

**ΘΕΜΑ 1**

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad R_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \beta_2 G_t + u_t$$

όπου  $R$  είναι η απόδοση της μετοχής (σε %),  $M$  είναι η απόδοση της αγοράς (σε %) και  $G$  είναι ο ρυθμός ανάπτυξης (σε %). Με βάση ένα δείγμα 24 τριμήνων βρέθηκε ότι

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad SSR = 2,9, \quad R^2 = 0,58$$

**α)** (βαθμοί: 0,9) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης.

**β)** (βαθμοί: 1,3) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

**γ)** (βαθμοί: 1,4) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για την απόδοση της μετοχής όταν η απόδοση της αγοράς είναι -5% και ο ρυθμός ανάπτυξης είναι 0%.

**δ)** (βαθμοί: 1,4) Έστω τώρα ότι ο ερευνητής θέλει να εξετάσει αν οι συντελεστές της παλινδρόμησης δεν διαφοροποιούνται ανάλογα με το αν υπάρχει ύφεση ή όχι. Με τη βοήθεια ψευδομεταβλητών, να περιγράψετε τη διαδικασία ελέγχου της εν λόγω υπόθεσης. ( $\alpha=0,05$ ).

**ΘΕΜΑ 2**

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 A_t + u_t$$

όπου  $Q$  είναι η ζήτηση για παγωτό (σε εκατ. κιλά),  $P$  είναι η τιμή του παγωτού (σε €/κιλό) και  $A$  είναι η διαφημιστική δαπάνη (σε χιλ. €). Με βάση ένα δείγμα 20 ετών βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{Q}_t = 12,4 - 1,5 P_t + 0,7 A_t, \quad SST = 100, \quad SSE = 60$$

(0,1)    (0,3)    (0,2)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 3,42 - 0,01 \ln(P_t) + 0,02 A_t, \quad R^2 = 0,15$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα.

**α)** (βαθμοί: 0,6) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης της παλινδρόμησης.

**β)** (βαθμοί: 1,3) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση της τιμής του παγωτού στη ζήτηση για παγωτό είναι αρνητική. ( $\alpha=0,05$ ).

**γ)** (βαθμοί: 1,6) Ποιά υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση το υπόδειγμα (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ( $\alpha=0,05$ ). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος β);

δ) (βαθμοί: 1,5) Έστω ότι ισχύει ότι  $u_t = 0,5u_{t-1} + w_t$ , όπου  $w$  είναι μια μεταβλητή με  $E(w_t) = 0$ ,  $E(w_t^2) = \sigma_w^2$  και  $E(w_t w_s) = 0$  για κάθε  $t \neq s$ . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την αμερόληπτη, συνεπή και αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος (1).

### ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση  $C$  προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή  $Y^*$  του εισοδήματος  $Y$  από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 48 μηνών

$$(1) \quad \hat{C}_t = 1,45 + 0,45 Y_t + 0,25 C_{t-1}, \quad R^2 = 0,6$$

(0,05)      (0,09)      (0,05)

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 3,3) **i)** Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής  $\gamma$  και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,7. ( $\alpha=0,05$ ). **ii)** Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 1,7) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t$$

όπου  $I$  είναι η επένδυση και  $G$  είναι οι κυβερνητικές δαπάνες. Δίνεται ότι οι μεταβλητές  $C_t$  και  $Y_t$  είναι ενδογενείς και οι μεταβλητές  $I_t$  και  $G_t$  είναι εξωγενείς. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1) και (2). Αιτιολογήστε.

Δίνεται ότι:  $Z_{0,05}=1,645$ ,  $Z_{0,025}=1,96$ ,  $t_{15,0,05}=1,753$ ,  $t_{15,0,025}=2,131$ ,  $t_{16,0,05}=1,746$ ,  $t_{16,0,025}=2,120$ ,  $t_{17,0,05}=1,74$ ,  $t_{17,0,025}=2,11$ ,  $t_{18,0,05}=1,734$ ,  $t_{18,0,025}=2,101$ ,  $t_{19,0,05}=1,729$ ,  $t_{19,0,025}=2,093$ ,  $t_{20,0,05}=1,725$ ,  $t_{20,0,025}=2,086$ ,  $t_{21,0,05}=1,721$ ,  $t_{21,0,025}=2,08$ ,  $t_{22,0,05}=1,717$ ,  $t_{22,0,025}=2,074$ ,  $F_{1,15,0,05}=4,543$ ,  $F_{1,16,0,05}=4,494$ ,  $F_{1,17,0,05}=4,451$ ,  $F_{1,18,0,05}=4,414$ ,  $F_{1,19,0,05}=4,381$ ,  $F_{1,20,0,05}=4,351$ ,  $F_{1,21,0,05}=4,325$ ,  $F_{1,22,0,05}=4,301$ ,  $F_{2,15,0,05}=3,682$ ,  $F_{2,16,0,05}=3,634$ ,  $F_{2,17,0,05}=3,592$ ,  $F_{2,18,0,05}=3,555$ ,  $F_{2,19,0,05}=3,522$ ,  $F_{2,20,0,05}=3,493$ ,  $F_{2,21,0,05}=3,467$ ,  $F_{2,22,0,05}=3,443$ ,  $F_{3,15,0,05}=3,287$ ,  $F_{3,16,0,05}=3,239$ ,  $F_{3,17,0,05}=3,197$ ,  $F_{3,18,0,05}=3,16$ ,  $F_{3,19,0,05}=3,127$ ,  $F_{3,20,0,05}=3,098$ ,  $F_{3,21,0,05}=3,072$ ,  $F_{3,22,0,05}=3,049$ ,  $\chi^2_{1,0,05}=3,841$ ,  $\chi^2_{2,0,05}=5,991$ ,  $\chi^2_{3,0,05}=7,815$ ,  $\chi^2_{4,0,05}=9,488$ ,  $\chi^2_{5,0,05}=11,07$ ,  $\chi^2_{6,0,05}=12,592$ .

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Αθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Αθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.