

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad S_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 A_t + u_t$$

όπου S είναι οι πωλήσεις παγωτού (σε κιλά), P είναι τιμή (σε €/κιλό) και A είναι οι διαφημιστικές δαπάνες (σε χιλιάδες €). Με βάση ένα δείγμα 24 μηνών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 19 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad SST = 0,45, \quad SSR = 0,24$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για τις πωλήσεις παγωτού όταν η τιμή είναι 2€/κιλό και οι διαφημιστικές δαπάνες είναι 5000€.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος. ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι ο ερευνητής θέλει να εξετάσει αν οι συντελεστές της παλινδρόμησης δεν διαφοροποιούνται το καλοκαίρι σε σχέση με τις υπόλοιπες εποχές. Με τη βοήθεια ψευδομεταβλητών, να περιγράψετε τη διαδικασία ελέγχου της εν λόγω υπόθεσης. ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Έστω ότι εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 52 ετών

$$(1) \quad \hat{\Pi}_t = \underset{(0,5)}{-12,5} + \underset{(0,1)}{0,9} \Pi_{t-1} + \underset{(0,2)}{1,8} Q_t - \underset{(0,1)}{0,5} R_t, \quad SST = 8, \quad SSR = 3,2$$

όπου Π είναι τα κέρδη (σε χιλιάδες €), Q είναι η παραγωγή (σε τεμάχια), R είναι το επιτόκιο (σε %) και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού. Ποια είναι η πρόβλεψη για τα κέρδη όταν τα κέρδη του προηγούμενου έτους είναι 5000€, η παραγωγή είναι 10 τεμάχια και το επιτόκιο είναι 2%;

β) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι με βάση το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση:

$$(2) \quad \hat{\Pi}_t^* = \underset{(0,1)}{0,7} Z_t, \quad SSE = 5,1$$

όπου $\Pi_t^* = \Pi_t - \Pi_{t-1} + 10$, $Z_t = 3Q_t - R_t$ και ο αριθμός σε () είναι τυπικό σφάλμα.

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Για τα κατάλοιπα \hat{u} του υποδείγματος (1) βρέθηκαν τα αποτελέσματα

$$(3) \quad \hat{u}_t^2 = 0,5 + 0,01Q_t^2, \quad R^2 = 0,05$$

$$(4) \quad \hat{u}_t = -0,01 + 0,02\Pi_{t-1} - 0,01Q_t + 0,03R_t + 0,05\hat{u}_{t-1} - 0,02\hat{u}_{t-2} - 0,04\hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,1$$

Ποιες υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (3) και (4); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών της (1); Ποιες είναι οι συνέπειες στον έλεγχο του ερωτήματος β); Αιτιολογήστε.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $Q_t = 0,9Q_{t-1} - 0,5R_t + 0,6W_t + 0,5u_t$, όπου u είναι τα σφάλματα του υποδείγματος (1) με $Cov(u_t, Q_{t-1}) = Cov(u_t, R_t) = 0$ και W είναι μία τυχαία μεταβλητή ανεξάρτητη του u . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη συνεπή εκτίμηση του υποδείγματος (1). Αιτιολογήστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η προσδοκώμενη τιμή C^* της κατανάλωσης C καθορίζεται από το υπόδειγμα

$$C_t^* = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-4} + u_t$$

όπου Y είναι το εισόδημα. Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής ισχύει ότι

$$C_t - C_{t-1} = \gamma(C_t^* - C_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 40 τριμήνων

$$(1) \quad \hat{C}_t = 1,45 + 0,44Y_t + 0,24Y_{t-4} + 0,15C_{t-1}, \quad R^2 = 0,6$$

(0,05) (0,04) (0,06) (0,02)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) **i)** Να υπολογισθεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,8. ($\alpha=0,05$). **ii)** Να υπολογισθούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t$$

$$(3) \quad I_t = \delta_0 + \delta_1 I_{t-1} + \delta_2 Y_t + \omega_t$$

όπου I είναι η επένδυση και τα σφάλματα u και ω είναι ταυτόχρονα ασυσχέτιστα. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών στις (1) και (3); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1), (2) και (3). Αιτιολογήστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,0,05}=1,462$, $d_{U,0,05}=1,628$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.