

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 M_i + \beta_2 S_i + u_i$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε ευρώ €), M είναι το φύλο (με $M_i = 1$ αν το i άτομο είναι άνδρας και $M_i = 0$ αλλού) και S είναι η εκπαίδευση (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 25 ατόμων βρέθηκε ότι

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0,25 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad SSR = 0,28, \quad SST = 0,5$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευτεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το μέσο ωρομίσθιο μίας γυναίκας με 10 έτη εκπαίδευσης.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \hat{Y}_i = 5,5 + 8,2 M_i + 3,7 S_i - 0,1 M_i \cdot S_i, \quad SSR = 0,29$$

(0,2) (0,3) (0,5) (0,2)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1) και για το διάστημα πρόβλεψης του ερωτήματος γ);

ε) (βαθμοί: 1) Τι θα άλλαζε στις απαντήσεις των ερωτημάτων α) και γ) αν το ωρομίσθιο ήταν μετρημένο σε δολάρια \$; Δίνεται ότι η συναλλαγματική ισοτιμία ευρώ-δολαρίου είναι 1€=1,1\$. Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$i_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_t + \beta_2 g_t + u_t$$

όπου i είναι το επιτόκιο (σε %), π είναι ο πληθωρισμός (σε %) και g είναι ο ρυθμός ανάπτυξης (σε %). Με βάση ένα δείγμα 43 παρατηρήσεων βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{i}_t = 2,21 + 1,09 \pi_t + 0,12 g_t, \quad R^2 = 0,6, \quad SSR = 60$$

(0,11) (0,02) (0,06)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,25 - 0,01 \pi_t + 0,02 \pi_t^2 + 0,03 g_t + 0,25 g_t^2 - 0,02 \pi_t g_t, \quad R^2 = 0,2$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,05 + 0,01 \pi_t - 0,02 g_t - 0,65 \hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση του ρυθμού ανάπτυξης στο επιτόκιο είναι αρνητική. ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 1). Έστω ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS το ακόλουθο υπόδειγμα παλινδρόμησης:

$$(4) \quad \hat{r}_t = 2,3 + 0,13 g_t, \quad SSE = 60$$

(0,05) (0,01)

όπου $r = i - \pi$ είναι το πραγματικό επιτόκιο (σε %) και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

Ποιά υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τα υποδείγματα (1) και (4); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο των ερωτημάτων α) και β);

δ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $Corr(\pi_t, i_{t-1}) = -0,7$. Λαμβάνοντας υπ' όψη και το αποτέλεσμα των στατιστικών ελέγχων στο ερώτημα γ), τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση C προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή Y^* του εισοδήματος Y από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad C_t = 9,52 + 0,25Y_t + 0,48C_{t-1}, \quad R^2 = 0,7$$

(0,05) (0,01) (0,01)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) i) Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,5. ($\alpha=0,05$). ii) Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t + X_t$$

όπου I είναι η επένδυση, X είναι το εμπορικό ισοζύγιο και I, X είναι ανεξάρτητες του u . Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση της (1). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{1,38,0,05}=4,098$, $F_{1,39,0,05}=4,091$, $F_{1,40,0,05}=4,085$, $F_{1,41,0,05}=4,079$, $F_{2,38,0,05}=3,245$, $F_{2,39,0,05}=3,238$, $F_{2,40,0,05}=3,232$, $F_{2,41,0,05}=3,226$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $d_{L,0,05}=1,17$, $d_{U,0,05}=1,54$.

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.