 0,9W_t + 0,5u_t$ (5) με Q, W ανεξάρτητες του u (6).

Άρα

$$\begin{aligned} Cov(\pi_t, u_t) &\stackrel{(5)}{=} Cov(0,8Q_t - 0,9W_t + 0,5u_t, u_t) \\ &= 0,8Cov(Q_t, u_t) - 0,9Cov(W_t, u_t) + 0,5Cov(u_t, u_t) \stackrel{(6)}{=} 0,5V(u_t) \neq 0 \end{aligned}$$

Αφού ισχύει ότι: $Corr(\pi_t, u_t) \neq 0 \Rightarrow$ η ερμηνευτική μεταβλητή π συσχετίζεται ταυτόχρονα με το σφάλμα $u \Rightarrow$ η ερμηνευτική μεταβλητή π είναι ενδογενής \Rightarrow υπάρχει ενδογένεια στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1). Άρα, ο OLS εκτιμητής $\hat{\beta}$ των συντελεστών β είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής.

Κάνουμε μέθοδο GIVE:

Οι μεταβλητές Q, W είναι βοηθητικές μεταβλητές για την ενδογενή ερμηνευτική π , διότι

- 1) Οι μεταβλητές Q, W δεν περιλαμβάνονται στο υπόδειγμα παλινδρόμησης.
- 2) Οι μεταβλητές Q, W είναι ταυτόχρονα συσχετισμένες με την ενδογενή ερμηνευτική μεταβλητή π , αφού (5) $\Rightarrow Corr(Q_t, \pi_t), Corr(W_t, \pi_t) \neq 0, t = 1, \dots, T$.
- 3) Οι μεταβλητές Q, W είναι ταυτόχρονα ασυσχέτιστες με το σφάλμα u , αφού (6) $\Rightarrow Corr(Q_t, u_t) = Corr(W_t, u_t) = 0, t = 1, \dots, T$.

Ορίζουμε τον πίνακα Z

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Z_{T1} & Z_{T2} & Z_{T3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Q_1 & W_1 & g_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Q_T & W_T & g_T \end{pmatrix}$$

Ο GIVE εκτιμητής του β είναι

$$\hat{\beta}^{GIVE} = (X'P_Z X)^{-1} X'P_Z Y$$

όπου

$$P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$$

Ο GIVE εκτιμητής $\hat{\beta}^{GIVE}$ των συντελεστών β είναι συνεπής εκτιμητής.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών