

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Εξεταστική Σεπτεμβρίου 2009

Μάθημα: Οικονομετρία

Θέμα 1^ο

(α) (Βαθμοί: 1.25) Να δειχθεί ότι στο κλασσικό γραμμικό υπόδειγμα με σταθερό όρο τα κατάλοιπα των ελαχίστων τετραγώνων έχουν πάντα μέσο ίσο με το μηδέν.

Υπόδειξη: Θεωρήστε την παράγωγο της $\sum_i \left(y_i - \hat{\beta}_0 - \sum_j \hat{\beta}_j x_{ij} \right)^2$ ως προς $\hat{\beta}_0$.

(β) (Βαθμοί: 1.25) Έστω εκτιμήτρια παραμέτρων στο κλασσικό γραμμικό υπόδειγμα που γράφεται στην μορφή $\hat{\beta} = Wy$ όπου ο πίνακας W είναι μη στοχαστικός. Ποια συνθήκη πρέπει να ικανοποιεί ο W , έτσι ώστε η εκτιμήτρια $\hat{\beta}$ να είναι αμερόληπτη;

(γ) (Βαθμοί: 1.25) Εκτίμηση LS με βάση 20 δεδομένα για το υπόδειγμα $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ έδωσε $SSE = 166$. Κατόπιν τα δεδομένα αυτά χωρίστηκαν σε δύο χρονικές υποπεριόδους με 10 παρατηρήσεις σε κάθε υποπερίοδο. Εκτίμηση LS έδωσε $SSE1 = 23$ και $SSE2 = 101$, για την πρώτη και δεύτερη υποπερίοδο, αντίστοιχα. Να γίνει έλεγχος για την σταθερότητα των συντελεστών στις δύο υποπεριόδους.

(δ) (Βαθμοί: 1.25) Έστω ότι οι υποπεριόδοι στο ερώτημα (γ) αντιστοιχούν, η μεν πρώτη σε μικρές τιμές της ερμηνευτικής μεταβλητής x , η δε δεύτερη σε μεγάλες τιμές της ίδιας μεταβλητής. Να γίνει κατάλληλος έλεγχος για ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας στα σφάλματα του υποδείγματος.

(Στα ερωτήματα (γ) και (δ), να διατυπωθούν με σαφήνεια οι αντίστοιχες μηδενικές υποθέσεις και τα συμπεράσματά σας).

Θέμα 2^ο

(1) Με βάση 10 παρατηρήσεις και την μέθοδο LS εκτιμήθηκε η ακόλουθη εξίσωση παλινδρόμησης:

$$\hat{Y}_t = 3.637 + \underset{(0.257)}{0.275} X_t + \underset{(0.219)}{0.584} Z_t, \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = 0.055, R^2 = 0.78.$$

(στις παρενθέσεις είναι οι εκτιμήσεις των τυπικών σφαλμάτων).

Να γίνει έλεγχος:

(α) (Βαθμοί: 1.0) Για την στατιστική σημαντικότητα των επιμέρους συντελεστών β_1 και β_2 .

(β) (Βαθμοί: 1.5) Για την υπόθεση $H_0: \beta_1 + \beta_2 = 1$, και να κατασκευασθεί το αντίστοιχο διάστημα εμπιστοσύνης.

(γ) (Βαθμοί: 1.0) Για την στατιστική σημαντικότητα της παλινδρόμησης.

(2) (Βαθμοί: 1.5) Έστω ότι ισχύει το υπόδειγμα $y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$, αλλά εμείς αντί γι' αυτό, εκτιμούμε την εξίσωση $y = \tilde{\beta}_1 x_1 + u$ (δεδομένα σε αποκλίσεις από τους

μέσους). Να δειχθεί ότι η εκτιμήτρια ελαχίστων τετραγώνων $\hat{\tilde{\beta}}_1 = \frac{\sum_i x_{1i} y_i}{\sum_i x_{1i}^2}$ είναι

μεροληπτική.

(Στα ερωτήματα (α) και (γ), να διατυπωθούν με σαφήνεια οι αντίστοιχες μηδενικές υποθέσεις και τα συμπεράσματά σας).

Θέμα 3^ο

Έστω το υπόδειγμα:

$$Y_t = a + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

όπου Y_t ιδιωτική κατανάλωση, X_t ιδιωτικό εισόδημα για την περίοδο t .

Αν οι ποσότητες w_i είναι πιθανότητες που ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη κατανομή και β το άθροισμα των συντελεστών όλων των χρονικών υστερήσεων, τότε το υπόδειγμα (1) γράφεται:

$$Y_t = a + \beta \sum_{i=0}^{\infty} w_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\text{Αν } w_i = (1 - \lambda) \cdot \lambda^i, \text{ για } i = 0, 1, 2, \dots \text{ και } 0 < \lambda < 1, \quad (3)$$

Τότε:

(α) (Βαθμοί: 2)

Να δείξετε ότι:

$$Y_t = a(1 - \lambda) + \beta(1 - \lambda) X_t + \lambda Y_{t-1} + u_t \quad (4)$$

όπου: $u_t = \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}$

Η εκτίμηση της (4), για στοιχεία της ελληνικής οικονομικά (1993 – 2005), με τη μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων δίνει:

$$Y_t = 4.63368 + 0.37556 \cdot Y_{t-1} + 0.484476 \cdot X_t \quad (5)$$

(1.07) (0.085163) (0.05423)

$$R^2 = 0.998, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 0.743, d = 1.757 \text{ (Durbin - Watson), } F = 2515.5.$$

Επίσης βρέθηκε ότι έχουμε τις βοηθητικές παλινδρομήσεις:

$$\hat{u}_t = 2.261 + 0.055 \hat{u}_{t-1} - 0.154 Y_{t-1} + 0.017 X_t \quad (6)$$

$$R^2 = 0.2495$$

$$\hat{u}_t = -1.385 + 0.703 \hat{u}_{t-1} + 0.008 \hat{u}_{t-2} - 0.0003 Y_{t-1} + 0.017 X_t \quad (7)$$

$$R^2 = 0.155$$

Σημείωση: Οι αριθμοί στις παρενθέσεις είναι οι εκτιμήσεις των τυπικών σφαλμάτων.

(β) (Βαθμός: 1)

Να βρεθούν οι εκτιμήσεις των συντελεστών β_i των X_{t-i} της (1) για $i = 0, 1, 2, 3$

(γ) (Βαθμός: 1)

Να εξετασθεί η αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης των καταλοίπων της (4) με δύο διαφορετικά κριτήρια, για επίπεδο σημαντικότητα $\alpha = 0.05$.

(δ) (Βαθμός: 1)

Να εξετασθεί η αυτοσυσχέτιση δεύτερης τάξης των καταλοίπων της (4), για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$.

Σημείωση: Δίνεται ότι:

$$z_{0.025} = 1.96, z_{0.05} = 1.645, F_{2,11,0.05} = 3.98, F_{2,16,0.05} = 3.63, F_{8,8,0.05} = 3.44,$$

$$F_{2,7,0.05} = 4.74, t_{7,0.025} = 2.365, t_{11,0.025} = 2.201, \chi_{1,0.05}^2 = 3.841, \chi_{2,0.05}^2 = 5.991,$$

$$d_L = 0.971, d_U = 1.331 \text{ (για } \alpha = 0.05, T = 12, K = 2).$$