

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΘΕΜΑ 1

Έστω ότι η αποταμίευση S (σε εκατοντάδες €) και το εισόδημα I (σε χιλιάδες €) ακολουθούν το υπόδειγμα παλινδρόμησης $S_i = \beta_0 + \beta_1 I_i + u_i$. Ένα τυχαίο δείγμα 5 ατόμων έδωσε τα παρακάτω:

S	1	1	2	4	2
I	1	2	4	5	3

- α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης.
- β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητριών.
- γ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση ότι η επίδραση του εισοδήματος στην αποταμίευση είναι θετική. ($\alpha=0,05$).
- δ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για την αποταμίευση ενός ατόμου με εισόδημα 500€.
- ε) (βαθμοί: 1) Τι θα άλλαζε στις απαντήσεις των ερωτημάτων α) και γ) αν η αποταμίευση ήταν μετρημένη σε χιλιάδες €;

ΘΕΜΑ 2

Έστω το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 X_t + u_t$$

Με βάση ένα δείγμα 50 χρόνων βρέθηκαν τα αποτελέσματα:

$$(1) \quad \hat{Y}_t = 4,2 + 0,65 Y_{t-1} + 0,34 X_t, \quad R^2 = 0,8$$

(0,1) (0,15) (0,02)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 2,35 X_t^4, \quad R^2 = 0,9$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,1 + 0,05 Y_{t-1} - 0,02 X_t + 0,08 \hat{u}_{t-1} - 0,09 \hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,05$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

- α) (βαθμοί: 0,5) Να γραφούν οι βασικές υποθέσεις του υποδείγματος παλινδρόμησης.
- β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2,5) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τις παλινδρομήσεις (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των εκτιμήσεων των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον έλεγχο του ερωτήματος β); ($\alpha=0,05$).

δ) (βαθμοί: 1) Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος γ) να προταθεί και να περιγραφεί η μέθοδος για να λάβουμε συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές εκτιμήσεις.

ΘΕΜΑ 3

Έστω το σύστημα

$$(1) \quad Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad X_t = \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 X_{t-1} + u_t$$

όπου ε_t και u_t είναι οι διαταρακτικοί όροι που δεν συσχετίζονται μεταξύ τους και δεν έχουν αυτοσυσχέτιση.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθούν οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

β) (βαθμοί: 1,5) Αν οι εξισώσεις (1) και (2) εκτιμηθούν με OLS, θα είναι οι εκτιμήσεις των συντελεστών συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές; Αιτιολογείστε.

γ) (βαθμοί: 1,5) Αν οι διαταρακτικοί όροι ε_t και u_t συσχετίζονταν μεταξύ τους, θα ήταν συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές οι OLS εκτιμήσεις των συντελεστών των εξισώσεων (1) και (2); Αιτιολογείστε.

δ) (βαθμοί: 1) Με βάση ένα δείγμα 50 παρατηρήσεων εκτιμήθηκε με OLS η εξίσωση (1)

$$\hat{Y}_t = 4,1 + 0,9 Y_{t-1}, \quad R^2 = 0,9, \quad DW = 3,8$$

(0,2) (0,1)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμήσεων των συντελεστών της εξίσωσης (1);

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{2,0,05}=2,92$, $t_{2,0,025}=4,303$, $t_{3,0,05}=2,353$, $t_{3,0,025}=3,182$, $t_{4,0,05}=2,132$, $t_{4,0,025}=2,776$, $t_{5,0,05}=2,015$, $t_{5,0,025}=2,571$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $d_{L,0,05}=1,5$, $d_{U,0,05}=1,59$.