

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 E_t + \beta_2 L_t + u_t$$

όπου Y είναι η παραγωγή (σε τόνους), E είναι η ηλεκτρική ενέργεια (σε κιλοβατώρες) και L είναι οι εργατοώρες (σε ώρες). Με βάση ένα δείγμα 25 ημερών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 20 \\ 0,1 \\ 0,2 \end{pmatrix}, \quad SST = 90, \quad SSR = 46$$

α) (βαθμοί: 1,5) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης. Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για τη μέση παραγωγή με 4 κιλοβατώρες και 6 εργατοώρες.

δ) (βαθμοί: 1,5) Έστω τώρα ότι με βάση το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \hat{Y}_t = 73,5 + 1,2 E_t - 0,2 E_t^2 + 1,1 L_t - 0,1 L_t^2, \quad SSR = 70$$

(10,5) (2,4) (0,4) (3,3) (0,5)

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (1);

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad S_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \beta_2 P_t + \beta_3 C_t + u_t$$

όπου S είναι τα έσοδα πωλήσεων ενός προϊόντος (σε εκατομμύρια €), M είναι οι δαπάνες μάρκετινγκ (σε εκατομμύρια €), P είναι η τιμή του προϊόντος (σε εκατοντάδες €) και C είναι ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων. Με βάση ένα δείγμα 20 τριμήνων βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{S}_t = 50,4 + 4,8 M_t + 9,6 P_t - 7,2 C_t, \quad SST = 150, \quad R^2 = 0,7$$

(4,2) (1,2) (3,2) (0,9)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 4,2 + 3,1 M_t, \quad R^2 = 0,5$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,01 - 0,01 M_t + 0,05 P_t + 0,09 C_t - 0,04 \hat{u}_{t-1} - 0,01 \hat{u}_{t-2} - 0,04 \hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,1$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Σενάριο 1: Οι δαπάνες μάρκετινγκ είναι 500 χιλιάδες €, η τιμή είναι 800 € και υπάρχουν 10 ανταγωνιστικά προϊόντα. Σενάριο 2: Οι δαπάνες μάρκετινγκ είναι 2 εκατομμύρια €, η τιμή είναι 2 χιλιάδες € και υπάρχουν 30 ανταγωνιστικά προϊόντα. Η πρόβλεψη των εσόδων είναι υψηλότερη στο Σενάριο 1 ή στο Σενάριο 2;

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά ότι η επίδραση των δαπανών μάρκετινγκ στα έσοδα είναι θετική. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Ποιες υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (1); Αιτιολογείστε.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $V(u_t) = \sigma^2(1 + 0,75M_t)$. Ποιες είναι οι συνέπειες στις προβλέψεις του ερωτήματος α) και στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος β); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη διενέργεια στατιστικών ελέγχων στο υπόδειγμα (1).

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η προσδοκώμενη τιμή C^* της κατανάλωσης C καθορίζεται από το υπόδειγμα

$$C_t^* = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + \beta_3 Y_{t-4} + u_t$$

όπου Y είναι το εισόδημα. Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής ισχύει ότι

$$C_t - C_{t-1} = \gamma(C_t^* - C_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 48 τρίμηνων

$$(1) \quad \hat{C}_t = 1,25 + 0,32Y_t + 0,22Y_{t-1} + 0,12Y_{t-4} + 0,25C_{t-1}, \quad R^2 = 0,6$$

(0,05) (0,08) (0,02) (0,04) (0,01)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) **i)** Να υπολογισθεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,7. ($\alpha=0,05$). **ii)** Να υπολογισθούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad I_t = \delta_0 + \delta_1 I_{t-1} + \delta_2 Y_t + \delta_3 Y_{t-1} + \omega_t$$

$$(3) \quad Y_t = C_t + I_t$$

όπου I είναι η επένδυση και τα σφάλματα u και ω είναι συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών στις (1) και (2); Να επιλεγεί μέθοδος για **i)** τη συνεπή εκτίμηση των συντελεστών στις (1), (2) και (3), **ii)** τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών στις (1), (2) και (3). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $t_{23,0,05}=1,714$, $t_{23,0,025}=2,069$, $t_{24,0,05}=1,711$, $t_{24,0,025}=2,064$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{1,23,0,05}=4,279$, $F_{1,24,0,05}=4,26$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{2,23,0,05}=3,422$, $F_{2,24,0,05}=3,403$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $F_{3,23,0,05}=3,028$, $F_{3,24,0,05}=3,009$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,\alpha}=1,101$, $d_{U,\alpha}=1,656$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.