

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ \_\_\_\_\_

ΑΡ. ΜΗΤΡΩΟΥ \_\_\_\_\_

ΕΧΕΤΕ ΚΑΝΕΙ ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ e-class? \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\*

**ΟΔΗΓΙΕΣ:** ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ. Οι εξετάσεις δίνονται με κλειστά τα βιβλία και χωρίς σημειώσεις. Μπορείτε να χρησιμοποιείται μόνο το τυπολόγιο και τους πίνακες για κατανομές.

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΝΤΙΓΡΑΦΗΣ ΜΗΔΕΝΙΖΟΝΤΑΙ ΟΣΟΙ ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΥΝ (ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΑ Ή ΠΑΘΗΤΙΚΑ)

**ΠΡΟΕΙΔΟΠΟΙΗΣΗ:** ΕΦΑΡΜΟΖΟΝΤΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ ΓΙΑ ΑΝΤΙΓΡΑΦΗ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

\*\*\*\*\*

## ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης, χωρίς σταθερό όρο,

$$\Delta P_t = \beta_1 \Delta U_t + \beta_2 \Delta L_t + u_t, \quad t = 2011Q3, \dots, 2015Q3.$$

όπου  $P$  είναι το σύνολο των προβλέψεων των Ελληνικών τραπεζών για ζημίες,  $U$  είναι ο δείκτης της ανεργίας στην Ελλάδα, και  $L$  το σύνολο των δανείων του Ελληνικού τραπεζικού συστήματος. Έχουμε 17 τρίμηνες παρατηρήσεις και παλινδρομούμε τις μεταβολές ( $\Delta$ ) των μεταβλητών από το αντίστοιχο τρίμηνο του προηγούμενου έτους. Δίνεται ότι

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} 0.34 \\ -0.56 \end{pmatrix}, \quad \text{Var}\{\hat{\beta}\} = \begin{pmatrix} 0.036 & 0.024 \\ 0.024 & 0.036 \end{pmatrix}.$$

α) i) (βαθμοί: 0.5) Έχουν οι συντελεστές τα αναμενόμενα πρόσημα; Εξηγήστε.

ii) (βαθμοί: 0.5) Ερμηνεύστε την τιμή του  $R$  τετράγωνο που είναι 0.68.

iii) (βαθμοί: 0.5) Υπάρχει θέμα εποχικότητας; Εξηγήστε. Πότε θα υπήρχε πρόβλημα πολυσυγραμμικότητας;

iv) (βαθμοί: 0.5) Περιγράψτε σύντομα πως θα ελέγχατε γραφικά και αριθμητικά την γραμμικότητα του μοντέλου (με απλές μεθόδους περιγραφικής στατιστικής).

β) (βαθμοί: 0.5) Να δώσετε ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης για το  $\beta_1$ .

γ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν  $\beta_1 + \beta_2 = 0$ . Εξηγήστε τι ελέγχουμε με αυτόν τον έλεγχο αν υποθέσουμε ότι οι συντελεστές είναι συγκρίσιμοι, π.χ. με τυποποιημένες μεταβλητές.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν ταυτοχρόνως  $\beta_1 = -\beta_2 = 0.4$ .

ε) (βαθμοί: 1.5) Αν ο δείκτης της ανεργίας αυξηθεί κατά 1 μονάδα σε ένα έτος και το σύνολο των δανείων μειωθεί κατά 1 μονάδα σε ένα έτος, τότε δώστε ένα 90% διάστημα πρόβλεψης για την μέση τιμή των μεταβολών των προβλέψεων σε ένα έτος.

## ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$i_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_t + \beta_2 g_t + u_t, \quad (1)$$

όπου  $i$  είναι το επιτόκιο (σε %),  $\pi$  είναι ο πληθωρισμός (σε %), και  $g$  είναι ο ρυθμός ανάπτυξης του ΑΕΠ (σε %). Με βάση ένα δείγμα 25 ετών βρέθηκε ότι:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.09 \\ 0 & 0.09 & 0.16 \end{pmatrix} \quad X'Y = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad SST=100, R^2 = 0.81$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης και να υπολογιστεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών

β) (βαθμοί: 0.5) Η πρόβλεψη για το επιτόκιο είναι υψηλότερη όταν ο πληθωρισμός είναι 1% και ο ρυθμός ανάπτυξης του ΑΕΠ είναι 2% ή όταν ο πληθωρισμός είναι 2% και ο ρυθμός ανάπτυξης του ΑΕΠ είναι 1%; Αιτιολογήστε.

γ) (βαθμοί: 0.75) Να ελεγχθεί η στατιστική σημαντικότητα του ΑΕΠ ( $\alpha=0.1$ ).

δ) (βαθμοί: 0.75) Να ελεγχθεί η στατιστική σημαντικότητα του υποδείματος ( $\alpha=0.01$ ).

ε) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση του πληθωρισμού στο επιτόκιο είναι μεγαλύτερη από αυτής του ΑΕΠ.

στ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με την μέθοδο OLS από δείγμα 24 ετών

$$\hat{i}_t = 0.82 + 1.41 \pi_t + 0.12 g_t + 0.81 g_{t-1} + u_t, \quad R^2 = 0.88 \quad (2)$$

(0.01) (0.11) (0.04) (0.22)

όπου οι αριθμοί σε παρένθεση είναι τα τυπικά σφάλματα των εκτιμητών. Με την χρήση στατιστικού ελέγχου, να επιλέξετε μεταξύ των υποδειγμάτων (1) και (2). ( $\alpha=0,05$ ). Αιτιολογήστε.

