

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

7 Ιουλίου 2023

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad C_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 E_t + u_t$$

όπου C είναι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας (σε κιλοβατώρες), P είναι η τιμή (σε €/κιλοβατώρα) και E είναι το εμβαδόν της κατοικίας (σε τετραγωνικά μέτρα). Με βάση ένα δείγμα 22 κατοικιών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad XY = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad R^2 = 0,75, \quad SSR = 11,4$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας όταν η τιμή είναι 1€/κιλοβατώρα και το εμβαδόν της κατοικίας είναι 50 τετραγωνικά μέτρα.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) συμπεριλαμβάνονταν ως ερμηνευτική μεταβλητή η ψευδομεταβλητή θ για τον ηλιακό θερμοσίφωνα, όπου $\theta_t = 1$ αν η t κατοικία έχει ηλιακό θερμοσίφωνα και $\theta_t = 0$ αλλιώς. Θα υπήρχε πρόβλημα στην εκτίμηση του υποδείγματος αν **i)** όλες οι κατοικίες στο δείγμα είχαν ηλιακό θερμοσίφωνα, **ii)** οι 20 κατοικίες στο δείγμα είχαν ηλιακό θερμοσίφωνα; Αιτιολογήστε.

ΘΕΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση παραγωγής Cobb–Douglas $Y_t = \beta_0 K_t^{\beta_1} L_t^{\beta_2} \varepsilon_t$, όπου Y είναι η παραγωγή (σε τεμάχια), K είναι το κεφάλαιο (σε χιλιάδες €) και L είναι η εργασία (σε δεκάδες άτομα). Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad \ln(\widehat{Y}_t) = -0,42 + 0,84 \ln(K_t) + 0,24 \ln(L_t), \quad SSR = 0,5, \quad SST = 0,6$$

(0,15) (0,16) (0,12)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης. Ποια είναι η πρόβλεψη για την παραγωγή όταν το κεφάλαιο είναι 50.000€ και εργάζονται 50 άτομα;

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η ελαστικότητα της παραγωγής ως προς το κεφάλαιο είναι μικρότερη της μονάδας. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι με βάση το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \widehat{W}_t = -0,48 + 0,22 Z_t, \quad SSE = 0,2$$

(0,12) (0,11)

όπου $W_t = \ln\left(\frac{Y_t}{K_t}\right)$, $Z_t = \ln\left(\frac{L_t}{K_t}\right)$ και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

δ) (βαθμοί: 1) Για τα κατάλοιπα \hat{u} του υποδείγματος (1) βρέθηκε το αποτέλεσμα

$$(3) \quad \hat{u}_t^2 = 0,04 + 0,02K_t - 0,01L_t, \quad R^2 = 0,05$$

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση το υπόδειγμα (3); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$). Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών της (1); Ποιες είναι οι συνέπειες στους ελέγχους των ερωτημάτων β) και γ); Αιτιολογείστε.

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι για τα σφάλματα u του υποδείγματος (1) ισχύει ότι $u_t = 0,4u_{t-1} + \eta_t$ όπου η είναι μια μεταβλητή με $\text{Cov}(\eta_t, \eta_s) = 0$ για κάθε $t \neq s$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την αμερόληπτη, συνεπή και αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος (1). Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η προσδοκώμενη τιμή C^* της κατανάλωσης C καθορίζεται από το υπόδειγμα

$$C_t^* = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$$

όπου Y είναι το εισόδημα. Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής ισχύει ότι

$$C_t - C_{t-1} = \gamma(C_t^* - C_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 40 τριμήνων

$$(1) \quad \hat{C}_t = 0,24 + 0,42Y_t + 0,18Y_{t-1} + 0,25C_{t-1}, \quad R^2 = 0,5$$

(0,02) (0,04) (0,03) (0,05)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 3) **i)** Να υπολογισθεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μικρότερος του 0,7. ($\alpha=0,05$). **ii)** Να υπολογισθούν ο βραχυχρόνιος, ο 1^{ος} και ο 2^{ος} ενδιάμεσος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t$$

όπου I είναι η επένδυση που είναι ανεξάρτητη του u . Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών των (1) και (2). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.