### ΘΕΜΑ 3

Εκτελούμε γραμμική παλινδρόμηση στις μεταβλητές:

$y_t$  = Καθυστερημένα (κόκκινα δάνεια) (σε δις ευρώ) και

$x_t$  = Α.Ε.Π. (σε δις ευρώ) ως

$$y_t = \beta \cdot x_t + u_t,$$

και οι τιμές τους δίνονται στον επόμενο πίνακα.

$y_t$	$x_t$
-1.000	1.000
0.000	-0.732
1.000	-0.732

α) (βαθμοί: 1) Δώστε τον τύπο του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων  $\hat{\beta}_{OLS}$  (σε απλοποιημένη μορφή), υπολογίστε και ερμηνεύστε την τιμή του. Είναι το πρόσημο το αναμενόμενο; Είναι το μέγεθος λογικό;

β) (βαθμοί: 0.5) Υπολογίστε το  $\hat{u}_2$  και ερμηνεύστε το αποτέλεσμα.

γ) (βαθμοί: 1) Υπολογίστε τον συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$  και ερμηνεύστε το αποτέλεσμα.

δ) (βαθμοί: 0.5) Υπολογίστε τον συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$  της βοηθητικής παλινδρόμησης

$$u_t^2 = a_0 + a_1 \cdot x_t + \varepsilon_t,$$

χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα που αντιστοιχεί στην βοηθητική παλινδρόμηση. Δώστε τις τιμές που λείπουν, άθροισμα τετραγώνων της παλινδρόμησης ( $SS_R$ ) και βαθμοί ελευθερίας των σφαλμάτων ( $df_E$ ) (εξηγήστε).

Ανάλυση	Βαθμοί	Άθροισμα
Διακύμανσης	Ελευθερίας	Τετραγώνων
Παλινδρόμηση	1	?
Σφάλμα	?	0.17
Σύνολο	2	0.17

ε) (βαθμοί: 1) Ελέγξτε για ετεροσκεδαστικότητα με τον έλεγχο BPG (δώστε κριτική περιοχή και συμπέρασμα).

στ) (βαθμοί: 1.5) Εφαρμόστε τον έλεγχο Durbin-Watson (DW) για αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης ( $d_{L,0.05} = 0.72, d_{U,0.05} = 1.05$ ). Ελέγξτε για θετική ή αρνητική αυτοσυσχέτιση και αιτιολογήστε αριθμητικά το συμπέρασμα. Εκτιμήστε την αυτοσυσχέτιση με δύο τρόπους: i) από την τιμή DW, και ii) από την παλινδρόμηση  $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$ .

**Σημείωση για το Θέμα 2:** Σε εφαρμογές δεν έχουμε μόνο 3 παρατηρήσεις και οι παραπάνω έλεγχοι δεν εφαρμόζονται σε τετριμμένες περιπτώσεις. Απλά δίνεται ως άσκηση. Στην πράξη θα έχουμε παραπάνω παρατηρήσεις.

#### ΘΕΜΑ 4

α) (βαθμοί: 1.5) Να εξεταστεί η ταυτοποίηση του υποδείγματος εφαρμόζοντας τις συνθήκες τάξης και βαθμού και στις δύο εξισώσεις:

$$\begin{aligned}y_{1t} &= \beta_{12}y_{2t} + u_{1t} \\y_{2t} &= \beta_{21}y_{1t} + \gamma_{11}x_{1t} + u_{2t}\end{aligned}$$

β) Θεωρήστε τον εκτιμητή  $\beta$  του απλού Κευνσιανού υποδείγματος χωρίς σταθερούς όρους

$$\begin{aligned}c_t &= \beta y_t + u_t \\y_t &= c_t + i_t\end{aligned}$$

β-i) (βαθμοί: 0.5) Γράψτε την ανηγμένη μορφή του συστήματος.

β-ii) (βαθμοί: 2) Δώστε τον τύπο του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων σε δύο στάδια  $\hat{\beta}_{2SLS}$  (σε απλοποιημένη μορφή) που προκύπτει μόνο από την πρώτη εξίσωση.

γ) Θεωρήστε το υπόδειγμα

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + u_i$$

και τον εκτιμητή  $\tilde{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}$ , ο οποίος δεν είναι ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων.

γ-i) (βαθμοί: 1) Δείξτε ότι 1)  $\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 = \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) x_{i1}$  και

$$2) \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) y_i = \beta_1 \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) x_{i2} + \sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) u_i$$

γ-ii) (βαθμοί: 0.5) Χρησιμοποιώντας την σχέση στην γ-i) δείξτε ότι

$$E(\tilde{\beta}_1) = \beta_1 + \beta_2 \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1) x_{i2}}{\sum_{i=1}^n (x_{i1} - \bar{x}_1)^2}$$

γ-iii) (βαθμοί: 0.5) Δώστε τον τύπο της μεροληψίας του  $\tilde{\beta}_1$ . Εξηγήστε ποτέ ο εκτιμητής  $\tilde{\beta}_1$  είναι αμερόληπτος.